



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

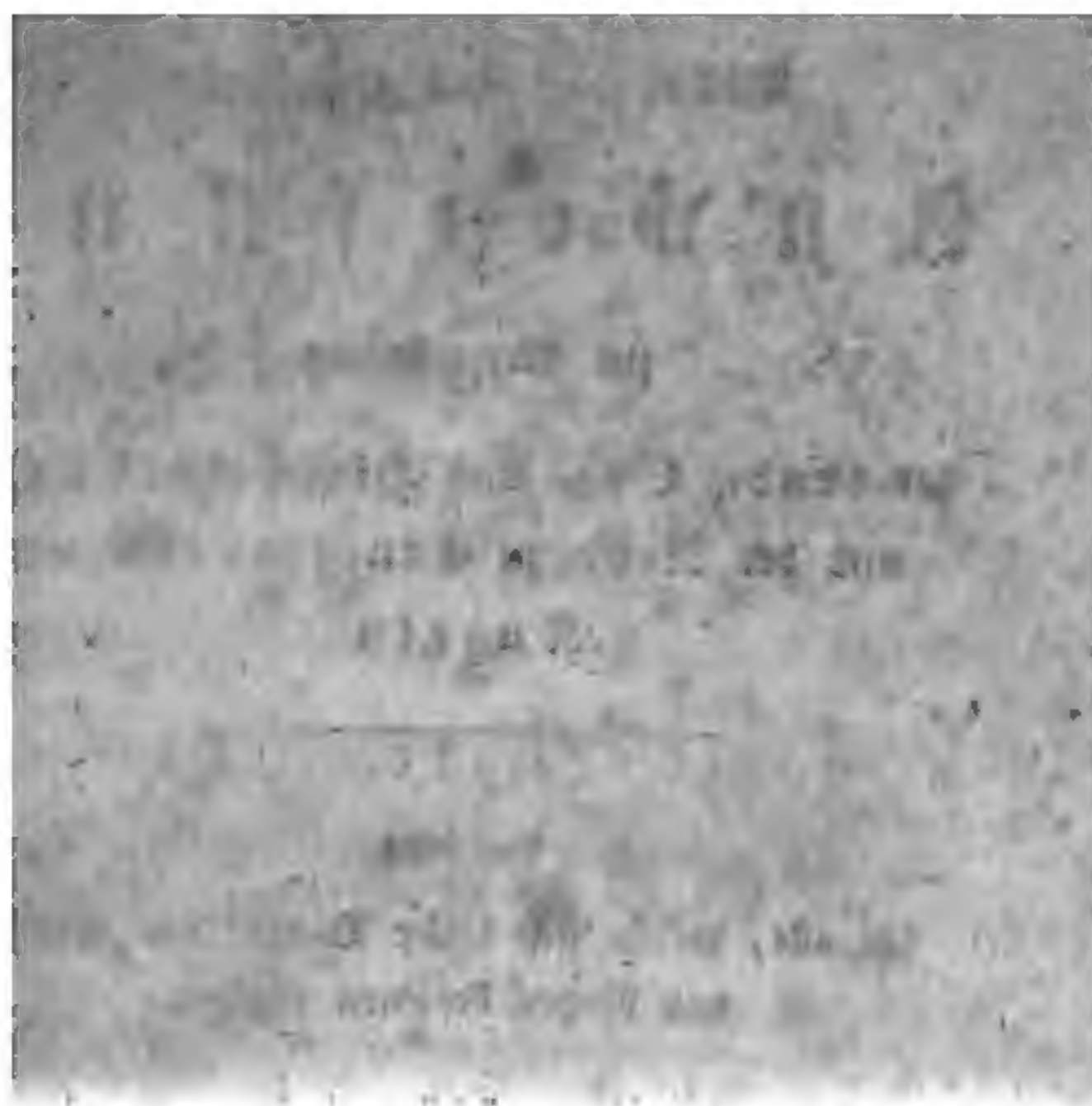
Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.





Gründlicher und ausführlicher
U n t e r r i c h t
f ü r
practischen Geometrie

von
Johann Tobias Mayer,
Königl. Großbritt. Hofrath und Professor zu Göttingen.



1744-1815

Vierter Theil.

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit acht Kupfertafeln.

E r l a n g e n,
bey Johann Jakob Palm.

1 8 1 5.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1954

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1954

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1954

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1954

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1954

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

Vor Erinnerung.

Daß es bisher noch an einem vollständigen practischen Unterrichte zur Zeichnung der verschiednen Meße zu den Landcharten, und dessen, was überhaupt zu ihrer Verfertigung gehört, gefehlt habe, brauche ich kaum zu erinnern. Was Hase in seiner *Sciagraphiae tractatus integri de constructione mapparum etc.* zu leisten versprochen hatte, glaube ich durch gegenwärtiges Buch erfüllt zu haben, und in so ferne einigen Dank zu verdienen, als eine genaue Kenntniß der verschiednen Entwerfungsarten, ohnstreitig sehr vieles zum richtigern Gebrauche der Charten selbst

beiträgt, und das Studium der Geographie erweitert. Ich habe bei dieser Gelegenheit auch von See- und Himmelskarten; und von Netzen zu Kugeln und Coniglobien gehandelt. Bei der Theorie dieser Gegenstände habe ich mich überall der möglichsten Deutlichkeit beflissen. Aber freilich konnte ich manches nicht anders als durch Hülfe algebraischer Formeln kurz und allgemein vortragen. Indessen habe ich denen zu gefallen, welchen es blos um Vorschriften zu dieser oder jener Entwerfungsart zu thun ist, überall Aufgaben beigelegt, nach denen sie nur verfahren dürfen, wenn ihnen an den Beispielen selbst nichts gelegen ist. — So können also auch Künstler und Kupferstecher, welche sich mit Kartenzeichnen und Verfertigung der Kugeln abgeben, dieß Buch mit Nutzen gebrauchen. — Freilich ganz ohne alle Kenntniß der gemei-

nen

nen Geometrie, so etwas vorzunehmen; wie leider gar zu oft der Fall ist, bleibt dennoch Pfuscheren. Ich setze also zum Voraus, daß derjenige, welcher sich mit solchen Dingen beschäftigt, wenigstens so viel gemeine Geometrie und Trigonometrie inne habe, nach einer Formel rechnen zu können, wenn er auch gleich die Art, wie sie gefunden worden, nicht einsieht. Will oder kann er das nicht, so wird er leicht jemand finden, der ihm nach den angegebenen Formeln diejenigen Dinge berechnet, die zur Construction eines Netzes erforderlich sind. Sehr oft habe ich Tabellen selbst beigelegt, um diese Mühe zu ersparen. Am besten wird es seyn, wenn solche, denen es an hinlänglicher Kenntniß zu einem solchen Geschäfte, das keines der leichtesten ist, fehlt, ganz davon wegbleiben.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landkarten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäußert.

Erlangen, im May 1794.

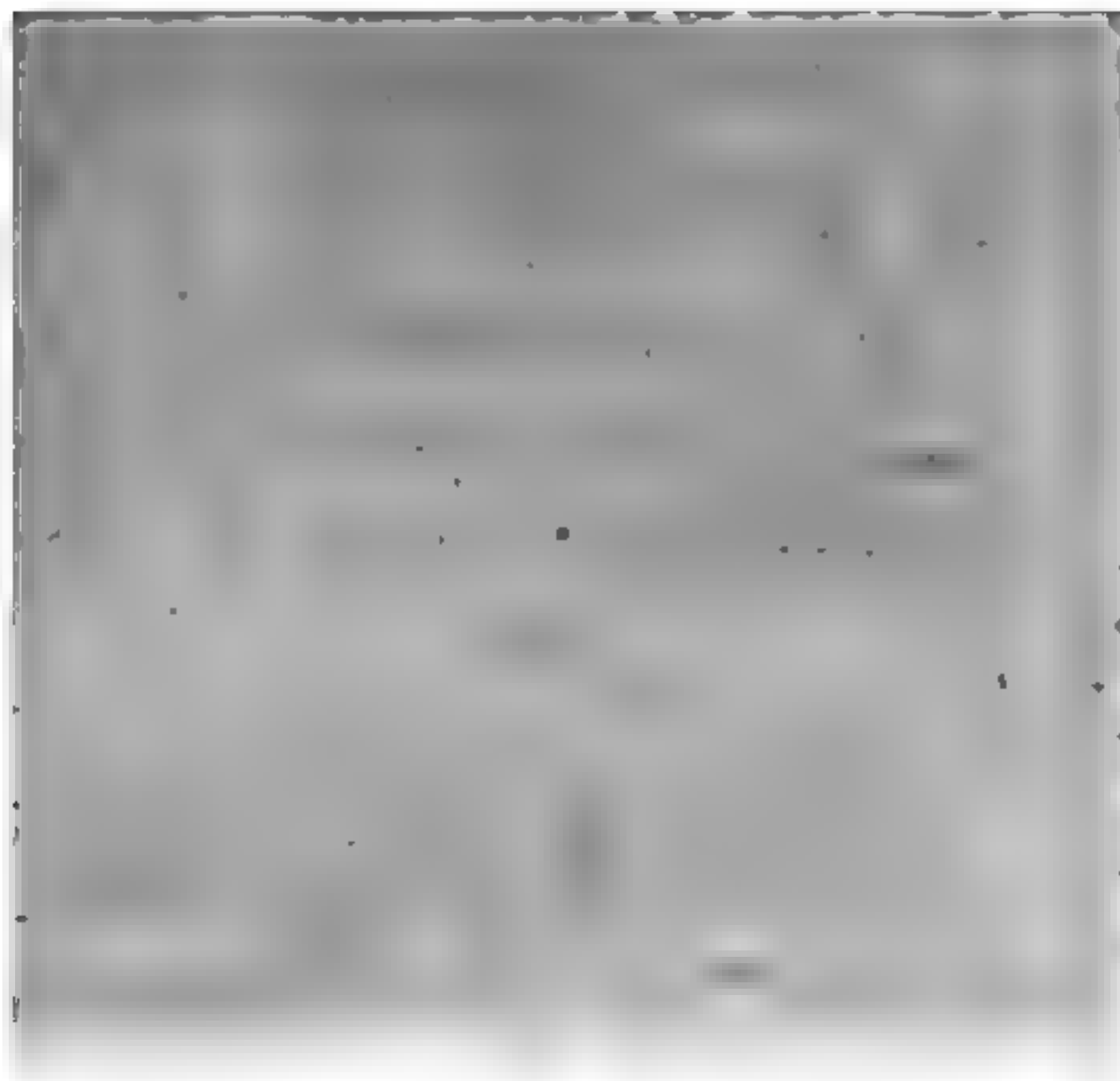
J. E. Mayer.

Vorerinnerung.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landkarten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäußert.

Erlangen, im May 1794.

J. E. Mayer.



Vollständige und gründliche,

A n w e i s u n g

zur Verzeichnung

der Land-, See- und Himmelscharten
und der Neze zu Coniglobien und
Kugeln

brauchbar

für alle, welche sich dieser Dinge mit Einsicht
und Nutzen bedienen wollen

von

Johann Tobias Mayer,

Königl. Großbrit. Hofrath und Professor zu Göttingen

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 8 Kupfertafeln.

E r l a n g e n,

bey Johann Jakob Pal

Vor Erinnerung.

Daß es bisher noch an einem vollständigen practischen Unterrichte zur Zeichnung der verschiednen Meße zu den Landcharten, und dessen, was überhaupt zu ihrer Verfertigung gehört, gefehlt habe; brauche ich kaum zu erinnern. Was Hase in seiner *Sciagraphiae tractatus integri de constructione mapparum etc.* zu leisten versprochen hatte, glaube ich durch gegenwärtiges Buch erfüllt zu haben, und in so ferne einigen Dank zu verdienen, als eine genaue Kenntniß der verschiednen Entwerfungsarten, ohnstreitig sehr vieles zum richtigern Gebrauche der Charten selbst

beiträgt, und das Studium der Geographie
 erweitert. Ich habe bei dieser Gelegenheit
 auch von See- und Himmelskarten, und
 von Netzen zu Kugeln und Coniglobien ge-
 handelt. Bei der Theorie dieser Gegenstände
 habe ich mich überall der möglichsten Deut-
 lichkeit beflissen. Aber freilich konnte ich man-
 ches nicht anders als durch Hülfe abgeleit-
 eter Formeln kurz und allgemein vortragen.
 Indessen habe ich denen zu gefallen, welchen
 es blos um Vorschriften zu dieser oder jener
 Entwerfungsart zu thun ist, überall Aufga-
 ben beigelegt, nach denen sie nur verfahren
 dürfen, wenn ihnen an den Beispielen selbst
 nichts gelegen ist. — So können also auch
 Künstler und Kupferstecher, welche sich mit
 Kartenzeichnen und Verfertigung der Kugeln
 abgeben, dieß Buch mit Nutzen gebrauchen. —
 Freilich ganz ohne alle Kenntniß der gemein-
 nen

nen Geometrie, so etwas vorzunehmen; wie leider gar zu oft der Fall ist, bleibt dennoch Pfuscheren. Ich sehe also zum voraus, daß derjenige, welcher sich mit solchen Dingen beschäftigt, wenigstens so viel gemeine Geometrie und Trigonometrie inne habe, nach einer Formel rechnen zu können, wenn er auch gleich die Art, wie sie gefunden worden, nicht einseht. Will oder kann er das nicht, so wird er leicht jemand finden, der ihm nach den angegebenen Formeln diejenigen Dinge berechnet, die zur Construction eines Netzes erforderlich sind. Sehr oft habe ich Tabellen selbst beigelegt, um diese Mühe zu ersparen. Am besten wird es seyn, wenn solche, denen es an hinlänglicher Kenntniß zu einem solchen Geschäfte, das keines der leichtesten ist, fehlt, ganz davon wegbleiben.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landkarten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäußert.

Erlangen, im May 1794.

J. T. Mayer.



Vor Erinnerung

zur zweiten Ausgabe.

Ich habe bey der neuen Ausgabe dieses Buchs keine Veranlassung gefunden, mit der Behandlung der darin vorkommenden Lehren große Aenderungen vorzunehmen. Sie hat aber dadurch gewonnen, daß mehrere litterarische Notizen und Zusätze hinzugekommen sind, unter denen ich vorzüglich das sehr stark vermehrte Verzeichniß der geographischen Längen und Breiten im 7. S., den Zusatz S. 39. (V.) zur Murbachischen Entwerfungsart, und die De la Hire'sche Aequatorial-

* 4

rial-

rialsprojection am Ende des 79ten Jhs an-
föhre, um zu beweisen, daß man nunmehr in
dieser Schrift wohl keine Projectionsart ver-
missen wird, die auf irgend eine Art zu Land-
oder Himmelskarten angewandt worden ist.
Auch ist eine neue Kupfertafel hinzugekom-
men, welche zur Erläuterung der De la Hi-
reschen Aequatorialprojection erforderlich war.

Göttingen, im März 1804.

J. E. Mayer.

Vor Erinnerung zur dritten Ausgabe.

sind seit der zweiten Ausgabe dieses
wes. keine neue Entwerfungsarten von
barten bekannt geworden, welche der
enwärtigen dritten erhebliche Zusätze oder
änderungen verstattet hätten. Zwar haben
issant (Traité de Topographie) und
dere Theoretiker, welche seitdem über diese
r jene Projectionsarten geschrieben haben,
b auf die sphäroidische Gestalt der Erde
icksicht genommen, und ihre Formeln dar-
b einzurichten gesucht. Aber der Practiker
wird

wird finden, daß wegen der geringen Größe des Maasstabes, der gewöhnlich bei den Zeichnungen der Landcharten zum Grunde gelegt wird, auf solche Verbesserungen wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde, kaum Rücksicht genommen werden kann, welche, unabgesehen davon, daß selbst die wahre Größe der Abplattung der Erde noch sehr zweifelhaft ist, sich gar leicht in die Fehler verthüllen, welche auf so mancherley Weise von der Eingrumpfung des Papiers bei dem Abdrucke der Landcharten, und von andern Ursachen herrühren können. Auch verlangt man von einer Landcharte, als einer Zeichnung, ihrer Natur nach nie die haarscharfen Bestimmungen, welche besser durch Rechnung erhalten werden können; und es wäre eckrig, von einer Landcharte zu fordern, daß sie z. B. geographische Längen und Breiten mit

mit derjenigen Genauigkeit angebe, als man solche aus den einer Charte zum Grunde liegenden Messungen mittelst der Rechnung ableiten kann. Will man insofern auch auf die sphäroidische Gestalt der Erde bei keiner Projectionsart Rücksicht nehmen, so ist weiter nichts nöthig, als die Grade der Parallellkreise zu denen der Meridiane in einem solchen Verhältnisse aufzutragen, als nach (S. 13.) die sphäroidische Gestalt der Erde (bei Annahme einer gewissen Abplattung) es erfordert. Aber man wird sich meist nur eine unnöthige Mühe machen, zumahl da die Abplattung der Erde jetzt noch weit geringer angegeben wird, als sie bei der Berechnung des Tafelchens (S. 10.) zum Grunde gelegt worden ist. Bei perspectivischen Projectionen würde die Mühe gar nicht belohnt werden. Ich habe daher in der gegenwärtigen Aus-

gabe

gab nichts erhebliches zu verändern und zu verbessern gefunden. Hin und wieder sind jedoch mehrere Zusätze und litterarische Notizen hinzugekommen. Auch ist das Verzeichniß der geographischen Längen und Breiten (S. 7.) nach den neuesten Beobachtungen überall, wo es nöthig war, verbessert worden.

Göttingen, im Junius

1815.

Joh. Tob. Mayer.

I n h a l t.

E r s t e s K a p i t e l.

Vorläufige Begriffe. Eintheilung der Charten.

§. 1.

In wie fern eine geographische Charte kein geometrischer Grundriß seyn könne. §. 2. Wozu eine geographische Charte eigentlich dienen soll. Ebendas.

Bedingungen, denen eine geographische Charte ein Genüge leisten soll. §. 3.

Geographische Netze. §. 4.

Allgemeine Uebersicht der verschiedenen Entwurfsarten. §. 5.

Z w e i t e s K a p i t e l.

Hilfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten.

Was man unter der geographischen Lage eines Punktes auf einer Charte versteht. §. 6. 4.

Wän.

Mängel sehr vieler Hülfcharten das. 6. Nothwendigkeit der Specialcharten und anderer Hülfsmittel zur Verzeichnung neuer Charten. Das. 8 u.

Verzeichniß der Längen und Breiten mehrerer Oerter auf der Erde. §. 7.

Erster Meridian, von dem die Längen angerechnet werden. §. 8.

Ueber die Verschiedenheit der unmittelbar gemessenen Grade der Mittagskreise. §. 9.

Tafel für die Grade auf den Parallellkreisen, je nachdem man die Erde für eine Kugel oder für ein Sphäroid annimmt. §. 10.

Es ist verstattet, bey Verzeichnung der Landcharten die Erde für eine Kugel zu nehmen. Dasselbst 20.

Geographische Maße. §. 11.

Tafel für die Grade auf den Parallellkreisen, unter der Voraussetzung, daß die Erde eine Kugel sey. §. 12. Wenn sie ein Sphäroid wäre. §. 13.

Bestimmung des Abstandes der Oerter auf der Erde. §. 14.

Inhalt.

ix

Construction zur Bestimmung der Distanzen.

§. 15. Gebrauch eines Sehnentmaassstabes dabei. §. 16. Wie zu verfahren, wenn die Orte nicht weit von einander entfernt sind. §. 17. Von den zur Zeichnung der Landcharten gehörigen Werkzeugen. §. 18.

Das. I.) Werkzeuge zum Ziehen gerader Linien.

II.) Zum Ziehen paralleler Linien. III.) Eigenschaften eines guten Reisbrettes. — IV.) Beschreibung von Kreisen — dahin gehörige Esengenzirkel. Das. V.) Kreisbogen von sehr grossen Halbmessern zu beschreiben. — Werkzeuge zur Verfertigung der Winkel das. XI.) Stücke einer Kugelfläche zu berechnen. §. 19. Den Inhalt einer Zone zu finden, nebst zugehöriger Tafel. §. 20. Gebrauch davon, den Inhalt eines Landes zu berechnen. §. 21. Ueber den Inhalt Deutschlands das. 5. 6.

Drittes Kapitel.

Von Zeichnung der Netze zu den Landcharten.

Ein Netz zu zeichnen, welches aus lauter geraden auf einander senkrecht stehenden Linien besteht. S. 23.

Ueber

rialprojection am Ende des 79sten Jhs an-
führe, um zu beweisen, daß man nunmehr in
dieser Schrift wohl keine Projectionsart ver-
missen wird, die auf irgend eine Art zu Land-
oder Himmelscharten angewandt worden ist.
Auch ist eine neue Kupfertafel hinzugekom-
men, welche zur Erläuterung der De la Hi-
reschen Aequatorialprojection erforderlich war.

Göttingen, im März 1804.

J. E. Mayer.

Vor Erinnerung

zur dritten Ausgabe.

Es sind seit der zweiten Ausgabe dieses Buches keine neue Entwerfungsarten von Landkarten bekannt geworden, welche der gegenwärtigen dritten erhebliche Zusätze oder Abänderungen verstattet hätten. Zwar haben Puissant (Traité de Topographie) und andere Theoretiker, welche seitdem über diese oder jene Projectionsarten geschrieben haben, auch auf die sphäroidische Gestalt der Erde Rücksicht genommen, und ihre Formeln darnach einzurichten gesucht. Aber der Practiker wird

wird finden, daß wegen der geringen Größe des Maasstabes, der gewöhnlich bei den Zeichnungen der Landkarten zum Grunde gelegt wird, auf solche Verbesserungen wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde, kaum Rücksicht genommen werden kann, welche, unabgesehen davon, daß selbst die wahre Größe der Abplattung der Erde noch sehr zweifelhaft ist, sich gar leicht in die Fehler verthüllen, welche auf so mancherley Weise von der Eingrumpung des Papiers bei dem Abdrucke der Landkarten, und von andern Ursachen herrühren können. Auch verlangt man von einer Landkarte, als einer Zeichnung, ihrer Natur nach nie die haarscharfen Bestimmungen, welche besser durch Rechnung erhalten werden können; und es wäre eckrig, von einer Landkarte zu fordern, daß sie z. B. geographische Längen und Breiten mit

Fünftes Kapitel.

Bezeichnung der stereographischen Projectionen, nach
den verschiedenen Standpunkten des Auges, auf
der Oberfläche der Erde.

Polarprojection §. 76. Stück derselben §. 77.

Aequatorialprojection §. 78. und 79. De la Hér
re's. — 2101

Horizontalprojection §§. 80. 81. und 82.

Anmerkungen über die perspectivischen Projectio-
nen, — Anwendung derselben auf Himmels-
charten — Meilenmaaßstäbe zu den stereogra-
phischen Projectionen — Den Halbmesser der
Kugel zu finden, nach welchem eine vorgege-
bene Projection gezeichnet worden. Die Meilen,
welche auf der stereographischen Projection um
die Mitte der Charte herum zur Messung der
Distanzen statt finden, sind halb so groß, als
diejenigen, die man erhalten würde, wenn
man den Halbmesser der Kugel, für welche eine
Projection verfertigt worden, in 860 gleiche
Theile theilte. — Schriftsteller über perspecti-
vische Projectionen. §. 83.

Sechstes Kapitel.

Orthographische Projection: §. 84. — 88. Ce

Centralprojection. §. 89.

Siebentes Kapitel.

Netze, u. Kugeln; oder Kugelsegmente — Tafel

dazu — Correctionen wegen der Zusammen

stehung des Papiers u. d. gl. §. 90. 1c.

I n h a l t.

E r s t e s K a p i t e l

Vorläufige Begriffe. Eintheilung der Charten.

§. 1.

In wie fern eine geographische Charte kein geometrischer Grundriß seyn könne. §. 2. Wozu eine geographische Charte eigentlich dienen soll. Ebendas.

Bedingungen, denen eine geographische Charte ein Genüge leisten soll. §. 3.

Geographische Netze. §. 4.

Allgemeine Uebersicht der verschiedenen Entwurfsarten. §. 5.

Z w e i t e s K a p i t e l

Hilfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten.

Was man unter der geographischen Lage eines Punktes auf einer Charte versteht. §. 6. 4.

Wdn

Mängel sehr vieler Hülfstafeln das. 6. Nothwendigkeit der Specialstafeln und anderer Hülfsmittel zur Verzeichnung neuer Charten. Das. 8 u.

Verzeichniß der Längen und Breiten mehrerer Oerter auf der Erde. §. 7.

Erster Meridian, von dem die Längen angerechnet werden. §. 8.

Ueber die Verschiedenheit der unmittelbar gemessenen Grade der Mittagskreise. §. 9.

Tafel für die Grade auf den Parallellkreisen, je nachdem man die Erde für eine Kugel oder für ein Sphäroid annimmt. §. 10.

Es ist verstatet, bey Verzeichnung der Landcharten die Erde für eine Kugel zu nehmen. Daselbst 20.

Geographische Maße. §. 11.

Tafel für die Grade auf den Parallellkreisen, unter der Voraussetzung, daß die Erde eine Kugel sey. §. 12. Wenn sie ein Sphäroid wäre. §. 13.

Bestimmung des Abstandes der Oerter auf der Erde. §. 14.

Construction zur Bestimmung der Distanzen.

§. 15. Gebrauch eines Sehnennmaaßstabes dabei. §. 16. Wie zu verfahren, wenn die Orte nicht weit von einander entfernt sind. §. 17. Von den zur Zeichnung der Landkarten gehörigen Werkzeugen. §. 18.

Das. I.) Werkzeuge zum Ziehen gerader Linien.

II.) Zum Ziehen paralleler Linien. III.) Eigenschaften eines guten Reissbrettes. — IV.) Be-

schreibung von Kreisen — dahin gehörige Stangenzirkel. Das. V.) Kreisbogen von sehr großen Halbmessern zu beschreiben. — Werkzeuge

zur Verfertigung der Winkel das. XI.) Stücken einer Kugelfläche zu berechnen. §. 19. Den

Inhalt einer Zone zu finden, nebst zugehöriger Tafel. §. 20. Gebrauch davon, den Inhalt

eines Landes zu berechnen. §. 21. Ueber den

Inhalt Deutschlands das. 5. 6.

D r i t t e s K a p i t e l.

Von Zeichnung der Netze zu den Landkarten.

Ein Netz zu zeichnen, welches aus lauter geraden auf einander senkrecht stehenden Linien besteht. §. 23.

Ueber

und der ganze Riß ist vollkommen dem Stücke der Erdoberfläche ähnlich, welches er darstellen soll, ob man ihm wenigstens so ähnlich gemacht werde, daß die Abweichung in keine Betrachtung kommen kann, weil die Krümmung eines solchen Stückes der Oberfläche, womit sich die practische Geometrie beschäftigt, gewöhnlich so gering ist, daß der Fehler, der daraus in einer Zeichnung auf dem Papier als einer Ebene, entstehen kan, völlig für Nichts gelten darf.

3. Ganz anders verhält sich hingegen die Sache bey einem so großen Stücke der Erdoberfläche, daß die kugelförmige Krümmung desselben merklich ist. Die Distanz von einem Orte zum andern auf der Kugel, kan jetzt nicht mehr als ein gerade Linie betrachtet werden, sondern sie ist ein Kreisbogen, und zwar ein Bogen eines größten Kreises, den man sich durch die beyden Orte auf der Kugel vorstellen muß; und nimmt man drey Orte auf der Kugel, so bilden ihre Entfernungen von einander, kein geradliniges, sondern ein sphärisches Dreyeck.

4. Wolte man demnach auf dem Papiere ein Dreyeck zeichnen, dessen drey Seiten sich wie die des erwähnten sphärischen Dreyecks verhielten, so würden die Winkel in beyden Dreyecken nicht
über

dochs Entwerfungsart §§. 38. und 39. Flamm-
steeds §. 40. Anwendung desselben zu Stern-
charten. §. 41. Zeichnung der Ekliptik i. E.
auf Himmelscharten das. II. Seecharten §. 42.
Dahin gehörige Plan- oder Plattcharten. §. 43.
Mercators Charten §. 43. Tafel für die wach-
senden Grade der Breite das. XII. Ein Netz
nach Mercators Art zu entwerfen. §. 45. Be-
stuck setzen; Mängel und Vorzüge verschiedener
Seecharten. Seeatlasse §. 46.

Netz, worauf jedes Stück der Erbofläche, nach
seinem wahren Flächenraume dargestellt wird.
§. 47. Hiezu gehörige Tafel das. VI. Zeich-
nung derselben. §. 48. Ein anderes Verfä-
hren. §. 50. Empfehlung desselben das. VII.
Tafel dazu das. VI. 5. Noch ein hieher ge-
höriges Verfahren. §§. 51. und 52. — An-
wendung zu Planisphären und Vortheile dessel-
ben vor perspectivischen Projectionen. §. 53.
Netz nach noch andern Bedingungen. §. 54.
Anwendung auf Coniglobien. §. 55. Ferner
von Coniglobien. §. 56.

Daß überhaupt das bisherige mit der Lehre von
den Trajectoriis zusammenhänge. §. 57. Hrn.
v. Seg-

Beybehaltung der Hehllichkeit des Ganzen und
 aller Theile, nicht anders, als auf einer Kugel
 selbst abbilden. Kugeln lassen sich aber nicht bey
 allen Vorfällen bequem handhieren, und sind sehr
 kostbar, besonders wenn sie einigermaßen ins
 Detail gehen sollen, und deswegen blühet man die
 Erde dennoch auf ebenen Flächen, oder auf Land-
 charten ab. — Aber damit ist dies nicht an-
 ders, als durch eine Veränderung der Gestalt
 und Lage der Theile ihrer Oberfläche möglich
 weil sich die Kugelränder nicht in eine Ebene
 bringen läßt; also muß hiebei allemahl die Hehl-
 lichkeit mit dem Originale verlohren gehen. Man
 muß sich demnach begnügen, wenn eine solche Ab-
 bildung nur einige Bedingungen der Hehllichkeit
 erfüllen kann, wenn sie nur übrigens nach einem
 solchen Gesetze entworfen ist, daß sich diejenigen
 Data bequem von ihr abnehmen lassen, welche
 nöthig sind, — durch Rechnung oder Zeichnung
 diese oder jene Dinge zum geographischen Ge-
 brauche genähet als auf der Charte selbst, be-
 stimmen zu können, z. E. Distanzen der Dörfer
 oder bey der Schifffarth die Lage eines Orts in
 Absicht auf diese oder jene Weltgegend u. dgl.
 Eine geographische Charte soll nur zu einer all-
 gemeinen Uebersicht eines Landes dienen; übrigens

aber

Fünftes Kapitel.

Bezeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde.

Polarprojection §. 76. Stück derselben §. 77.

Aequatorialprojection §. 78. und 79. De la Hire's.

Horizontalprojection §§. 80. 81. und 82.

Anmerkungen über die perspectivischen Projectionen, — Anwendung derselben auf Himmelscharten — Meilenmaaßstäbe zu den stereographischen Projectionen — Den Halbmesser der Kugel zu finden, nach welchem eine vorgegebene Projection gezeichnet worden. Die Meilen, welche auf der stereographischen Projection um die Mitte der Charte herum zur Messung der Distanzen statt finden, sind halb so groß, als diejenigen, die man erhalten würde, wenn man den Halbmesser der Kugel, für welche eine Projection verfertigt worden, in 860 gleiche Theile theilte. — Schriftsteller über perspectivische Projectionen. §. 83.

Sechstes Kapitel.

Orthographische Projection. §. 84. — 88. Cen-
tralprojection. §. 89.

Siebentes Kapitel.

Netze zu Kugeln; oder Kugelsegmente — Tafeln
dazu — Correctionen wegen der Zusammen-
ziehung des Papiers u. d. gl. §. 90. 1c.

Zeichnung einer Karte, -als daß sich bey dem
auch derselben, die geographischen Längen
Breiten der Orter leicht sollen finden lassen,
sien auf dem Papiere die Parallelzirkel und
Meridiane nur als gerade Linien gezeichnet wer-
den, welche sich alle unter rechten Winkeln und
gleichen Distanzen von einander, welche man
Grad bedeuten lassen könnte, durchschneidet.
Man könnte alsdann jeden solchen Raum,
der einen Grad bedeutete, an dem Rande der
Karte etwa noch in kleinere Theile, z. E. von
5 Minuten eintheilen, und dann die Orter
nach Angabe ihrer geographischen Längen und
Breiten in dies Reg eintragen, und so ließe sich
auch umgekehrt von einer bereits gezeichneten
Karte, zu diesem oder jenem Gebrauche, sehr
leicht wieder einen schon fertigen Plan und Meß-

brückte, und zu den ganzen Graden der Länge und Breite, die jenen Meridian und Parallele entsprechen, hinzusetzte.

2. Diese schon in den ältesten Zeiten als Kartographenart erfüllt, man zwar eine von andern angegebenen Bedingungen einer Landkarte, als jedes andere Verfahren, allein begreift, daß wenn man eine solche Karte geographisch auf der Erdoberfläche in sich fassen soll, die Figur der Länder und die wahren Distanzen durch sie nicht sehr von ihrem Original auf der Kugel abweichen werden, weil die Linien auf der Kugel nicht mit einander parallel, sondern sich alle in den Polen durchschneiden, also nach diesen Punkten auf der Erdoberfläche convergent sind, wodurch denn auch die Grabe auf den Parallelen abnehmen, so man sich den Polen nähert. Je mehr denn ein Land sich in der Breite erstreckt, desto mehr muß die Gestalt desselben auf einer Karte verzerrt werden, wenn man es nach der Größe der geographischen Länge und Breite so wie dieses in die Karte einträgt, und daher kann eine Karte dieser Art nur zu dem angegebenen bestimmten Zwecke, aber keinesweges dazu dienen, einen ohngefähren sinnlichen Begriff von der

der Ausdehnung eines Landes zu ver-
 Uebrigens hat diese Entwerfungsart den
 , daß die geraden Linien, welche auf dem
 e Meridiane und Parallelkreise vorstellen,
 die wahren auf der Kugel, unter rechten
 durchschneiden, welches einen besondern
 in der Schiffskunst verschafft, daher man
 t einiger Abänderung diese Einrichtung in
 differcharten beybehalten hat.

Weniger würde die Figur eines Landes
 itet werden, wenn man die Grade auf den
 kirkeln nicht denen des Meridians gleich
 sondern sie ohngefähr in demjenigen Ver-
 zu den Graden des Meridians nähme,
 etwa die durch die Mitte der Charte lau-
 Parallelgrade zu denen des Meridians ha-
 . h. wenn die äußersten Parallelkreise dem
 und 50ten Grade der Breite entsprächen,
 er mittelfte Parallelkreis der Charte dem
 Grad der Breite, so würde man die Grade
 ten Parallelkreisen, etwa in dem Verhält-
 es Cosinus von 30 Grad zum Sinus totus,
 nehmen, als die Grade auf den Meridia-
 dann würde noch immer der Vortheil (1)
 nden, aber die Länder, welche man in solche
 zeichnete, würden nicht mehr so sehr von
 ihrem

ihrem Urbilde auf der Kugel abweichen, und die Distanzen der Oerter würden mehr in ihrem wahren Verhältnisse stehen.

II. 1. Zu den Entwerfungsarten, welche Meridiane und Parallelkreise in dem Rete als gerade Linien erscheinen, gehört auch diejenige, wo zwar die Parallelkreise durch gleichlaufende, die Meridiane aber durch convergirende gerade Linien abgebildet werden, so daß wenigstens die Grade auf ein paar Parallelen, z. E. den äußersten der Karte, ihr richtiges Verhältniß zu den Meridianen haben.

2. Man begreift, daß durch diese Construction zwar in Ansehung der wahren Gestalt der in das Rete hinein gezeichneten Länder etwas mehr gewonnen wird, daß aber dennoch die Grade der übrigen Parallelen nicht in ihrem wahren Verhältnisse bleiben können. Auch stehen nunmehr die Parallelen nicht mehr auf den Meridianen senkrecht, sondern schneiden sie desto schief, je mehr sie den Meridianen nach dem Rande der Karte liegen, welcher Umstand dem das Eintragen der Oerter, und umgekehrt die Bestimmung der geographischen Länge und Breite eines jeden auf der Karte vorgegebenen Ortes erschwert. Zugleich fallen nunmehr auch die Meridiangrade selbst ungleich

lichem Falle denn die Abweichung von dem
nale auf der Kugel unmerklich wird.

III. 1. Am vortheilhaftesten scheint diese
Entwerfungsart zu seyn, deren sich Hr.
ne und andere Geographen bedient haben,
so viel als möglich die einzeln Vierecke, die
zwischen den Graden der Meridiane und Pa-
ren auf dem Nepe ergeben, denen auf der
Ähnlich zu erhalten.

2. Man gedente sich auf der Kugel einen
Weltkreis, der ohngefähr durch die Mitte des
es geht, welches man entwerfen will, und
eine Kegelfläche, welche die Kugel rings in
m Parallelkreise herum berührte, so kan man
Zone auf der Kugel, in welche das Land fällt,
mit einer eben so kreisten Zone der ge-

und bilde so das ihm entsprechende Süd-
Polezone ab.

2. Obgleich diese Vergleichung einer
kegelförmigen Zone mit der eines Kegels, nur
schmalen Zonen statt finden kan, welche ohne
den Fehler für kegelförmig angenommen zu
dürfen, so bahnt Hr. Bonne dieses Verfa-
hren doch auch auf beträchtlich breite Zonen aus,
er erhält vielmehr von der bisherigen Methode
folgendes Resultat:

3. Aus einem in dem mittelften Meri-
dian genommenen Punkte beschreibt er auf der zu
fertigenden Charte, mit einem Halbmesser, wo
der Weitenlinie jenes Kegels, von dem Pa-
an, in welchem er die Kugel berührt, bis zu
Spitze desselben, gleich ist, erstlich einen Kreis
und nunmehr andere concentrische Kreise, d. h.
zu 4. Graden der Breite, deren Werthe er
berechnet, und auf dem mittelften Meridiane
durch eine gerade Linie abgebildet ist, alle
gleichgroße genommen hat. Auf jeden
concentrischen Bogen trägt er nun gleiche
für die Parallelgrade, nimmt aber diese
überall in ihrem richtigen Verhältnisse zu den
den des mittlern durch die Charte gehenden
Meridians, so werden die übrigen Meridiane, n

nach einerley Weltgegend segelnden Schiffe so durch eine gerade Linie abbilden läßt.

2. Segelt nemlich ein Schiff nach einer gewissen Weltgegend, so macht die Richtung seines Laufs einen gewissen Winkel mit dem Meridian des Orts der Ausfahrt, und bleibt nun dieser Winkel immer derselbe, welchen Mittagsorts auf das Schiff durchstreicht; so sagt man, daß es immer nach einerley Weltgegend segelt, z. B. nach Nordost, wenn die Richtung seines Laufs, ein Meridiane, in die es gelangt, nach Osten hin unter einem Winkel von 45 Graden durchschneidet.

3. Wenn man eine Erbkugel zur Hand nimmt, und solchergestalt den Weg eines Schiffes verzeichnet, das immer alle Meridiane unter gleichen Winkeln durchstreicht, so wird man finden, daß dieser Weg eine besondere krumme Linie bildet, die sehr von einem Bogen eines größten Circul abweicht, wie sich auch schon daraus einsehen läßt, daß alle Meridiane nach den Polen zu convergiren, und also nicht von einer geraden Linie, oder eigentlich von einem größten Circul, unter gleichen Winkeln durchschnitten werden können. Diese krumme Linie schlingt sich nach Art einer Spirallinie mit unzähligen Windungen um den Pol, und bekommt von den Schiffen den Rahmen der Loxodrome.

im Aequator seinen Lauf nimmt. In allen
Fällen ist dieser loxodromische Weg eines
eine Art von Spirallinie auf der Oberfläche
der Kugel. Ihre Eigenschaften werden in der
Geometrie entwickelt, und gehören jetzt nicht
hierher. Indessen ist klar, daß man ebenfalls eine
Spirallinie erhalten würde, wenn man je-
des des Schiffs auf einer Charte verzeichnen
würde, worauf die Meridiane, wie die auf der Kugel,
von einem gewissen Punkte zu convergiren,
daß denn diese Verzeichnung dem Schiffer sehr
sehr nützlich würde.

§. Man läßt daher auf einer Charte zum
Nutzen der Schiffer, die Meridiane nicht con-
vergiren, sondern zeichnet sie als parallele gerade

Man sieht denn ist klar, daß eine Linie

Schiffer manche Vorteile verschafft, wie in der Folge noch mit mehrerem erwähnt werden soll.

5. Es erhellet indessen, daß bei einer solchen parallelen Lage der Meridiane, die Grade auf den Parallelkreisen, welche ebenfalls bei dieser Entwerfungsart durch gerade Linien abgebildet werden, sämmtlich von gleicher Größe ausfallen müssen, und also gegen die Grade der Meridiane nicht das richtige Verhältniß, wie auf der Kugel, erhalten würden, wenn man letztere auch von gleicher Größe machen wollte, weil die wahren Parallelgrade auf der Kugel, nach den Polen zu, wegen der Convergenz der Meridiane verjüngen.

6. Damit also doch wenigstens in jedem einzelnen Vierecke des Netzes, die überall gleich großen Parallelgrade ihr richtiges Verhältniß gegen die Meridiangrade erhielten, so hat man unter jedem Grad der Breite, einen Grad des Meridians auf der Charte, in demselben Verhältnisse vergrößert, in welchem er wirklich auf der Kugel größer, als der neben ihm befindliche Parallelgrad ist, dergestalt, daß also die Meridiangrade auf der Charte, nach den Polen zu, in dem Verhältnisse wachsen, wie die wirklichen Parallelgrade auf der Kugel nach den Polen zu abnehmen,

und so erhielt man denn Charten mit unüberlichen oder gleichgroßen Parabeln, aber nach den Polen zu wachsenden Längraden. Anstatt daß also z. E. unter dem Grad der Breite, ein Grad des Parallelkreis halb so groß als der unveränderliche Grad Mittagskreises auf der Kugel seyn würde, auf der Charte der letztere noch einmahl so groß als der erstere unveränderliche abgebildet.

nennt man Charten dieser Art, worauf alle Längrade einander gleich, die der Meridiane nach den Polen zu, immer größer werden, und mit wachsenden Graden, oder wachsenden Breiten, oder auch reducirt, hydrographische, ingleichen Mercators, oder math. Charten, weil Gerhard Mercator und Edward Wright zuerst die Theorie und Verfertigungsart dieser Charten gelehrt haben.

7. Auf einer solchen Charte werden nun freye Länder, zumahl nach den Polen zu, wo die Breite sehr groß ausfallen, merklich verkleinert. Aber der vortheilhafte Gebrauch, den Schiffer von dieser Entwerfungsart machen, ist bey weitem überwiegend, und wenn übrigens die Längen und Breiten der Oerter eingetragen sind, so können solche Charten

dennoch zu Verzeichnung anderer dienen, welche die wahre Figur der Länder verhältnißmäßiger zu ihrem Originale auf der Kugel, darstellen. Auch gewähren diese Mercators-Charten, wegen des Parallelismus ihrer Meridiane, die Bequemlichkeit einen Streifen um die ganze Erdoberfläche aneinanderhängend darzustellen, weil man bloß einzelne Theile dieses Streifens aneinander legen darf, um die ganze Zone zu erhalten, welches bey convergirenden und krummlinigten Meridianen nicht so gut angeht. So dient diese Einrichtung, mit einer Uebersicht zu übersehen, wie z. B. die Wohnungen der Thiere über der Erdoberfläche verbreitet sind, Ketten von Gebürgen u. dgl. unter einander zusammenhängen. Sieher Hrn. Prof. Zimmermanns *Specim. Zoologiae quadrupedum* (Lugd. Bat. 1777.) ingleichen dessen Versuch einer Anwendung der Zoologischen Geographie auf die Geschöpfe der Erde, nebst einer Zoologischen Weltkarte, Leipzig 1789. Bey der Klügelischen Encyclopädie ist von Hrn. Prof. Bode die Erdzone zwischen beyden Polarkreisen hydrographisch entworfen.

V. Lambert hat in seinen Beiträgen zur Mathematik, 2 Th. S. 105. u. f. einen
Auf.

loxodromischen Linie, oder der Linie des schiefen Laufs. Nur in wenigen Fällen verwandelt sie sich in einen größten Kreis, z. E. wenn ein Schiff gerade nach Norden oder Süden, d. h. in einem Meridiane selbst fortsegelte, oder auch, wenn es z. E. im Aequator seinen Lauf nimmt. In allen übrigen Fällen ist dieser loxodromische Weg eines Schiffs eine Art von Spirallinie auf der Oberfläche der Kugel. Ihre Eigenschaften werden in der höhern Geometrie entwickelt, und gehören jetzt nicht hieher. Indessen ist klar, daß man ebenfalls eine Art von Spirallinie erhalten würde, wenn man jenen Weg des Schiffs auf einer Charte verzeichnen sollte, worauf die Meridiane, wie die auf der Kugel, nach einem gewissen Punkte zu convergiren, und daß denn diese Verzeichnung dem Schiffer sehr nützlich seyn würde.

4. Man läßt daher auf einer Charte zum Gebrauche der Schiffer, die Meridiane nicht convergiren, sondern zeichnet sie als parallele gerade Linien. Denn, alsdann ist klar, daß eine Linie, welche alle diese Meridiane unter gleichen Winkeln durchschneidet, also der loxodromische Weg eines Schiffs, sich auf einer solchen Charte durch eine gerade Linie abbilden läßt, welches dem

nach einerley Methode, wie in den
 durch eine gerade Linie dargestellt werden soll.
 Wir wissen aber, daß bey einer solchen
 Abbildung der Meridiane, die Grade
 der Breite, welche ebenfalls bey die-
 sem Abbildung durch gerade Linien abgebil-
 det werden, sämmtlich von gleicher Größe aus-
 fallen, und also gegen die Grade der Re-
 meridiane nicht das richtige Verhältniß, wie auf
 der Kugel, erhalten würden, wenn man letztere
 von gleicher Größe machen wollte, weil sich
 der wahre Parallelgrad auf der Kugel, nach
 den Polen zu, wegen der Convergenz der Meri-
 diane verjüngt.

6. Damit also doch wenigstens in jedem
 einzelnen Vierecke des Netzes, die überall gleich
 großen Parallelgrade ihr richtiges Verhältniß ge-
 gen die Meridiangrade erhielten, so hat man
 unter jedem Grad der Breite, einen Grad des
 Meridians auf der Charte, in demselben Ver-
 hältnisse vergrößert, in welchem er wirklich auf
 der Kugel größer, als der neben ihm befindliche
 Parallelgrad ist, dergestalt, daß also die Meridian-
 grade auf der Charte, nach den Polen zu, in
 dem Verhältnisse wachsen, wie die wirklichen Pa-
 rallelgrade auf der Kugel nach den Polen zu abneh-
 men,

Plamipponen.

Hieher gehören die Funkschen Erdkör-
per, welche nach diesem Segnerischen Vorschlage
cht sind, und ohngefähr 3,6 Leipziger Zoll im
Durchmesser haben. Nach Funks Tode sind auch
mehrere von 10 Zoll im Durchmesser zu Stande
gebracht worden. Die Beschreibung davon findet
sich in einer Schrift, welche den Titel führt:
Beschreibung und Gebrauch des Funk-
schen Erdkörpers, oder der Erde nach
ihren verschiedenen Zonen, auf einem
der Kugelgestalt wenig abweichenden
Körper vorgestellt. Berlin und Leipzig 1788.
Sind nunmehr in Berlin in Hrn. Maurers
Handl. und in Leipzig im Intelligenzkomtoir,
Körper nach dieser Einrichtung um billige
Preise zu bekommen.

umständlich erläutern. Nunmehr muß ich aber auch noch das Allgemeine von den perspectivischen Entwerfungsarten, oder Projectionen, nach welchen die meisten Meße zu den Karten verfertigt zu werden pflegen, oder wenigstens sonst verfertigt worden sind, vorausschicken.

VIII. Man stelle sich vor, das Auge betrachte einen Theil der Erdoberfläche, aus einem gegebenen Standpunkte, und dieser Theil werde nun auf dem Papiere so gezeichnet, wie sich derselbe wirklich dem Auge darstellt, so heißt man eine Zeichnung dieser Art, einen perspectivischen Entwurf, oder eine Projection des vorgegebenen Stücks der Erdoberfläche.

IX. Um eine solche Projection zu verfertigen, gedent man sich vor dem Auge eine durchsichtige Fläche, z. E. eine Glastafel, und nun von jedem Punkte des dem Auge zugekehrten und zu entwerfenden Stücks der Erdoberfläche, eine gerade Linie oder einen Lichtstrahl nach dem Auge gezogen.

Wo ein solcher Lichtstrahl die Glastafel durchbohrt, hat man auf ihr den perspectivischen Ort, oder die Projection des ihm zugehörigen Punktes der Kugeloberfläche. Das Auge würde nemlich mehrere auf dieser Glastafel solchergestalt entworfenen Punkte in eben den Lagen gegeneinander wahr-

X. Da bey einer solchen Zeichnungsart Alles
en Standpunkt des Auges, oder auf den sa-
inten Augenpunkt ankommt, und sich mit der-
rerung dieses Standpunktes nothwendig auch
erspectivische Entwurf eines Gegenstandes auf
Glastafel ändern muß, indem jetzt die Licht-
en, die nach dem Auge gezogen werden, die
tafel in andern Punkten durchbohren, so ist
darauf bedacht gewesen, unter der unzähligen
ge von Standpunkten, die sich für das Auge
hl auf der Oberfläche der Kugel, als im In-
, oder auch ausserhalb derselben gedenken las-
vorzüglich auf solche Rücksicht zu nehmen,
e nicht nur eine leichte Verzeichnung des pers-
ectivischen Entwurfs auf der Tafel, sondern auch
möglichste Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem

der Erde, und zwar gerade dem zu entwerfenden Lande gegenüber, annimmt, so daß das Auge in einen ganzen Durchmesser der Erde von dem Mittelpunkte des zu entwerfenden Landes, absteht, und also im sogenannten Nadir des erwähnten Mittelpunktes sich befindet, die Tafel übrigens aber senkrecht auf jenem Durchmesser steht, d. h. eine solche Lage hat, mit der Horizontalfläche des Orts, dem das Auge gegenüber liegt. Man kann sich leichtlich hieby die Erdfugel als hohl vorstellen, und das Auge, als wenn es in die ihm gegenüberstehende Höhlung hineinsähe, zwischen welcher und dem Auge denn, die Glästaafel, oder die Ebene auf der der perspectivische Entwurf gemacht werden soll, sich befindet.

XII. Man heißt eine Projection dieser Art die stereographische Horizontalprojection, so wie denn alle Projectionen stereographisch heißen, bey denen der Standpunkt des Auges auf der Oberfläche der Kugel angenommen wird.

XIII. Gedent man sich das Auge in dem Mittelpunkte der Erdfugel, so giebt dies die Centralprojection, welche denn entweder auf die Horizontalfläche eines Orts selbst, oder auf eine mit ihr parallele Ebene gemacht werden kan, je nach-

Aufsatz über das Zeichnen der Landcharten gegeben, worin er manche bisher eben nicht sehr gebräuchlich gewordene Entwurfsarten zu diesen oder jenen Absichten vorschlägt, welche wirklich verdienten, mehr angewandt zu werden, z. B. Nege zu Charten, worauf sich durch eine leichte Construction die Distanzen der Orter genauer, als auf den gewöhnlichen Charten, bestimmen lassen, oder Charten, worauf alle Mittagskreise durch gerade Linien vorgestellt werden, welche sich sämmtlich in den Polen unter ihren wahren Winkeln durchschneiden, und worauf alle Grade der Meridiane einander gleich, oder wenigstens auf eine regelmäßige Art eingetheilt, die Parallelen aber sämmtlich als concentrische Kreise um den Pol herum abgebildet werden; Charten, worauf einzelne Theile oder auch ganze Länder das wahre Verhältniß ihrer Größe, oder ihres Inhalts bekommen, oder auch worauf man die Größe der bezeichneten Kugelfläche sogleich messen kan. Hieher gehört auch Anton. Mar. Lorgna (*Principi di Geographia astronomico-geometrica. Verona 1789*). Vorschlag, was auf der Erdoberfläche zwischen zweyen Parallelkreisen enthalten ist, auf dem Papiere durch einen gleichgroßen Kreisring darzustellen u. dgl. Man sieht leicht, daß die Erhaltung

tung

Die Meridiane und Parallelen auf dem perspectivischen Netze bilden, wenigstens in Aufsehung der Tafel, ihrem Originale auf der Kugel entsprechenden. Der Theil des perspectivischen Entwurfs, welcher dem Augenpunkte am nächsten liegt, fällt am die Linie herum, welche vom Augenpunkte senkrecht auf die Tafel gezogen wird, ist dem Halbe auf der Kugel am ähnlichsten, die Theile aber, welche sehr schief gegen das Auge liegen, werden auf der Tafel immer etwas verunstaltet, und zwar desto mehr, je größer jene Schiefe ist, so daß die äußersten Theile des Entwurfs oft sehr merklich von der wahren Gestalt auf der Kugelfläche abweichen.

XV. Hierinn liegt der Grund, warum man um gewisse einzelne Theile der Kugelfläche am ähnlichsten auf dem perspectivischen Entwürfe zu erhalten, den Augenpunkt immer in dem Nabe zu entwerfenden Stücks der Kugelfläche annimmt. Sollten daher z. E. die nördlichen Polarländer der Natur am gemäsesten ausfallen, so setzt man das Auge in den Südpol, und die Aequatorfläche alsdann die Tafel, worauf die Länder entworfen werden. Dieß giebt alsdann die stereographische Polarprojection, nach dergleichen Robert v. Vaugondy Charten von Rußland entworfen

wahrnehmen, wie sie ihm wirklich auf der Kugel erscheinen, weil die wahren Punkte auf der Kugelfläche, mit jenen auf der Glastafel, in geraden Linien liegen, und das Auge jeden Punkt nur in der geraden Linie empfindet, die von ihm nach dem Auge hingezogen wird.

X. Da bey einer solchen Zeichnungsart Alles auf den Standpunkt des Auges, oder auf den sogenannten Augenpunkt ankommt, und sich mit der Aenderung dieses Standpunktes nothwendig auch der perspectivische Entwurf eines Gegenstandes auf jener Glastafel ändern muß, indem jetzt die Lichtstrahlen, die nach dem Auge gezogen werden, die Glastafel in andern Punkten durchbohren, so ist man darauf bedacht gewesen, unter der unzähligen Menge von Standpunkten, die sich für das Auge sowohl auf der Oberfläche der Kugel, als im Innern, oder auch außerhalb derselben gedenken lassen, vorzüglich auf solche Rücksicht zu nehmen, welche nicht nur eine leichte Verzeichnung des perspectivischen Entwurfs auf der Tafel, sondern auch die möglichste Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem Originale auf der Kugelfläche verstatten.

XI. Es läßt sich zeigen, daß diesen Bedingungen am besten ein Genüge geschieht, wenn man den Standpunkt des Auges auf der Oberfläche
der

Christian Hofe, Prof. der Math. in Wittenberg, in seiner *Sciagraphia tractatus de projectivis*. Lipsiae 1717. mehr Aufmerksamkeit regt, und sie zu Landkarten einzelner Länder empfiehlt, deren er auch wirklich mehrere nach dieser Entwerfungsart für die ehemalige Pommerische Offizin in Rürnberg verfertigt hat. In Betracht aber, in welchem er diese Projection einander zu sehen versprochen, ist nicht erschienen, denn erst nach ihm Hr. Hofr. Kästner, welcher die Theorie davon aus den Regeln der perspectiv hergeleitet, und insbesondere auf analytische Formeln gebracht haben.

XVII. Bey der stereographischen Project ist das vielleicht etwas unnatürlich, daß man das Auge in die Höhlung der abzubildenden Kugelfläche hineinschauen läßt, da man doch Erbkugeln u. dgl. von außen, also von der convexen Seite, anzusehen gewohnt ist. Es wäre vielleicht eine solche Projectionart der Natur der Sache gemäßer, bey welcher man das Auge außer der Kugel annähme, die Tafel zwischen ihr und dem Auge, so als man perspectivisch abbildete, was das Auge von der convexen Seite der Kugelfläche aus dem Standpunkte übersähe.

vorfen hat. — Sollen aber Gegenben um den Aequator am wenigsten verunstaltet werden, so reht man das Auge ebenfalls in den Aequator, der zu entwerfenden Gegend gerade gegenüber, und die Tafel ist alsdann eine Ebene durch beyde Pole, also ein Meridian, senkrecht auf der Linie, die von einem Punkte der zu entwerfenden Gegend nach dem Auge gezogen wird. Dies giebt alsdann die stereographische Aequatorialprojection.

XVI. Wendet man diese Entwerfungsarten auf große Länder, auf einen ganzen Welttheil, oder auch wohl auf eine ganze Halbkugel an, so werden freylich allemahl die Theile der Projection, welche am meisten seitwärts zu liegen kommen, am wenigsten den Bedingungen ein Genüge leisten, daß die Größen der Länder ihr wahres Verhältniß behalten, und die Entfernungen der Orter sich mit einiger Genauigkeit messen lassen. Indessen ist doch die Abweichung von dem Urbilde auf der Kugel, um die Mitte der Projection herum, immer noch erträglich, und deswegen sind diese Projectionen schon lange zu geographischen Gebrauche empfohlen und angewandt worden. Auf die stereographische Horizontalprojection, welche zwar auch schon bey Ptolomäus und Varenius vorkommen, hat indessen vorzüglich erst Joh. Mat-

thias

den Seiten hinaus, ungemein zusammengezogen und verunstaltet, und wenn gleich keine perspectivische Entwerfungsart ein vollkommen getreues Abbildliches Bild, von dem Originale auf der Erde liefern kan, so daß in diesem Bilde die Distanzen der Oerter sich wie die wahren auf der Erde verhielten, und sich nach einem einfachen geraden Maasstabe messen ließen, so ist doch bey der orthographischen Projection, die Abweichung merklicher, als bey der stereographischen, und hat daher aus mehreren Gründen, den letzteren den Vorzug in der Geographie ertheilt. Ich werde indessen in der Folge auch das Nöthigste von den orthographischen Projectionen beybringen.

XIX. Bey allen diesen Entwerfungsarten nimmt man die Erde für eine vollkommenene Kugel, weil die Abweichung davon zu unmerklich ist, als daß man sie bey Landcharten in Betrachtung ziehen dürfte, zumahl da die Lagen der Oerter auf der Erdoberfläche noch lange nicht so genau bestimmt sind, daß man auf einen Unterschied von einigen Meilen, dergleichen die sphäroidische Figur bey Messung großer Distanzen hervorbringen kan, sollte Rücksicht nehmen müssen. Indessen haben doch Lomiz im deutschen Staatsgeographus, und neuerlich Schubart (Nov. Act.

(9)

j. Petr. T. V. VI.) und Carl Scherfer
 Abhandlung über die geographische und
 topographische Projection eines bey
 dem Pole zusammengebrachten Ellipsoids,
 ne auch über die Figur des Erbschattens
 in Mondsfinsternissen. Wien 1778) auch
 diesen Unterschied zu berechnen gelehrt. Er ist
 zwar für die Theorie wichtiger, als für die Aus-
 führung, mehr ein Gegenstand der Berechnung, als
 der Zeichnung, und man bleibt daher bey der sphä-
 rischen Figur, da ausserdem bey dem Abdrucke des
 Kupfers die Gestalt der Erde ungleich mehr ellip-
 sisch wird, als sie an und für sich ist, indem das
 Papier bey dem Trocknen sich anders in die Länge,
 als in die Breite zieht, und die Erde bald läng-
 lich, bald abgeplattet erscheinen kan, je nachdem
 es Kupfer abgedruckt wird. In manchen Fällen
 ist dieser Unterschied, den die Eingrumpfung des
 Papiers in den Fugen der Letter auf einer
 harte verursacht, so erheblich, daß man mehr dar-
 auf zu achten hat, als auf die sphäroidische Ge-
 stalt der Erde.

XX. Endlich gehören zur Zeichnung der
 Karten auch die Segmente, womit die Ober-
 flächen der Kugeln überzogen werden. Solche
 Segmente stellen Stücken der Erdoberfläche zwischen
 Wapens Geom. 4r Th. E zwey

zwey Meridianen vor, dergestalt, daß wenn man diese Stücke auf eine Kugel klebt, sich die Grade zu derselben in die Meridiane der Kugel krümmen, wobey man denn allerdings das Papier, worauf die Zeichnung ist, bey'm Aufstehen auf die Kugel, etwas dehnen muß, weil geradezu keine Ebene gekrümmt auf eine Kugelfläche passen kann. Man macht solche Streifen oder Segmente nicht sehr breit, damit jene Dehnung oder Krümmung keine Falten oder Runzeln verursache, und festsetzt sie zuvor an.

XXI. Solche Segmente oder Stücke derselben zwischen zwey Parallelen, lassen sich einzeln auch als Landcharten brauchen, auf welchen die Distanzen der Orter ziemlich genau den wahren auf der Kugel entsprechen. Vorschriften zur Verzeichnung derselben, finden sich schon bey'm Bion (Mathematische Werk schule) und noch in ältern Werken; Theorie solcher Verzeichnungen und genauere Vorschriften geben Pieter Smit in seiner *Cosmographia of: Verdeelinge van de geheele Wereld*. 1720 Hr. Hofr. Kästner in *Comment. Soc. Reg. Sc. Goetting* 1778. *De la Lande* *Astronomie* §. 3887. der 2ten Ausgabe, und mehrere Schriftsteller.

XXII. Man hat auch Netze von Landcharten, womit Kugel überzogen werden können, deren einer allemahl z. E. die halbe Kugel vorstellen kann, und ein Cörtglobiun genannt wird. Allein der Gebrauch davon ist nicht viel besser, als der von Planiglobien, d. h. wo die halben Kugeln bloß auf Ebenen abgebildet sind.

Zweytes Kapitel.

Hilfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten.

§. 6.

I. Jeder Entwurf von einem Theile der Erdoberfläche, er sey nun nach welchem Gesetze man will, gezeichnet, verdient erst den Rahmen einer Landcharte, wenn alle Bestimmungen der Orter sich auf astronomische Observationen, richtige Feldmesserarbeiten, und genaue historische Nachrichten über den Zustand eines Landes und der Beschaffenheit seiner Theile, gründen. Dieß sind geographische Hilfsmittel. Andere bestehen bloß in Sachen, welche zum Zeichnen selbst gehören, geometrische Hilfsmittel, die als Vorbereitungen

tungen zur nöthlichen Handanlegung, auch wohl zu einem richtigen Gebrauche der Landcharten dienen.

2. Wer die Mannichfaltigkeit von Dingen die auf Charten abgebildet werden sollen, erwägt wird einsehen, daß man mit einem ziemlichen Vorrathe, zumahl von geographischen Hülfsmitteln versehen seyn muß, wenn man in Betracht der bereits vorhandenen Charten, etwas Neuere und Brauchbareres zu Stande bringen will, daß aber auch alle diese astronomischen, geodätischen und historischen Data nichts nützen, wenn sie nicht mit Wahl, Critik und Beurtheilungskraft angewandt werden.

3. Eine vorgegebene Charte bloß nachzusehen, sie allenfalls zu verjüngen, oder, was noch schlimmer ist, gar zu vergrößern, oder aus mehreren eine andere zusammenzuflicken, heißt noch nicht, eine neue Charte verfertigen. Man muß diese oder jene Angaben auf bereits vorhandenen Charten sorgfältig mit einander vergleichen, prüfen, die Abweichungen bemerken, nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit ein gewisses Mittel daraus zu ziehen wissen, und keinen Punkt eher in das Netz der Charte eintragen, als bis man sich von seiner Lage so weit versichert hat, als es
nur

nur nach den besten darüber vorhandenen geographischen Angaben, historischen Nachrichten, Reisebeschreibungen und Landkarten möglich ist. Größtentheils ist dieß eine mühsame und weitläufige Arbeit, und mögte wohl selten, dem, der als Tagelöhner für diese oder jene Landkarten-Officinen arbeitet, bezahlt werden. Indessen ist hier die Rede nicht von dem, was gewöhnlich geschieht, sondern was die Wissenschaft befiehlt, und wozu derjenige verpflichtet ist, dessen Amt es mit sich bringt, an der Vervollkommenung der Geographie zu arbeiten.

4. Unter der geographischen Lage eines Punktes auf einer Charte, versteht man nicht seine Lage gegen andere (denn die ändert sich nach Beschaffenheit der Projectionsart), sondern den Ort, wo der Punkt, ohne Rücksicht auf andere, nach Maassgabe seiner richtig eingetragenen geographischen Länge und Breite, hinfallen würde.

5. Da mehrere Oerter auf einer Charte unter sich selbst nie vollkommen die Lage bekommen können, die sie wirklich auf der Kugelfläche gegen einander haben, sondern, nach Beschaffenheit der Projectionsart, bald mehr, bald weniger davon abweichen, so ist klar, daß man auch beim Abtragen der Oerter von dieser oder jener Hülfscharte

Charte auf eine neu zu verfertignde, sich nach ihren gegenseitigen Lagen auf der Hülfscharte richten, und sie etwa, nach Verhältniß respectiven Entfernungen von einander, oder der geometrischen Triangularmethode in die neue Charte eintragen dürfte, sondern jeder Punkt für sich allein, ohne Rücksicht auf andere, bloß nach seiner Länge und Breite, auf der Hülfscharte abgetragen werden müsse, und dies, bey den Großen Verschiedenheit der Projectionen, die bey diesen oder jenen Charten gebraucht worden, der einzige Weg sich derselben richtig zur Verfertigung neuer Charten zu bedienen.

6. Wenn man auf einer Hülfscharte Orts Länge und Breite bestimmen will, nach dem derselbe eingetragen worden, so muß auf der Charte sich das Projectionsgesetz befinden, welchem sie verfertigt worden ist. Auf den Charten findet sich auch nicht eine Spur davon, welches kein gutes Vorurtheil für eine solche Charte erregt, und ihren Gebrauch sehr schwer. Denn wer eine solche Charte prüfen, sich ihrer wieder zu andern bedienen will, nothwendig wissen, ob durch die gewöhnlich an den Rande derselben bemerkten Grade der Länge

Breite, gerade Linien oder Kreisbogen gezogen, und im letztern Falle, wie groß die Halbmesser derselben genommen worden sind, sonst ist es unmöglich, die Längen und Breiten der Oerter richtig abzufassen, und die Angaben mit denen auf andern Charten zu vergleichen. Ist demnach das Netz auf der Charte nicht vorhanden, so muß man es erst suchen, und dies ist oft eine mühsame und unsichere Operation, die indessen lehrt, wie nöthig dem Landartenverzeichner eine Kenntniß der verschiedenen Projectionsarten sey, um sich der Hülfscharten richtig bedienen zu können. Ueberhaupt wird man denn auch in der Wahl solcher Charten glücklicher seyn, wenn man weiß, wie sie verfertigt worden, und wie man sie nach dem darauf befindlichen Netze zu prüfen habe.

7) Die Charten, welche zur Zeichnung neuer, als Hülfsmittel gebraucht werden, sind nun entweder Generalcharten über ganze Welttheile und Provinzen, oder Specialcharten, welche sich nur über einzelne Theile einer Provinz erstrecken, zu welchen denn auch die topographischen und geometrischen Charten gehören, die noch mehr ins Detail gehen, aber sich auf richtige Feldmesseroperationen gründen müssen. Schiffercharten sind wichtig in Ansehung der Seeküsten, Inseln u. dgl.

8. Solcher Specialcharten muß man sich, so viele als möglich, zu verschaffen suchen. Denn sie sind die vorzüglichsten Hülfsmittel zur Vervollständigung der Generalcharten, und zur Verbesserung der Geographie überhaupt. Aber es hält schwer, sie in hinlänglicher Menge zu bekommen, und zu wahl solche, auf deren Richtigkeit man sich verlassen kann. Indessen können auch unvollkommene Charten nützlich seyn, weil manche Fehler, welche darauf erheblich sind, vielleicht auf einer Generalcharte verschwinden, oder doch nicht in Betrachtung gezogen werden. Manche sind vielleicht in Ansehung der Lage der Oerter mangelhaft, empfehlen sich aber doch durch andere Umstände, z. E. durch eine richtige Benennung der Oerter, also durch die Rechtschreibung, und können demnach immer benutzt werden, oder zu Vergleichen dienen, welches immer der einzige Weg ist, etwas erträgliches zu liefern, so lange nicht ein Land, wie z. E. Frankreich, unmittelbar gemessen worden ist. Uebrigens darf ich wohl nicht erinnern, daß der Werth einer Specialcharte nicht nach der Schönheit ihrer Zeichnung oder ihres Stiches beurtheilt werden darf, wenn es nicht leider gar zu oft der Fall wäre, daß man eine schöne Charte, auch für eine richtige hält.

ich viele Angaben imo, obwohl wohl keines-
falls. In den meisten Generalcharten sind
aber die Gränzen höchst fehlerhaft bestimmt,
man darf nur meines Vaters Germania cri-
sehen, um sich zu überzeugen, wie sehr
in einem Lande, von dem man doch eine
Specialcharten aufzuweisen hat, diese Be-
gränzen noch von einander abweichen. Eben-
so steht es mit dem Laufe der Flüsse aus,
sich, an denen doch so viele große Städte,
besonders am Rheine, liegen, dessen Lauf im Gan-
zen, sich zwar durch die geographische
Lage dieser Städte ergibt, aber in Ansehung ein-
zelner Krümmungen, immer noch sehr
unvollkommen angegeben ist, und mehrerer Verich-

einzelne Heuter, Landshauptmannschaften, Stetten, Drosteyen, und andere größere Besitz- und Gebiete erstrecken, und solche Dinge enthalten, welche auf größern Charten angemerket werden pflegen, als Dörfer, Weiler, Flecken, Städte, Schlösser, Flüsse, Gräben, Heiden, Waldungen, Post-, Land- und Heerstraßen, was dahin einschlägt, Fahren, Brücken, Zäune und Mauern, Unterweilen werden Charten, besondern Absichten verfertigt, z. E. zur alten Geschichte, worinn denn zerfallene Schlösser, Ueberbleibsel von Schanzen, Gräben, Canälen, und andere merkwürdig gewesene Dinge vorgetragen müssen; Charten, welche zur Erläuterung der Naturgeschichte gehören, wie z. E. Zimmermanns Zoologische Chartre, Hrn. Hofrath Gatterers Wettercharte u. dgl. Charten, worinn vorzüglich der Lauf der Flüsse gesehen wird, Postcharten, Gränzcharten u. s. w.

11. Die letztern sind vorzüglich dem Geographen, Historiker und Statistiker wichtig, und den welcher Generalcharten verzeichnen will, unentbehrlich. Allein bey der großen Unbestimmtheit und dem Labyrinth, welches bis jetzt noch in der richtigen Angaben der Gräzen einzelner Districte herrscht, muß man freylich auch noch historisch

Nach

brachten, Urkunden, Reisejournale u. dgl. mit Specialcharten verbinden, wenn man etwas Interessantes liefern will, als man schon hat. Die Gränzen strengig, so sollten sie durch besondere Merkmale auf den Charten angezeigt werden. Ausgemachte Gränzen sind, welche durch Vergleich, Meß, richterlichen Ausspruch, Beschluß, Erbachtheilungen, Vermarkungen, Zeichnungen, oder durch natürliche Merkmale, wie einen Fluß, eine Seehüste u. s. w. festgesetzt werden. Was von Zeit zu Zeit mit den politischen Gränzen ganzer Reiche, und einzelner Dinge, sich Veränderungen vor sich gehen, muß der Geograph sorgfältig aufzeichnen, um erforderlichen Falls davon Gebrauch machen zu können. Wie wichtig demnach solche Nachrichten sind, um selbst Specialcharten, die schon mehrere Jahrzehende alt sind, richtig als Hülfscharten gebrauchen zu können, bedarf keiner weiteren Erläuterung.

12. Eine Landcharte soll der Orts- und Beschreibung derjenigen Provinz gemäß seyn, die sie abbilden soll. Hier finden sich nun in gewöhnlichen Charten nicht selten sehr große Mängel, indem bald Flecken und Dörfer als Orte angegeben sind, bald ein Berg, ein Fluß, eine Gränze wohin gezeichnet ist, wo nichts von die.

diesen Dingen zu finden ist, bald Bezeichnungen und Benennungen vorkommen, die nicht mit dem Ort und Landesbeschreibung übereinstimmen. Auch sind oft wichtigeörter ganz ausgelassen und andere hineingezeichnet, welche man in der Ortsbeschreibung vermisst, weil sie in der Beschreibung fehlerhaft sind. Diese und mehrere Unvollkommenheiten in den Charten rühren daher, daß so viele sich mit Vorfertigung derselben abgeben, welche theils ihrer Phantasie zu sehr frey Lauf lassen, theils ohne hinlänglichen Vorrath historischer und geographischer Hilfsmittel in dieser Arbeit schreiten, theils auch sehr häufig gar nicht einmal die Kenntnisse der Geometrie und haben, welche zu einer solchen Arbeit erforderlich sind.

13. Wenn ich hier zum Behufe der Landchartenzeichner nur eine Liste der vorzüglichsten geographischen Werke, Orts- und Landesbeschreibungen, Reisejournale, General- und Specialcharten über die verschiedenen Länder, Provinzen und Gebiete, entwerfen wollte, so würde dieß allein schon ein Gegenstand einer eigenen Schrift seyn; noch weniger kan ich mich hier auf die Beurtheilung des Werths dieser einzelnen Hilfsmittel einlassen. Indessen ist es rathsam, sich ein Repertorium

um über diese Gegenstände zu halten, und in
selben die jährlich immer noch hinzukommenden
Hilfsmittel einzutragen, damit man erforder-
lichen Falls sie nicht erst aus andern Büchern
zusammensuchen muß.

14. Es ist sehr unangenehm, daß auf vielen
Charten weder der Name des Verfertigers,
noch die Aufsicht, unter der sie verfertigt worden,
noch die Jahreszahl zu finden ist. Ich will nicht
sagen, daß dieß gerade immer ein schlechtes
Zeichen von einer solchen Charte erregen muß,
es gewiß sind solche Charten häufig von Puschern
gemacht, oder Nachstiche von andern, worauf
keine einmahl gehörige Sorgfalt verwendet worden.
Die Jahreszahl ist um so nöthiger auf einer
Charte zu bemerken, da durch Friedensschlüsse,
Verträge u. dgl. von Zeit zu Zeit erhebliche Aende-
rungen in den Gränzen, Abtheilungen einzelner
Provinzen u. dgl. vorkommen.

Bei dem Gebrauche der Reisejournale muß
alles einer gründlichen Untersuchung und Ver-
sicherung unterworfen, und in der Wahl vorsichtig
seyn. Viele Reisebeschreibungen rühren von Leu-
ten her, die nicht allemahl mit den nöthigen geo-
graphischen, physischen, mathematischen und histo-
rischen Kenntnissen versehen waren, und ihr Jour-
nal

nall entweder aus andern Büchern, oder aus unsichern mündlichen Nachrichten zusammengestopelt haben.

15. Ein ziemlich starkes Verzeichniß von den brauchbarsten, sowohl allgemeinen, als speciellen Charten und Reisebeschreibungen, findet man in Hrn. Hofrath Gatterers Abriß der Geographie, Gött. 1775. Neuere Charten und Reisejournale in Büschings seit 1773 herausgegebenen wöchentlichen Nachrichten von neuen Landcharten, geographischen, statistischen und historischen Büchern und Sachen. In Canzlers wöchentlichen Nachrichten, Fabris geographischem Magazin, Zimmernmanns geographischen Annalen und andern ähnlichen Werken. Auch das Intelligenzblatt der allgemeinen Literaturzeitung ertheilt sehr brauchbare Nachrichten von neuen Charten, die von Zeit zu Zeit erscheinen.

In Pfennigs Anleitung zur Kenntniß der mathematischen Erdbeschreibung, Berlin und Stettin 1779. ist eine große Menge von Landcharten, mit critischen Bemerkungen darüber, zu finden.

Die Homännische Landchartenofficin in Nürnberg hat ehemals Landchartencataloge, deutsch und

mit französisch, herausgegeben, und in der Folge: Supplemente dazu geliefert. Catalogue general des meilleurs cartes geographiques et topographiques, plans des villes, lièges et batailles et autres pieces publiées jusqu'ici en Europe. a Paris chez David le pere, libraire, et a Nuremberg au bureau de la société cosmographique des heritiers d' Homann. 1752. Ist mit mehreren Supplementen einige Zeit hindurch fortgesetzt worden.

Repertorium zur Charte von Deutschland in 10 Blättern, zum bessern Gebrauche und Verständnisse gedachter Charte herausgegeben von D. J. Soßmann 1793. Enthält critische Nachrichten über die vornehmsten Charten von Deutschland.

Repositoryum für die neueste Geographie, Statistik und Geschichte von P. J. Bruns und E. A. W. Zimmermann, I. Band 1792. II. Bd.

16. Man sollte erwarten, daß unter den 4000 bis 5000 Originalcharten, die man jetzt wohl zusammenbringen dürfte, wenigstens ein großer Theil, uns mit den wahren Lagen der Oerter und Länder, die sie abbilden sollen, bekannt machte. Allein wie sehr findet man sich hier betrogen.

krogen. Einige Länder und einzelne Provinzen ausgenommen, herrscht in den meisten Charten noch so viel schwankendes und unbestimmtes, und der richtigen Ortsbestimmungen sind gegen das Ganze einer genauen Länderkunde noch so wenige, daß das Meiste noch dem Fleiße nachfolgender Astronomen und Geographen zu ergänzen übrig ist. Die wenigsten Specialcharten, die man auch zum Theil bey Landchartenverlegern antrifft, und bey größern Charten gebraucht worden sind, gründen sich auf wirkliche Feldmessenoperationen; sie sind gewöhnlich entweder von Ingenieurs in Kriegszeiten nur nach dem Augenmaße aufgenommen worden, oder sie rühren von Feldmessern her, die oft kaum im Stande waren, ein Dreyeck richtig zu vermessen, vielweniger zu orientiren, und daraus richtige Ortsbestimmungen, in Ansehung der geographischen Länge und Breite, herzuleiten, oder sie sind von Reisenden und Gelehrten nur aus ohngefähren Meilenangaben zusammengeflickt worden. Hier gehört viel Beurtheilungskraft dazu, den Werth dieser oder jener Angaben zu bestimmen, und sie zu Verfertigung neuer Charten zu benützen.

17. In keinem Reiche sind wohl so viel kostbare und genaue Messungen zur Berichtigung

Geographie desselben vorgenommen worden, als in Frankreich.

Was man diesem Lande nur allein in Ansehung der wahren Gestalt der Erdfugel zu verdanken hat, bedarf hier gar keiner Erwähnung. Ich rede nur von der Charte von Frankreich, welche durch die Arbeiten der Hrn. Dom. Cassini, Maraldi, Jacob Cassini, und Cassini de Thury zu einer Stufe der Vollkommenheit gelangt ist, deren sich keine Charte irgend eines andern so großen Reiches rühmen kan. Es wurden hiezu allein 17 Grundlinien gemessen, und 3 Meridiane gezogen, und alle erheblichen Orter sind durch unmittelbar gemessene oder berechnete Abstände auf diese Linien bestimmt worden. Auch wurden selbst sehr viele Orter benachbarter Länder mit in die Triangelreihe von Frankreich gezogen, und dadurch mit diesem Lande in eine richtige geographische Verbindung gebracht. Den Messungen des Hrn. Cassini de Thury, welcher im Jahre 1746 den Eroberungen des Marschalls von Sachsen folgte, haben wir eine genaue Charte von Flandern, und den übrigen Niederlanden zu verdanken, wohin insbesondere die *Carte chorographique de Pays bas autrichiens par Mr. le Comte de Ferraris* (Bruxelles 1777. auf 25 Blättern) zu rechnen ist.

18. Im Jahr 1762 gieng Cassini nach Deutschland und verlängerte die Perpendicularlinie auf den Meridian von Paris, bis in Oesterreich, bey welcher Gelegenheit wir viele genaue Ortsbestimmungen in den Rheingegenden, Schwaben, Bayern, Niederösterreich, und andern Districten erhalten haben. *Relation d'un voyage en Allemagne, qui comprend les operations relatives a la figure de la terre et a la geographie particuliere du Palatinat, du Duché de Wurtemberg etc. etc. par Mr. Cassini de Thury. Paris 1765.* Zu hoffen ist, daß wir nach und nach auch einen richtigen, auf trigonometrische Messungen sich gründenden Generalatlas von Deutschland erhalten. Einzelne Aufnehmungen der böhmischen, schlesischen und sächsischen Provinzen, die durch den siebenjährigen Krieg veranlaßt wurden, und andere Hülfsmittel, liegen indessen noch größtentheils unbenützt. Der Eifer, mit dem über mehrere Fürsten Deutschlands für die Beförderung der Astronomie und Geographie besorgt sind, läßt große Vortheile auf die Zukunft hoffen. Durch die Bemühungen einzelner Astronomen, haben wir jetzt schon von viel mehreren Orten in Deutschland richtige Bestimmungen, als zu der Zeit, da mein Vater seine critische Cha-

9. Gute Specialcharten gewähren insbesondere den Vortheil, daß man aus ihnen den Lauf der Gränzen, Flüsse, Poststraßen u. dgl. herausnehmen, und in die neu zu verfertigende eintragen kann. Wie wichtig, aber auch wie unvollkommen gewöhnlich diese Angaben sind, bedarf wohl keines Beweises. In den meisten Generalcharten sind insbesondere die Gränzen höchst fehlerhaft bestimmt, und man darf nur meines Vaters *Germania critica* ansehen, um sich zu überzeugen, wie sehr selbst in einem Lande, von dem man doch eine Menge Specialcharten aufzuweisen hat, diese Bestimmungen noch von einander abweichen. Ebenso schlecht steht es mit dem Laufe der Flüsse aus, selbst solchen, an denen doch so viele große Städte, wie an dem Rheine, liegen, dessen Lauf im Ganzen genommen, sich zwar durch die geographische Lage dieser Städte ergibt, aber in Ansehung einzelner erheblicher Krümmungen, immer noch sehr unvollkommen angegeben ist, und mehrerer Berichtigungen durch gute Specialcharten bedarf.

10. Specialcharten, welche zur Geographie gebraucht werden, sollen keine Flurcharten seyn, d. h. Acker, Wiesen, einzelne Gebäude und dergleichen Dinge enthalten, welche nur für die Saal- und Lagerbücher gehören. Aber sie müssen sich über ein-

phische Charten dieser Länder zu erhalten, wozu Dr. B. selbst sehr vieles beigetragen hat. Von Aethiopen hier gehöriges findet sich auch in *Baugge observat. astronomicis annis 1781—1783 in Observatorio Regio Havnensi institutis Havniae 1784*. Diese Schwedische Ortsbestimmungen s. m. in den *Kongl. Vetenskaps Acad. nya Handlingar 1807 und 1808*. von Hrn. Hallström mitgetheilt.

20. Rußland hat von mehreren einzeln Districten neuere richtigere Messungen aufzuweisen, welche hoffentlich noch fortgesetzt werden. Die *Nova Tabula Imperii Russici edita 1787* auf 3 Blättern im größten Format, war bis jetzt die beste und vollständigste Charte von diesem ungeheuren Reiche, worin aber gewiß noch vieles zu berichtigen übrig ist. Von einem Russischen Atlas auf 109 Blättern s. m. die *Allg. Geogr. Eph. 301 B. S. 86*.

Im Jahre 1766 mußte der P. Piesgang über Grube auf der Erde, mit möglichster Genauigkeit durch fünf von 22 Dreiecken, welche sich von Sobieschlag, einem Dorfe ohnweit Brunn in Mähren, aufstiegen, und bey Waraschein in Croatien, endigten. Bey dieser Gelegenheit wurde die Lage mehrerer Dörfer in diesen Gegenden bestimmt.

stimmt. Man s. weiter hievon in *Liesganig dimensio graduum Viennensis et Hungarici. Viennae 1770.* Von dem Königreiche Ungarn hat man insbesondere einen schönen Atlas von dem Hrn. I. de Liptsky. (*A. Geogr. Eph. 22r B. C. 210.*) Ferner hat das geographische Institut zu Weimar eine große topographisch-militairische Charte von Preußen, Warschau, Galizien, Ungarn, Croatien, Siebenbürgen und Slavonien auf 217 Blättern herauszugeben angefangen (*A. G. Ephem. 35r B. C. 335.*). Auf eine ähnliche Art haben andere Gradmessungen, z. E. die von Beccaria in Piemont, zwischen Turin und Andra, die von Boscowich und le Maire zwischen Rimini und Rom, die von Mason und Dixon in den Provinzen Pensilvanien und Maryland in Nordamerika u. s. w. schätzbare Charten einzelner Districte veranlaßt.

22. Engelland hat zwar sehr viele sauber gezeichnete Charten aufzuweisen. Aber nach Bradleys Geständnisse selbst, waren noch im Jahre 1762 sehr wenig richtige Ortsbestimmungen vorhanden. Indessen hat die letztere, durch Hrn. General Roy mit äußerster Sorgfalt vorgenommene Messung einer Grundlinie auf Hounslow Heath, unweit London, welche als Basis zu einer Hauptver-

ver-

vermessung in England, und dessen Verbindung mit dem festen Lande, dienen sollte, Gelegenheit gegeben, die Lagen vieler Oerter daselbst zu berichtigen. Nachrichten von diesen Arbeiten in den *Phil. Transactions* 1785. No. 23. 1787. No. 19. 1790. No. 12. Man sieht mit Verlangen dem weiteren Fortgange dieser Arbeit entgegen.

23. Das Jahr 1769 ist durch die Beobachtung des Durchgangs der Venus durch die Sonne, insbesondere auch für die Geographie merkwürdig gewesen, indem die allerwärts ausgeschieden Astronomen bey dieser Gelegenheit überall Ortsbestimmungen unternahmen. Hr. Wales, der nach der Hudsonsbay gesandt wurde, bestimmte daselbst mehrere Plätze, in welcher Gegend auch Hr. Turnor, innerhalb dem 54ten und 47ten Grad der Breite, mehrere Oerter, und unter diesen auch die Lage des westlichsten aller europäischen Etablissements, nemlich die Lage von Hudsonshouse (man sehe weiter unten in der Tafel der geographischen Längen und Breiten) astronomisch bestimmt hat.

24. Was man reisenden Seefapitainen und Schiffen, namentlich Portlof, Dixon, Mearse, Douglas, Etches, Colnet, Duncan, Johnstohn, Berkley, Cook, Dalrymple, Carver,

der, la Peyrouse u. a. für neue Entdeckungen und Berichtigungen zu verdanken hat, ist hier zu umständlich zu erwähnen; etwas davon in einem Auszuge kan man in Hrn. Prof. Zimmermanns Annalen, VIII. Stuck. 1790. nachlesen.

Sehr wichtig ist unter andern auch die *Voyage de d'Entrecasteaux envoyé à la recherche de la Peyrouse.* a Paris 1808. Tom. I. II. nebst einem Atlas im größten Format von 39 Charten, von Beautemps de Beaupré, Ingen. Geographie. Diese Reise enthält sehr viele genaue Ortsbestimmungen insbesondere auch der Südsee-Inseln. Was die Reisen der Hrn. v. Humboldt, v. Krusenstern u. a. für wichtige Resultate für die Geographie geliefert haben, ist zu bekannt, als daß es hier einer weitern Ausführung bedürfte.

25. Die neuesten Entdeckungen in Amerika hat insbesondere Hr. Jefferys in seinem großen amerikanischen Atlas benützt. *The american Atlas or geographical description of the whole continent of America etc.: and chiefly the british Colonies composed from numerous Surveys by Major Holland Evans, Soull, Mouzon, Cook, etc.: engraved on 49 Copperplates, by the late Jefferys, Geo-*
gra-

grapher of the King. London. by Sayon
 1776. womit man auch den prächtigen *Atlantique*
Neptune des Hrn. Joseph. F. W. Desbarres
 Esq., der aus 120 Charten besteht, den *Nep-*
tune americano-septentrional publié par ordre
du Roi. a Paris 1780. und de la Rochette's
und Faden's neueste große Charte von Südame-
rika auf 4 Blättern, und la Pie's Map of the
united State of Canada, Newscotland etc.
 (m. s. die *A. G. Ephemer. 37r B. C. 107.*
29r B. C. 499.) verbinden kan.

26. *Robertson's memoire of a cart of*
the China sea, including the Philippina,
Molucca and Banda-Islands, with part of
the coast of New-Holland and New-Gui-
nea. London 1791. zeigt sowohl im Texte, als
 in den beigefügten 2 Seecharten im größten For-
 mate, was insbesondere in den chinesischen Gewäs-
 sern genauer bestimmt worden ist. Es kommen in
 dem Memoire fast 200 Angaben von Längen und
 Breiten vor; wovon vieles durch Chronometer und
 durch Mondobservationen bestimmt worden ist.

27. Der vortrefliche *Atlante geografico*
del regno di Napoli disegnato per ordine
del Re da G. Anton Rizzi Zannoni, 36 Blät-
ter im größten Atlas-Format, gründet sich auf
 neue

te von Hrn. Zanoni selbst angestellte Messungen,
 deren Reductionen auf einen Hauptmeridian
 darauf gefällten Perpendiculären.

28. In Ansehung der Geographie Africa's
 ; man sich von der Gesellschaft von Engländern,
 che sich zu Entdeckungen in diesem noch so sehr
 bekannten Lande vereinigt haben, vieles zu ver-
 echen. Man hat bereits einige Resultate dieser
 ternehmung. *Proceedings of the associa-
 in for promoting the discovery of the in-
 or ports of Africa. London printed by
 Macrae, printer of the association. 1790.*
 n Auszug daraus in Zimmermanns Anna-
 n, 5 Stück 1790. S. 471.

Dies mag hinreichend seyn, einiger der
 deren Bemühungen um die Vervollkommenung der
 ographie erwähnt zu haben. Von den neuesten
 arten, welche von Zeit zu Zeit herauskommen,
 bet man umständliche Nachrichten, mit gehöriger
 ürdigung ihres Werthes, in des Freyh. v. Zach
 ten S. 7. angeführten Zeitschrift, so wie in den
 on öfters angeführten *Allg. geogr. Epheme-
 len*, welche für jeden Geographen und Land-
 ertenzeichner ganz unentbehrlich sind.

vollständig in Adlers praktische Erfahrung
wie L. G. VIII. Punkt, in Adlers praktischen
spezifischen Abhandlungen und Adlers
Adler finden.

4. *Méthode* und von ein paar Seiten mit der Erklärung des besondern Gebrauches; die Anweisungen der Systeme vom Jahre 1768. dieselben geographische Längen, aber unterschiede der Meridiane zu bestimmen, kenne ich E. Du Séjour in den *Mémoires de l'Académie des Sciences à Paris* für das Jahr 1774 p. 445.; De la Grange im *Berliner astronomischen Jahrbuch* 1782. S. 183.— Cagnoli: *méthode pour calculer les longitudes géographiques d'après l'observations d'éclipses de soleil ou de l'occultation d'étoiles* Verone 1789. Ixell in den *Nouv. Comment. Ac. Petropol.* Tom. XV. und in der Abh. der Schwed. Acad. d. Wissenschaften 1773. (der Uebersetzung 3ter Band), da La Lande *Astronomie* §. 1881. der 1ten Ausgabe. Vorrüglich Hr. Prof. Bohnenberger's *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung mittelst der Spiegelsextanten*. Göttingen 1796. welches vortrefliche Werk fast alle andern entbehrlich macht. Hr. Prof. Arzberger's

§. 7. *von den Landkarten*

1. Höchst unentbehrlich ist einem Landkarten-Zeichner ein möglichst genaues und vollständiges Verzeichniß von den geographischen Längen und Breiten der vorzüglichsten Oerter auf der Erde. Es fehlt uns zwar nicht an dergleichen Verzeichnissen, allein sie sind grossentheils nur nach Landkarten selbst verfertigt worden, die Fehler der Charten sind also auch in diese Verzeichnisse hineingekommen, und damit ist dem, der sich solcher Angaben bedienen will, nichts genügt, man müßte denn von der Güte der gebrauchten Charten überzeugt seyn, d. h. daß die Charten entweder nach astronomischen Bestimmungen, oder genauen trigonometrischen Operationen verfertigt waren. Allein dergleichen haben wir sehr wenige, und die meisten Verzeichnisse von Längen und Breiten sind daher dem Zwecke, die Geographie zu verbessern, nicht entsprechend. Sie leisten nicht mehr, als die Charten selbst, woraus sie genommen worden, und wer daher diese hat, kan jene entbehren.

2. Ich habe mir Mühe gegeben, so viel als möglich, solche Längen und Breiten von Oertern zu sammeln, welche astronomisch bestimmt, oder aus guten Feldmesseroperationen gefolgert worden sind. So unvollständig dieß Verzeichniß in diesem Betracht

ausfallen muß, indem bei sehr vielen solchen Orten noch gar keine solche Beobachtungen vorhanden sind, so kann es doch zu einer Grundsteinen, und durch sorgfältiges Sammeln immer ergänzt werden. Es ist daher auch in Rücksicht nöthig, sich astronomische Jahrbücher, Reisejournale u. dgl. anzuschaffen, worin der unmittelbare Bestimmungen von Längen, Breiten, oder doch solche Beobachtungen vorhanden, woraus sich jene herleiten lassen, z. E. Erisse, Bedeckungen von Fixsternen, Zeiten des Durchgangs von Sternen u. dgl.

3. Die Polhöhe oder geographische Breite eines Orts zu finden, habe ich schon im ersten im 343ten u. f. S. meiner praktischen Astronomie gezeigt. Um sie in hinlänglicher Genauigkeit zu erhalten, bedient man sich nur größerer Instrumente, die Mittagshöhen der Sonne oder eines Fixsterns zu messen. Andere Methoden, z. E. allein durch Hülfe eines Fernrohrs, das mit einem Micrometer versehen ist, worauf Secunden eingetheilt sind, die Polhöhe eines jeden Orts auf festem Lande zu finden, welches sehr bequeme Methoden Hr. Hell vorgeschlagen hat, oder auch gemessenen Sternhöhen außerhalb dem Mittel, dieß zu leisten u. dgl., kan man sehr voll-

vollständig in Möslers practischer Astronomie I. Th. VIII. Kapitel, - in Kästners astronomischen Abhandlungen und andern Büchern finden.

4. Methoden aus den an zwey Orten auf der Erdofläche beobachteten Sonnenfinsternissen, Bedeckungen der Fixsterne vom Monde u. s. w. dieser Orten geographische Längen, oder Unterschiede der Meridiane zu bestimmen, lehren
 1. E. Du Séjour in den *Memoires de l'Ac. des Sciences a Paris* für das Jahr 1774. p. 445.; De la Grange im *Berliner astronomischen Jahrbuche* 1782. S. 16. — Cagnoli *methode pour calculer les longitudes geographiques d'apres l'observations d'eclipses de soleil ou de l'occultation d'etoile*. Verone 1789. Ixell in den *Nov. Comment. Ac. Petropol.* Tom. XV. und in den *Abh. der Schwed. Acad. d. Wissenschaften* 1773. (der Uebersetzung 3ter Band), de la Lande *Astronomie* S. 1881. der 11ten Ausgabe. Vorzüglich Hrn. Prof. Bohnenbergers *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung mittelst der Spiegelsextanten*. Göttingen 1795. welches vortrefliche Werk fast alle andern entbehrlich macht. Hrn. Prof. Arfbergers

is in Coburg *Versuch einer geogra-*
en Ortsbestimmung etc. Cob. 1801.
 wie man ohne Winkelmesser und genaue Ab-
 zliche hieher gehörige Beobachtungen anstel-
 le. Wie bey Mondsfinsternissen und Ver-
 engen der Jupiterstrabant zu verfahren ist,
 schon die Anfangsgründe der Astronomie,
 Bemerkungen hierüber in *Hell Epheme-*
ronom. 1764. Jetzt ist ein sehr bequemes
 erfahren, den Unterschied der Mittagstreife
 n, dasjenige, welches Christian Mayer
 t Abhandlung: *Nouvelle methode pour*
en peu de terns et a peu de frais une
generale et exacte de toute la Russie.
 tersbourg 1770. vorgeschlagen hat, nem-
) einer Uhr zu bedienen, die sehr lange ih-
 ng gleichförmig behält, wenn man auch mit
 n einem Orte zu einem andern reist, und
 us genauer Beobachtung dessen, was die
 lemahl in dem Mittage eines jeden Orts,
 an sie hingebraht, zeigte, die Differenzen
 eridiane herzuleiten. In Engelland sind der-
 a wegen ihrer geringen Größe leicht zu trans-
 nde Uhren, oder Taschen - Chronometer
 : großer Vollkommenheit von Mudge und
 y versertigt worden, und werden jetzt auch
 von

von mehr andern Künstlern verfertigt. Ueber die Genauigkeit ihres Ganges sehe man des Leipziger Magazins für Mathematik 1787. 4tes Stück. Hr. Obrist Freyherr von Zach hat in den Berliner astronomischen Ephemeriden an mehreren Orten, z. E. im Jahrgange 1794. S. 194. u. f. Proben von der Anwendbarkeit und Genauigkeit dieses Verfahrens gegeben, das gewiß eines der einfachsten ist, die sich denken lassen, und die mühsamen Berechnungen auf Sonnenfinsternissen u. dgl. erspart, wenn es allgemeiner im Gebrauche wird. Viel hieher gehörige Beispiele geographischer Ortsbestimmungen in den Allgemeinen geographischen Ephemeriden des Freyh. v. Zach, und in der monatlichen Correspondenz desselben zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde. Gotha vom Jahr 1798. an.

5. Zu nachstehendem Verzeichnisse der geographischen Längen und Breiten, habe ich die schätzbaren Berliner astronomischen Jahrbücher des Hrn. Prof. Bode, die *Connoissances de tems*, *Hells Ephemerides* und andere astronomische Kalender benützt.

6. Gewöhnlich kommen in solchen Kalendern schon dergleichen Verzeichnisse vor, aus welchen
ich

aber nur diejenigen Bestimmungen gewählt
 , welche sich angeblich auf astronomische Be-
 rungen gründen, oder aus trigonometrischen
 rationen hergeleitet worden sind. Außerdem
 t sich aber auch in den Anhängen zu diesen
 ndern immer eine Menge von Beobachtungen
 Nachrichten, welche Längen und Breiten bez-
 ter zum Gegenstande haben, welche mit gebo-
 : Auswahl benützt worden sind. Ferner habe
 die Berliner Sammlung astronomi-
 e Tafeln des Hrn. Schulze (Berlin
 6.), Freyherrn v. Zach's *Tabulas motuum*
s novas et correctas. — Gothae 1792.,
 inn eine nachahmungswürdige Sammlung ver-
 chiedenen Angaben des Unterschieds der Mit-
 kreise dieser oder jener Oerter vorkommt, dann
 gge's oben (§. 6. 19.) beschriebene Werke,
 Petersburger Commentarien, Fried-
 er's *Ephem. Astron. Vindob. ad annum*
 12., Amman's geographische Ortsbe-
 imungen in Schwaben (Dillingen 1796.),
 Hrn. Oberappell. R. v. Ende Geographi-
 e Ortsbestimmungen im Niedersächsl-
 en Kreise (Celle 1801.) und mehrere ein-
 e Schriften zu Rathe gezogen, die ich hier nicht
 anführen mag.

7. In Pfeunigs Geographie ist ein sehr vollständiges Verzeichniß von Längen und Breiten zu finden, allein die meisten Bestimmungen sind nur aus Homannischen und ähnlichen Charten genommen. Die Vergleichung derselben mit den von mir angegebenen genauern Angaben, kan dienen, einzusehen, wie sehr solche Charten oft von unmittelbaren Beobachtungen abweichen.

8. Seit der zweyten Ausgabe des IVten Theiles dieser practischen Geometrie haben sich besonders auch die *Allgemeinen Geographischen Ephemeriden* zum Geschäfte gemacht, gute Sammlungen von astronomischen Ortsbestimmungen zu veranstalten. Z. B. im 27ten Bande S. 238. 28ten B. S. 213. 34ten B. S. 216. 437. 35ten B. S. 468. 37ten B. S. 481. 40ten B. S. 493. 41ten B. S. 407. 489. Zum Gebrauche der Geographen und Astronomen sind diese Sammlungen auch besonders in dem geographischen Institut zu finden, unter dem Titel: Möglichst vollständige Sammlung aller bekannten geographischen Ortsbestimmungen, zum Gebrauch der Geographiefreunde aus den *All. Geogr. Ephem.* besonders herausgegeben v. J. J. Vertuch.

9. Dem aus der Astronomie bekannt ist, wie viele und genaue Beobachtungen insbesondere zur Bestimmung der Längen der Oerter nöthig sind, wird nicht erwarten, daß die Secunden, welche ich mit angegeben habe, überall vollkommen richtig seyn werden. Man kann zufrieden seyn, wenn die meisten Längen innerhalb einer halben Minute zuverlässig sind. Mehr Genauigkeit läßt sich in den Angaben der Breiten annehmen.

Tafel der Längen und Breiten der vorzüglichsten Oerter in verschiedenen Ländern.

Deutschland, Schweiz, Böhmen.

Nahmen der Oerter.	Länge.			Breite.		
	o	l	ll	o	l	ll
Altenburg	29.	55.	24.	51.	0.	11.
Altona ^{a)}				53.	32.	24.
Augsburg	28.	32.	32.	48.	23.	35.
Basel	25.	15.	12.	47.	33.	35.
Berlin	31.	2.	0.	52.	31.	17.
Bern	25.	22.	45. ^{b)}	46.	56.	55.
Bonn	27.	24.	30. ^{c)}	—	—	—

Braun

a) Niebuhr.

b) Nach Hrn. v. Zach. Berlin, Astr. J. 1791. S. 148

c) Hr. v. Zach.

Wapert Geom. 4r Th.

€

	o	i	n	o	i	n
Braunschweig	28.	11.	50.	52.	15.	52.
Bregenz	27.	23.	40.	47.	30.	30.
Bremen	26.	26.	42. d)	53.	4.	50.
Breslau	34.	42.	3.	51.	6.	30.
Cassel	27.	7.	30.	51.	19.	20.
Celle	27.	42.	48. e)	52.	37.	27.
Coburg	28.	38.	4.	50.	15.	54.
Elm am Rhein	25.	35.	3.	50.	55.	21. f)
Oremsmünster	31.	47.	45.	48.	3.	36.
Danzig	36.	18.	5.	54.	20.	48.
Delmenhorst	26.	16.	14.	53.	2.	59.
Dessau	29.	56.	46.	51.	50.	12.
Dillingen g)	28.	9.	12.	48.	34.	28.
Donauwörth	28.	26.	8.	48.	43.	4.
Dresden	31.	22.	45.	51.	2.	54.
Düsseldorf	24.	25.	40.	51.	14.	12.
Duisburg	24.	24.	59.	51.	26.	36.
Eichstädt	28.	50.	26.	48.	53.	30.
Erfurt	28.	45.	31.	50.	59.	8.

Erläuter.

d) Herr Friedländer aus Bedeckungen von Sixkern.

26°. 28'. 30".

e) Hr. v. Ende.

f) v. Bach.

g) Himm. Nach Friesen, 28°. 10'. 42".

	0 1 11	0 1 11
n h)	28.44.45.	49.35.36.
et a. M.	26.15.45.	50. 6.40.
et a. d. D.	32.13. 0.	52.22. 8.
	23.49.28.	46.12.17.
	29.43.46.	50.53.20. i)
et	27. 6.47.	53.47.47.
en	27.34.30. k)	51.31.54.
Seeberg	28.23.45.	50.56. 7.
	33. 7. 0.	47. 4.18.
albe	31.13. 8. l)	54. 4.35.
abt	28.43.18.	51.54. 3. m)
	29.37.47.	51.29. 5. n)
g	27.34.15. m)	53.34.20.
	26.59.55.	52. 5.29.
et	27.23.40.	52.22.20.
rg	26.21.23.	49.24.43.
et	28.40.10.	52.12.58.
nd J:	26.31.22.	54.11.34.

E 2

Jena

nach meinen Bestimmungen. Hr. Friedneker findet
dem Vorüberg. des ♀ vor der Sonne 1799.
43' 8".

ristallm. v. Hardenberg.

ch Hrn Prof. Seyfer 27°. 35'. 12".

edneker hat 30°. 59'. 26". Ephr Astr. anni 802.

l. hat 27°. 35'. 41".

	• 8 "	• 8 "
Jena n)	29. 16. 45.	50. 56. 28.
Jever)	25. 32. 31.	53. 34. 25.
Ingolstadt	29. 5. 38. o)	48. 45. 52.
Innsbruck	29. 2. 20.	47. 15. 30.
Kempten	27. 58. 30.	47. 44. 10.
Königsberg	38. 6. 0. p)	54. 17. 50.
Lausanne	24. 25. 15.	46. 31. 5.
Leipzig	30. 2. 8.	51. 20. 24.
Lilienthal	26. 33. 30.	53. 8. 25.
Lindau am Bodensee	27. 21. 0.	47. 33. 0.
Linz	31. 56. 30.	48. 18. 54.
Lüneburg	28. 4. 37.	53. 15. 8.
Magdeburg	29. 18. 31.	52. 8. 4.
Mannheim	26. 7. 45.	49. 29. 13.
Meinungen	28. 3. 58.	50. 55. 30.
Melnitz	32. 7. 37.	50. 21. 50.
Memmingen	27. 50. 5.	47. 59. 40.
Mietau	41. 23. 24.	56. 39. 6.
Mühlheim	25. 18. 15.	47. 48. 40.
München	29. 14. 30.	48. 8. 22.
Nassau	25. 22. 50.	— — —
Nürnberg	28. 47. 0.	49 27. 12.
		Nürting

n) u. Haidenberg.

o) Amman, Triest. hat 29°. 4'. 53".

p) Nach Hrn. Tector. Triest. hat 38°. 8'. 44".

	o	I	II	o	I	II
agen	27.	0.	5.	48.	37.	37.
burg	25.	50.	54.	53.	8.	19.
brück	25.	27.	30.	52.	16.	14.
born	—	—	—	51.	43.	37.
	31.	31.	53.	51.	0.	50.
	32.	4.	50.	50.	5.	30.
ont	—	—	—	51.	59.	28.
isburg	29.	44.	18.	49.	0.	53.
nittel	26.	20.	49.	53.	52.	8.
n	33.	2.	15.	51.	42.	12.
nurg	30.	43.	0.	47.	47.	36.
ifenau in Böh.						
ten	32.	6.	18.	51.	0.	30.
ehingen	26.	14.	7.	49.	23.	4.
erbhausen	28.	30.	6.	51.	22.	30.
er	49.	19.	4.	26.	6.	1.
e	27.	8.	19.	53.	36.	32.
zburg	25.	24.	36.	48.	34.	55.
igen	26.	43.	30.	48.	31.	15.
	27.	39.	15.	48.	23.	39.
iar	29.	0.	45.	50.	59.	8.
l	24.	16.	17.	51.	39.	46.
	34.	2.	30.	48.	12.	36.

Bitt.

Oberst. v. Le Coq.
v. Le Coq.

	°	'	"	°	'	"
Wittenberg	30.	18.	8.	51.	52.	29.
Wolfenbüttel	28.	11.	52.	52.	9.	29.
Worms	49.	37.	48.	26.	0.	57.
Würzburg	27.	35.	15.	49.	46.	6.
Würzen	30.	23.	33.	51.	22.	19.
Zürch	26.	9.	30.	47.	22.	10.

Dänemark und zugehörige Inseln.

	°	'	"	°	'	"
Alsborg	27.	36.	26.	57.	2.	7.
Aarhus	27.	53.	50.	56.	9.	35.
Anholt, Leuchtturm	29.	20.	6.	56.	44.	20.
Apensrade	27.	6.	19.	55.	2.	48.
Assensborg	28.	46.	15.	55.	40.	54.
Copenhagen	30.	15.	30. ^{s)}	55.	41.	4.
Eronenburg	30.	17.	15.	56.	2.	15.
Flensburg	27.	7.	24.	54.	47.	18.
Gotheborg	29.	37.	45.	57.	42.	4.
Hadersleben	27.	10.	30.	55.	15.	6.
Helsingør	30.	16.	15.	56.	1.	30.
Holbek	29.	24.	4.	55.	43.	2.
Husum	26.	44.	22.	54.	28.	29.
Korsør	28.	48.	30.	55.	20.	27.
Nestved	29.	26.	18.	55.	13.	57.

Riesø

s) Kriess. hat 30°, 14', 12".

	°	'	"	°	'	"
ling	29.	22.	30.	55.	56.	12.
rg	28.	28.	15.	55.	19.	36.
ed	29.	28.	10.	55.	26.	55.
Ide	29.	45.	42.	55.	38.	20.
lfe	29.	2.	20.	55.	24.	15.
twig	27.	13.	42.	54.	31.	0. ¹⁾
	29.	14.	5.	55.	26.	55.
m	26.	33.	32.	54.	56.	19.
nburg	30.	22.	25.	55.	54.	30.
	27.	6.	5.	56.	27.	11. ^{u)}

Norwegen und Schweden.

	°	'	"	°	'	"
	39.	58.	30. ^{v)}	60.	27.	10.
	28.	37.	45.	59.	1.	50.
	22.	54.	0.	60.	10.	0.
burg	45.	25.	15.	64.	13.	30.
rona	33.	11.	30. ^{w)}	56.	10.	0.
ania	28.	28.	45. ^{x)}	59.	54.	50.

Engel

iebubr.

Lehrere unbeträchtlichere Dexten in Bugge Auf-
 fassungsmethode 10. auch Astr. Jahrb. 1795.
 206.

riesen. hat 39°. 56'. 54".

3°. 12. 15. von Zach A. G. E. 1798. Aug. S. 121.
 Bugge obs. astr. Hafn. p. XCIII.

Engelholm	30.32.30.	56.14.20.
Gothaab in Grön-		
land	325.43.15. y)	64. 9.55.
Halmstadt	30.31. 0.	56.39.44.
Helsingborg	30.23. 0.	56. 2.41.
Hernösand	45.32.45.	62.38. 0.
Kulla, Leuchtturm	30.10.15.	56.17.58.
Lambhuus auf Is-		
land	355.40. 0. z)	64. 6.17.
Landskrona	30.28.45.	55.52.14.
Lund	24.14.44.	58.27.10.
Nello in Lappland	41.38.15.	66.48.16.
Scara	31.10.47.	58.27. 0.
Skonor	30.30.15.	55.24.52.
Stofholm	35.44.15. a)	59.20.31.
Stromstadt	28.38.15.	58.55.33.
Tornea	41.52. 0. b)	65.50.50.
Trondheim	28. 2.30.	63.26.12.
Upsal	35.17.55.	59.51.50.
Warberg.	29.55.45.	57. 6.18. c)

K u f

y) Triesn. hat 325°. 51'. 58". Eph astron. 1802. p. 457.

z) Triesn. hat 355°. 35'. 42".

a) Tr. hat 35°. 42'. 45".

b) Tr. hat 41°. 49'. 0".

c) Mehrere Städte und Dörfer s. m. astron. Jahrb.

3. 155.

bergers in Coburg *Versuch einer geographischen Ortsbestimmung etc.* Cob. 1801. zeigt, wie man ohne Winkelmesser und genaue Uhren mögliches hieher gehörige Beobachtungen anstellen könne. Wie bey Mondsfinsternissen und Verfinsterungen der Jupiterstrabanten zu verfahren ist, lehren schon die Anfangsgründe der Astronomie, indessen Bemerkungen hierüber in *Hell Ephemerid. astronom.* 1764. Jetzt ist ein sehr bequemes Verfahren, den Unterschied der Mittagstreife zu finden; dasjenige, welches Christian Mayer in einer Abhandlung: *Nouvelle methode pour lever en peu de tems et a peu de frais une carte generale et exacte de toute la Russie.* St. Petersbourg 1770. vorgeschlagen hat, nemlich sich einer Uhr zu bedienen, die sehr lange ihren Gang gleichförmig behält, wenn man auch mit ihr von einem Orte zu einem andern reist, und nun aus genauer Beobachtung dessen, was die Uhr allemahl in dem Mittage eines jeden Orts, wo man sie hingebracht, zeigte, die Differenzen der Meridiane herzuleiten. In Engelland sind dergleichen wegen ihrer geringen Größe leicht zu transportirende Uhren, oder Taschen-Chronometer in sehr großer Vollkommenheit von Mudge und Emery verfertigt worden, und werden jetzt auch von

7. In Pfennigs Geographie ist ein sehr vollständiges Verzeichniß von Längen und Breiten zu finden, allein die meisten Bestimmungen sind nur aus romantischen und ähnlichen Charten genommen. Die Vergleichung derselben mit den von mir angegebenen genauern Angaben, kan man einzusehen, wie sehr solche Charten oft von unmittelbaren Beobachtungen abweichen.

8. Seit der zweyten Ausgabe des IVten Theiles dieser practischen Geometrie haben sich besonders auch die *Allgemeinen Geographischen Ephemeriden* zum Geschäft gemacht, gute Sammlungen von astronomischen Ortsbestimmungen zu veranstalten. Z. B. im 27ten Bande S. 238. 28ten B. S. 213. 34ten B. S. 216. 437. 35ten B. S. 468. 37ten B. S. 481. 40ten B. S. 493. 41ten B. S. 407. 489. Zum Gebrauche der Geographen und Astronomen sind diese Sammlungen auch besonders in dem geographischen Institut zu finden, unter dem Titel: Möglichst vollständige Sammlung aller bekannten geographischen Ortsbestimmungen, zum Gebrauch der Geographiefreunde aus den *All. Geogr. Ephem.* besonders herausgegeben v. J. J. Vertuch.

	• 1 •	• 1 •
ist	57.30. 0.	47.13. 34
	51.52.45.	66.44. 30.
	73.33.30.	54.42.45.
nesch	56.55.20.	51.40.30.
n *)	62. 7.30.	48.42.20.

Polen und Litzhauen.

	• 1 •	• 1 •
rief	44.41.15.	48.40. 0. 0)
o	37.35.45.	50. 3.52.
o	41.23.29.	53.40.30.
tg	42.22.15. f)	49.51. 0. 8)
	— — —	51.16. 0. k)
mie	34.59.45. i)	52.22. 0.
hau	38.42.30.	52.14.28.
	42.55. 0. k)	54.41. 0.

Ungarn,

Noch mehrere Oerter sehe m. im Astron. Jahrb. 1799. S. 164. und Act, Ac. Petr. ad ann, 1799—101.

Niebuhr.

Sonnensfinst. 1764. Conn. de T. 1775. p. 323, 41°, 1'. 30". nach Liebgang. Die Wiener astr. Ephem. iben 41°, 42'. 45".

Niebuhr.

Derselbe.

Conn. de T. 1775. p. 324.

It. hat 42. 57. 12.

Jena ⁿ⁾	29. 16. 45.	50. 56. 28.
Jever	25. 32. 31.	53. 34. 25.
Jugliffadt	29. 5. 38. ^{p)}	48. 45. 52.
Juprud	29. 2. 20.	47. 15. 30.
Kempten	27. 58. 30.	47. 44. 10.
Königsberg	38. 6. 0. ^{p)}	54. 17. 50.
Kaufanne	24. 25. 15.	46. 31. 5.
Kelpig	30. 2. 8.	51. 20. 24.
Lilienthal	26. 33. 30.	53. 8. 25.
Einbau am Bodensee	27. 21. 0.	47. 33. 0.
Linz	31. 56. 30.	48. 18. 54.
Lüneburg	28. 4. 37.	53. 15. 8.
Magdeburg	29. 18. 31.	52. 8. 4.
Mannheim	26. 7. 45.	49. 29. 13.
Meinungen	28. 3. 58.	50. 55. 30.
Meiſſ	32. 7. 37.	50. 21. 50.
Memmingen	27. 50. 5.	47. 39. 40.
Mietan	41. 23. 24.	56. 39. 6.
Mühlheim	25. 18. 15.	47. 48. 40.
München	29. 14. 30.	48. 8. 22.
Naffau	25. 22. 50.	— — —
Nürnberg	28. 47. 0.	49. 27. 12.

Reitling

n) v. Dordenburg.

p) Kamen, Eisen. lat 29°. 4'. 53".

p) Nach Dr. Kertel. Eisen. lat 28°. 3'. 44".

	o	i	ii	o	i	ii
Nürtingen	27.	0.	5.	48.	37.	37.
Olbenburg	25.	50.	54.	53.	8.	19.
Osnabrück	25.	27.	30.	52.	16.	14.
Paderborn	—	—	—	51.	43.	37. ^{q)}
Pilsitz	31.	31.	53.	51.	0.	50.
Prag	32.	4.	50.	50.	5.	30.
Pyrmont	—	—	—	51.	59.	28. ^{r)}
Regensburg	29.	44.	18.	49.	0.	53.
Riechbittel	26.	20.	49.	53.	52.	8.
Sagan	33.	2.	15.	51.	42.	12.
Salzburg	30.	43.	0.	47.	47.	36.
Schlusensau in Böh-						
men	32.	6.	18.	51.	0.	30.
Schwegingen	26.	14.	7.	49.	23.	4.
Sondershausen	28.	30.	6.	51.	22.	30.
Speyer	49.	19.	4.	26.	6.	1.
Stade	27.	8.	19.	53.	36.	32.
Strasburg	25.	24.	36.	48.	34.	55.
Tübingen	26.	43.	30.	48.	31.	15.
Ulm	27.	39.	15.	48.	23.	39.
Weimar	29.	0.	45.	50.	59.	8.
Wesel	24.	16.	17.	51.	39.	46.
Wien	34.	2.	30.	48.	12.	36.

Bil.

q) Oberst. v. Le Coq.

r) v. Le Coq.

I n d i e n.

Agra	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Batavia	124. 33. 40.	6. 9. 15. f.
Ballasore	97. 20. 0.	21. 22. 0.
Calicut	106. 6. 30.	22. 33. 56.
Goa	91. 25. 0.	15. 31. 0.
Madras	98. 8. 42.	13. 4. 54.
Manille	138. 31. 15.	14. 36. 8.
Masulipatam	98. 33. 39.	16. 10. 32.
Malacca	119. 45. 0.	2. 12. 0.
Pondichery	97. 31. 30.	11. 55. 42.
Rodrigues	80. 52. 0.	19. 40. 30. f.
Siam	118. 30. 0.	14. 20. 40.
Surate	90. 2. 0.	21. 10. 0.

Afrika, und einige benachbarte Inseln und Vorgebürge.

Alexandria	47. 35. 30. u)	31. 13. 5.
Algier	19. 52. 45.	36. 49. 30.

Cairo

- t) Sehr viele Oerter zwischen Madras und Calcutta astronomisch bestimmt, f. in den Asiatic. Researches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790. 6. St. S. 139. u. in der Monatl. Corr. 1807. Oct. pag. 344.
 u) Nach Nouet, der Leuchthurm von Alexandria. Herr Niebuhr findet den Meridianunterschied von Paris

	0 0 0	0 0 0
	48.58.30.	30. 2.21.
Insel v)	0. 0. 0.	28. 0. 0.
S Insel, die		
ordspitze	346.31.26.	39.34. 0.
a Insel	0.15. 0.	14.40.10.
Jelena Insel	11.52. 0.	15.55. 0. f.
Jago Insel	354. 8.30.	14.53.40.
Insel, die		
üdspitze	354.30. 0.	15. 6. 0.
agastar, Boul-		
inte	67.33. 0.	17.40.14. f.
era, - Stadt		
ngal	0.37. 0.	32.35.40.
Michael Insel,		
stl. Spitze	351.40.11.	37.49.41.
Maria Insel,		
Stadt	352.30.50.	36.56.40.
auf Pico Insel	349.11.19.	38.35. 0.
igo Insel	80.51.30.	19.40.40. f.

Tripoli

Jaris und Alexandria in Zeit = 1 h. 51'. 21'', 2.
 Also die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50'. 18''.
 Für die Breite wird auch angegeben 31°. 13'. 6''.
 . Nach M. C. Jatt. 1801. S. 24. Dasselbst finden
 sich auch noch viel andere Oerter in Aegypten.
 Der Punkt von welchem die geographischen Längen
 gerechnet werden.

Tripolis, Stadt in	•	1	11	•	1	11
Africa	31.	1.	7.	32.	53.	40.
Die von Teneriffa	1.	8.	0.	28.	12.	54.
Terzera Insel, die						
Stadt Angra	350.	27.	18.	39.	39.	7.
Vorgebürge, grünes	0.	7.	0.	14.	43.	45.
(weißes w)	0.	30.	0.	20.	55.	30.
Vorgebürg der gu-						
ten Hoffnung	36.	3.	45.	33.	55.	15. f.

Spanien und Portugall.

	•	1	11	•	1	11
Aveiro	9.	10.	45.	40.	38.	25.
Barcellona	19.	53.	49.	41.	22.	52.
Cadix	11.	22.	30.	36.	32.	0.
Carthagena	16.	32.	24.	37.	36.	36.
Coimbra	9.	14.	30.	40.	12.	30.
Ferrol	9.	24.	45.	43.	29.	0.
Figueras	20.	38.	18.	42.	15.	59.
Gibraltar	12.	20.	14.	36.	6.	30.
Lissabon	8.	32.	15.	38.	42.	18.
Majorca auf Ma-						
jorc.	20.	9.	45.	39.	35.	0.

Insel

w) Mehrere Bestimmungen an der Küste v. Africa, n. im atlantischen Nord, und Eismeere s. m. Astron. Jahrb. 1787. p. 173.

Station auf	o	l	ll	o	l	ll
lorca	21.	28.	30.	39.	50.	46.
	14.	10.	45. ^{a)}	40.	25.	18. ^{b)}
	9.	6.	15.	42.	13.	24.
L. Vincent.	8.	41.	6.	37.	2.	50.
in Sterra	8.	23.	30.	42.	54.	0.
regal	9.	45.	45.	43.	46.	37.

Italien.

	o	l	ll	o	l	ll
	31.	10.	30.	43.	37.	54.
no ^{a)}	27.	20.	11.	45.	41.	51.
a	27.	53.	54.	45.	32.	30.
la	29.	1.	15. ^{a)}	44.	29.	36.
Beggia	29.	24.	30.	42.	5.	24.
ia ^{b)}	27.	41.	57.	45.	7.	43.
a	29.	16.	15.	44.	49.	56.
	32.	5.	48.	45.	20.	10.
	28.	55.	30.	43.	46.	30.
	26.	15.	45.	44.	25.	0.

Livorno

30. 58'. 0". u. Hrn. v. Humboldt. v. Zach A.G.

Aug. 1799. S. 161.

o. 24. 42. nach Hr. v. H. a. a. D.

nach Oriani.

riesen. hat 29°. 0'. 32".

Oriani.

des Geom. 4r Th.

§

	0 1 "	0 1 "
Engelholm	30.32.30.	56.14.20.
Gothaab in Grön-		
land	325.43.15. y)	64. 9.55.
Halmstadt	30.31. 0.	56.39.44.
Helsingborg	30.23. 0.	56. 2.41.
Hernösand	45.32.45.	62.38. 0.
Kulla, Leuchtturm	30.10.15.	56.17.58.
Lambhuus auf Is-		
land	355.40. 0. z)	64. 6.17.
Landskrona	30.28.45.	55.52.14.
Lund	24.14.44.	58.27.10.
Nello in Lappland	41.38.15.	66.48.16.
Scara	31.10.47.	58.27. 0.
Skane	30.30.15.	55.24.52.
Stockholm	35.44.15. a)	59.20.31.
Stromstadt	28.38.15.	58.55.33.
Tornea	41.52. 0. b)	65.50.50.
Trondheim	28. 2.30.	63.26.12.
Upsal	35.17.55.	59.51.50.
Warberg	29.55.45.	57. 6.18. c)

Auf

y) Triesn. hat 325° . $51'$. $58''$. Eph astr. 1802, p.457z) Triesn. hat 355° . $35'$. $42''$.a) Tr. hat 35° . $42'$. $45''$.b) Tr. hat 41° . $49'$. $0''$.

c) Mehrere Städte und Dörfer s. m. astron. Jahr

B. 155.

K u f p a n b.

urg	39. 57. 30.	58. 15. 0.
gel	56. 39. 15.	64. 33. 36.
an	65. 42. 30.	46. 21. 12.
al.	101. 6. 45.	53. 20. 0.
retst	174. 30. 0.	52. 54. 0.
	67. 19. 30.	55. 43. 58.
ff	53. 55. 0.	49. 59. 20.
n d)	50. 19. 45.	46. 38. 30.
inenburg	78. 30. 0.	56. 50. 15.
St. Elisabeth	50. 7. 30.	48. 30. 27.
f. ober Eupa-		
oria	51. 5. 0.	45. 14. 0.
ff	52. 0. 0.	51. 40. 30.
st	109. 38. 30.	58. 27. 17.
st	147. 23. 45.	62. 1. 50.
st	122. 13. 30.	52. 18. 15.
labl	57. 50. 0.	57. 37. 30.
la	54. 6. 30.	45. 21. 0.
	48. 7. 30.	50. 28. 30.
stroi ostrog	125. 42. 45.	57. 47. 0.
	50. 40. 30.	68. 52. 30.
a	53. 45. 0.	54. 30. 0.

Kurst

Im Berliner astron. Jahrb. 1788, sind Länge und
 reite mit einander verwechselt.

Ungarn, Siebenbürgen, Croatien,
Molbau, Walachen.

	0	1	11	0	1	11
Ugram	94	24	0.	26	43	0.
Ugria, Erlau	38	2	56.	47	53	54
Ufiermann	48	23	45.	46	12	0.
Wahllora	—	—	—	45	15	20.
Wender	47	16	0.	46	50	32
Wufarest	43	48	0.	44	27	0.
Wozim	44	40	0.	48	31	0.
Wubiza	—	—	—	45	11	28. ^{m)}
Wotischany	44	42	30.	45	38	50.
Wassy	45	9	45.	47	8	30.
Wsmail	46	30	0.	45	21	0. ⁿ⁾
Wfen	36	40	0. o)	47	29	44.
Wresburg	34	50	30.	48	8	7.
Wrsoba	40	5	5.	44	42	3.
Wyrnau	35	14	47.	48	22	58.
Warasdin	34	5	34.	46	18	18.

Zürich

1) Niebuhr.

m) v. Zach A. G. E. 1799. Sept.

n) Diese und mehrere Oerter aus Nov. act. soci. petr.
T. XVIII. u. Grn. v. Zach Nov. Tab. Sol.

o) Lichen. hat 360. 42'. 15".

	• / //	• / //
Erfast	57.30. 0.	47.13.34.
Umba	51.52.45.	66.44.30.
Ufa	73.33.30.	54.42.45.
Boronesch	56.55.20.	51.40.30.
Barzin *)	62. 7.30.	48.42.20.

Polen und Litthauen.

	• / //	• / //
Kaminief	44.41.15.	48.40. 0. *)
Cracow	37.35.45.	50. 3.52.
Grodno	41.23.29.	53.40.30.
Lemberg	42.22.15. f)	49.51. 0. g)
Lublin	— — —	51.16. 0. h)
Posnanie	34.59.45. i)	52.22. 0.
Warschau	38.42.30.	52.14.28.
Wilna	42.55. 0. k)	54.41. 0.

Ungarn,

*) Nach mehrere Dertter sehe m. im Astron. Jahrb. 1789. S. 164. und Act, Ac. Petr. ad ann, 1799—1801.

e) Niebuhr.

f) Sonnenfinst. 1764. Conn. de T. 1775, p. 323, 41°, 42'. 30'', nach Liesganig. Die Wiener astr. Ephem. haben 41°, 48'. 45''.

g) Niebuhr.

h) Derselbe.

i) Conn. de T. 1775. p. 324.

k) Er. hat 42. 57. 12.

I n d i e n .

	• / "	• / "
Algra	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Batavia	124. 33. 40.	6. 9. 15.
Ballasore	97. 20. 0.	21. 22. 0.
Calicut	106. 6. 30.	22. 33. 56.
Goa	91. 25. 0.	15. 31. 0.
Madras	98. 8. 42.	13. 4. 54.
Manille	138. 31. 15.	14. 36. 8.
Masulipatam	98. 33. 39.	16. 10. 32.
Malacca	119. 45. 0.	2. 12. 0.
Pondichery	97. 31. 30.	11. 55. 42.
Rodrigues	80. 52. 0.	19. 40. 30.
Siam	118. 30. 0.	14. 20. 40.
Surate	90. 2. 0.	21. 10. 0.

Afrika, und einige benachbarte Inseln und Vorgebürge.

	• / "	• / "
Alexandria	47. 35. 30. ^{u)}	31. 13. 5.
Algier	19. 52. 45.	36. 49. 30.

Cairo

e) Sehr viele Oerter zwischen Madras und Calcutta astronomisch bestimmt, s. in den Asiatic. Researches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790, 6. St. S. 139. u. in der Monatl. Corr. 1807. Oct. pag. 344.

u) Nach Nouet, der Leuchthurm von Alexandria. Herr Niebuhr findet den Meridianunterschied von Paris

	0 1 11	0 1
	48.58.30.	30. 2.
Insel v)	0. 0. 0.	28. 0.
8 Insel, die		
ordspitze	346.31.26.	39.34. 0.
9 Insel	0.15. 0.	14.40.
elena Insel	11.52. 0.	15. 0.
Jago Insel	354. 8.30.	14.53.40.
Insel, die		
ldspitze	354.30. 0.	15. 6. 0.
igastar, Boul.		
nte	67.33. 0.	17.40.14. f.
ra, Stadt		
ngal	0.37. 0.	32.35.40.
Michael Insel,		
st. Spitze	351.40.11.	37.49.41.
Maria Insel,		
Stadt	352.30.50.	36.56.40.
auf Pico Insel	349.11.19.	38.35. 0.
go Insel	80.51.30.	19.40.40. f.

Tripoli

Paris und Alexandria in Zeit = 1 h. 51'. 21'', 2.
 Also die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50'. 18''.
 Ist die Breite wird auch angegeben 31°. 13'. 6''.
 . Nach M. E. Jan. 1801. S. 24. Dasselbst finden
 sich auch noch viel andere Oerter in Aegypten.
 Der Punkt von welchem die geographischen Längen
 gerechnet werden.

Tripolis, Stadt in	°	'	"	°	'	"
Africa	31.	1.	7.	32.	53.	40.
Pic von Teneriffa	1.	8.	0.	28.	12.	54.
Terzera Insel, die						
Stadt Angra	350.	27.	18.	39.	39.	7.
Vorgebürge, grünes	0.	7.	0.	14.	43.	45.
weißes w)	0.	30.	0.	20.	55.	30.
Vorgebürg der gu-						
ten Hoffnung	36.	3.	45.	33.	55.	15. 6.

Spanien und Portugall.

	°	'	"	°	'	"
Aveiro	9.	10.	45.	40.	38.	25.
Barcelona	19.	53.	49.	41.	22.	52.
Cadix	11.	22.	30.	36.	32.	0.
Carthagena	16.	32.	24.	37.	36.	36.
Coimbra	9.	14.	30.	40.	12.	30.
Ferrol	9.	24.	45.	43.	29.	0.
Figueras	20.	38.	18.	42.	15.	59.
Gibraltar	12.	20.	14.	36.	6.	30.
Lissabon	8.	32.	15.	38.	42.	18.
Majorca auf Ma-						
jorc.	20.	9.	45.	39.	35.	0.

Insel

w) Mehrere Bestimmungen an der Küste v. Africa, u. im atlantischen Nord- und Eismeere s. m. Astron. Jahrb. 1787. p. 173.

	0 1 11	0 1 11
Cairo	48.58.30.	30. 2.21.
Ferro Ins v)	0. 0. 0.	28. 0. 0.
Flores Insel, die		
Nordspitze	346.31.26.	39.34. 0.
Borea Insel	0.15. 0.	14.40.10.
St. Helena Insel	11.52. 0.	15.55. 0. f.
St. Jago Insel	354. 8.30.	14.53.40.
Majo Insel, die		
Südspitze	354.30. 0.	15. 6. 0.
Madagaskar, Foul-		
pointe	67.33. 0.	17.40.14. f.
Madera, Stadt		
Fungal	0.37. 0.	32.35.40.
St. Michael Insel,		
westl. Spitze	351.40.11.	37.49.41.
St. Maria Insel,		
die Stadt	352.30.50.	36.56.40.
Pic auf Pico Insel	349.11.19.	38.35. 0.
Rodrigo Insel	80.51.30.	19.40.40. f.
		Tripoli

Paris und Alexandria in Zeit = 1h. 51'. 21'', 2.
also die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50'. 18''.
für die Breite wird auch angegeben 31°. 13'. 6''.
v. Sach M. E. Jan. 1801. S. 24. Dasselbst finden
sich auch noch viel andere Oerter in Aegypten.

v) Der Punkt von welchem die geographischen Längen
angerechnet werden.

Liborno c)	27. 56. 30.	43. 33. 5.
Malta	32. 10. 30.	35. 53. 47.
Mantua d)	28. 28. 10.	45. 9. 15.
Marland ober Mi- lano	26. 50. 30.	45. 27. 53.
Murano, Insel	29. 45. 45. e)	— — —
Messina	33. 27. 0.	38. 22. 0.
Neapel	31. 56. 2.	40. 50. 15.
Nizza	24. 57. 15.	43. 41. 54.
Padua	29. 32. 30.	45. 23. 40.
Palermo in Sicil.	31. 1. 38.	38. 6. 44.
Parma	28. 6. 29.	44. 48. 1.
Pavia f)	26. 49. 33.	45. 10. 47.
Pertinabo	25. 23. 48.	43. 53. 20.
Piacenza g)	27. 22. 17.	45. 2. 44.
Pisa	28. 3. 45.	43. 43. 7.
Roma	30. 8. 22.	41. 53. 54.
Tortona h)	26. 32. 38.	44. 53. 26.
Turin	25. 20. 0.	45. 4. 14.

Vener

c) Hr. v. Zach im astron. Jahrb. 1791. S. 132.

d) Orlani.

e) Conn. d. T. 1775. p. 323. aus der Sonnenfl. 1764.

f) Orlani.

g) Derselbe.

h) Derselbe.

(0)

	• 1 //	• 1 //
fig	30. 0. 44.	45. 25. 32.
ia	28. 41. 8.	45. 26. 7.

Frankreich.

	• 1 //	• 1 //
He	19. 29. 40.	50. 7. 1.
	17. 24. 9.	43. 41. 52.
	23. 6. 34.	43. 31. 35.
	19. 48. 18.	43. 55. 36.
tsach	25. 15. 27.	48. 2. 4.
ife	18. 39. 7.	47. 24. 54.
is	19. 57. 56.	49. 53. 38.
is	17. 6. 8.	47. 28. 8.
uleme	17. 49. 1.	45. 39. 3.
es	24. 47. 35.	43. 34. 50.
ion	22. 28. 18.	43. 57. 8.
lac	20. 7. 0.	44. 55. 0.
a	21. 57. 44.	46. 56. 46.
re	21. 14. 6.	47. 47. 54.
nue	23. 3. 35.	47. 11. 24.
le Duc	22. 50. 0.	48. 46. 5.
ux	16. 57. 49.	49. 16. 30.
inne	16. 11. 19.	43. 29. 15.
vais	19. 45. 45.	49. 26. 2.
rt	24. 32. 30.	47. 38. 18.

8 2

Besan

Besançon	23.42.30.	47.13.45.
Beylers	20.52.25.	43.20.23.
Bourdeaux	17. 5.46.	44.50.18.
Boulogne	19.16.44.	50.43.31.
Brest	13.11. 0.	48.23.15.
Cahors	19. 7. 2.	44.25.59.
Calais	19.31. 1.	50.57.31.
Cambrai	20.53.31.	50.10.37.
Carcassonne	20. 0.49.	43.12.45.
Chalons s. Marne	22. 1.46.	48.57.16.
Chalons s. Saône	22.31.25.	46.46.50.
Chartres	19. 9. 5.	48.26.54.
Clermont in Au-		
vergne	20.45. 7.	45.46.45.
Colmar	25. 2.11.	48. 4.44.
Compiègne	20.29.41.	49.24.59.
Dieppe	18.44.21.	49.55.34.
Dole in der Franche		
Comté	23.10. 6.	47. 5.52.
Dole in Bretagne	15.54.48.	48.33. 9.
Donai	20.44.47.	50.22.12.
Dunkerque	19.57.37.	51. 2.10.
Embrun	24. 5.54.	44.34. 8.
Evreux	18.49. 4.	48.55.30.
Fort-Louis	25.44.10.	48.48. 1.

	23. 44. 13.	44. 33. 46.
ville	16. 3. 48.	48. 50. 16.
ble	23. 23. 40.	45. 11. 40.
de Grace	17. 46. 23.	49. 29. 14.
Insul	15. 28. 58.	49. 12. 59.
chelle	16. 30. 5.	46. 9. 21.
u	25. 47. 30.	49. 11. 38.
es	22. 59. 58.	47. 51. 57.
ip	21. 33. 21.	45. 25. 2.
tre	16. 42. 57.	45. 18. 33.
	20. 44. 16.	50. 37. 50.
es	18. 55. 9.	45. 49. 53.
	22. 29. 9.	45. 45. 51.
is	18. 34. 9.	43. 28. 30.
	16. 30. 0.	46. 27. 14.
ille	24. 10. 6.	48. 35. 33.
elle	23. 2. 0.	43. 17. 48.
ix	20. 32. 38.	48. 57. 40.
re	21. 9. 19.	44. 30. 42.
eres	22. 23. 16.	49. 45. 47.
	23. 50. 10.	49. 7. 10.
poix	19. 32. 11.	43. 5. 7.
pellier	21. 32. 24.	43. 36. 39.
ing	20. 59. 59.	46. 34. 4.
p	23. 50. 16.	48. 41. 55.

	• 1 "	• 1 "
Nantes	16. 7. 2.	47. 13. 7.
Marbonne	20. 40. 0.	43. 10. 58.
Nevers	20. 49. 15.	46. 59. 18.
Noyon	20. 40. 35.	49. 34. 42.
Orleans	19. 34. 22.	47. 54. 10.
Quessant. Insel	12. 36. 37.	48. 28. 8.
Paris. Observ.	20. 0. 0.	48. 50. 14.
Perpignan	20. 33. 57.	42. 41. 48.
Rheims	21. 42. 32.	49. 14. 41.
Rennes	15. 58. 57.	48. 6. 45.
Rhodes	20. 14. 20.	44. 21. 0.
Rouen i)	18. 45. 44.	49. 26. 27.
Saintes	17. 1. 6.	45. 44. 43.
St. Omer	19. 54. 57.	50. 44. 50.
Seez	17. 50. 44.	48. 36. 28.
Sisteron	23. 35. 47.	44. 11. 51.
Strasbourg	25. 24. 36.	48. 34. 56.
St. Brieux	14. 55. 20.	48. 31. 21.
St. Croix	25. 8. 55.	48. 0. 35.
St. Malo	15. 38. 38.	48. 39. 3.
Thionville	23. 50. 30.	49. 21. 30.
Tonnere	21. 38. 44.	47. 51. 8.

Zoll

i) Nach Conn. d. T. 1815. Längsmesser Eph. Vi
ad ann. 1802. giebt für Rouen die Länge 21°. 39'.
Breite 49°. 56'. 44".

m 31 32	23.35.25.	43.67.9.
use 3 77	19. 6.21.	43.35.46.
3 1 26	21.44.35.	48.18. 5.12
ciennes	24.11.40.	50.21.27.
es	14.54.41.	47.39.26.
e	24.46.28.	43.43.16.
illes	19.47. 9.	48.48.18.
rs	22.20.45.	44.29.14.

G r o ß b r i t t a n i e n.

heim	16.19. 0.	51.50.29.
ridge	17.44.15.	52.12.36.
Lezard	12.27.30.	49.57.30.
ea	17.30.15.	51.29.14.
het	17. 5. 0.	51.37.30.
es	18.58.57.	51. 7.47.
in	11.21.45. ^{k)}	53.21.11.
iburg	14.29.30.	55.56.22.
m	17.24.30.	51.20. 0.
ter	14. 5.30.	50.44. 0.
nouth	12.11.45.	50. 8. 0.
igoto	13.23. 8. ^{l)}	55.51.35.

Green.

Triesn. hat 11°. 18'. 36".

Sonnenfist. 1764. B. 1769.

	°	'	"	°	'	"
Rantes	16.	7.	2.	47.	13.	7.
Rambouillet	20.	40.	0.	43.	10.	58.
Reims	20.	49.	15.	46.	59.	18.
Rouen	20.	40.	35.	49.	34.	42.
Orléans	19.	34.	22.	47.	54.	10.
Quessant. Insel	12.	36.	37.	48.	28.	8.
Paris. Observ.	20.	0.	0.	48.	50.	14.
Perpignan	20.	33.	57.	42.	41.	48.
Rheims	21.	42.	32.	49.	14.	41.
Rennes	15.	58.	57.	48.	6.	45.
Rhodes	20.	14.	20.	44.	21.	0.
Rouen 1)	18.	45.	44.	49.	26.	27.
Saintes	17.	1.	6.	45.	44.	43.
St. Omer	19.	54.	57.	50.	44.	50.
Sez	17.	50.	44.	48.	36.	28.
Sisteron	23.	35.	47.	44.	11.	51.
Strasbourg	25.	24.	36.	48.	34.	56.
St. Brisac	14.	55.	20.	48.	31.	21.
St. Evre	25.	8.	55.	48.	0.	35.
St. Malo	15.	38.	38.	48.	39.	3.
Thionville	23.	50.	30.	49.	21.	30.
Tonnere	21.	38.	44.	47.	51.	8.

Zou

1) Nach Conn. d. T. 1815. Eriesner Eph. Vienn.
ad ann. 1802. giebt für Rouen die Länge 21°. 14'.
Breite 49°. 56'. 44".

	22. 2. 0.	50. 51. 0.
	22. 8. 54.	52. 9. 30.
	20. 44. 16.	50. 37. 56.
	21. 37. 15.	50. 27. 0.
	20. 24. 55.	51. 7. 41.
	20. 35. 1.	51. 13. 49.
m	22. 8. 56.	51. 55. 22.
	22. 47. 1.	52. 5. 12.

Perifa und die benachbarten Inseln.

Insl. Ort	o l "	o l "
Icon	315. 42. 0.	17. 4. 30.
Lake	298 35. 0. P)	48. 45. 0.
chouse	295. 1. 4.	50. 14. 23.
	306. 41. 0.	42. 22. 0.
aires	319. 8. 45.	34 35. 26. f.
ge	306. 57. 57.	42 23. 28.
eton Louisb.	317. 45. 0.	45. 53. 45.
arles	303. 28. 0.	62. 46. 0.
rn.	309. 55. 0.	55. 58. 30. f.
jena	302. 10. 0.	10. 25. 15.
i Insel	325. 25. 0.	4. 56 18.
ion in Chili	304. 48. 0.	36. 49. 10. f.

Coquina

iese und mehrere Bestimmungen aus dem astron. orbuche. 1794. S. 256.

	0	1	11	0	1	11
Coquimbó	306.	24	15.	29.	54	40. f.
Coudre Insel	307.	16.	26.	47.	23.	0.
Cumberlandhouse	275.	34.	2.	53.	56.	40.
Cuba Inf. Havana	295.	16.	50.	23.	9.	27.
St. Domingo	316.	4.	30.	15.	18.	23.
Cappstadt	305.	22.	0.	19.	46.	30.
Fort de Galles	283.	26.	0.	58.	47.	32.
Fort St. Louis in Domingo	304.	23.	0.	18.	18.	40.
Fort Pr. Wales	283.	27.	30.	58.	37.	32.
Gloucester	290	37.	1.	52.	24.	20.
Guadaloupe	315.	40.	45.	15.	59.	30.
Klein Goave	304.	45.	26.	18.	26.	50.
Hudsonshouse	270.	12.	40.	53.	0.	32.
St. Jago della Vega in Jamaica	301.	20.	0.	17.	40.	0.
St. Joseph in Cali- fornien	267.	58.	50.	23.	3.	13.
Jamaica Inf. Haf.	300.	55.	30.	18.	0.	0.
Juan Fernandez I.	298.	2.	0.	33.	48.	0.
Rebet in Canada	306.	30.	0.	46.	47.	30.
Pewestown	302	33.	45.	38.	47.	27.
Lima	300.	32.	15.	12.	2.	35. f.
Louisbourg	317.	45.	0.	45.	53.	40.
Martinique Fort	316.	34.	0.	14.	35.	55

	278.34.30.	19.25.45.
Fort	296.43.36.	51.15.54.
Cambridge	306.30. 0.	42.25. 0.
Orleans	287.41.15.	29.57.45.
	303.31. 0.	40.43. 0.
	342.34.30.	8.13. 0. f.
	298.12.30.	8.58.48.
Philadelphia	302.28.15. 9)	39.56.55.
delo	298. 4.30.	9.33. 5.
Rico	311.26.27.	18.29.10.
	298.54.30.	0.13.17. f.
neiro	334.23. 0.	22.54.10. f.
ity	300.56. 0.	63.29. 0.
Peru	306.30. 0.	17.36.15. f.
Fort	285. 5.15.	57. 1.48.

S ü b f e e - I n s e l n.

Australien.

and	0. 1. 11	0. 1. 11
Seb. Dorf	159.20. 0.	10.37. 0. f.
and Haf.		
Agila	183.58. 9.	45.47.26. f.
ledon. Cap		
du Sales	184.38. 0.	22.29. 0. f.

Freund.

Isan. hat 302°. 28'. 9".

Freundschafts- Inseln.	o	1	11	•	1	11
Rotterdam oder Na- moca	203.	11.	30.	20.	16.	30. f.
Amsterdarn ob. Ton- ge Tabu	202.	26.	46.	21.	7.	35. f.
Gesellschafts- Inseln.						
Tahiti Vorgeb. ♀	228.	9.	30.	17.	29.	17. f.
Huaneine	226.	32.	45.	16.	44.	o. f.
Das südl. Thule auf Sandwichs. Land	349.	56.	o.	59.	34.	o. f.

Mehrere Plätze und Inseln der Südsee sehe
man in Coofs und Forsters Reisen, auch
Bodens Anleitung zur allgemeinen Kennb-
nis der Erbkugel, Berlin 1786. S. 165. u.
Auch Astron. Jahrbuch 1784. S. 171. u.

11 5 8.

I. In dieser Tafel sind die Längen alle von
dem gewöhnlichen Merid. der Insel Ferro angerech-
net, welcher 20 Grad westwärts von Paris liegt.

Die Breiten sind alle nördlich. Wo sie südlich
sind, steht ein s. dabey.

Wer sich dieser oder jener Hülfsscharten, wie
mal älterer, zur Rappirung neuer bedienen

2.. Gegenwärtig gewahrt es fast durchgängig
nem Meridiane, welcher 20 Grad westwärts
Paris durch einen gewissen Punkt der Insel
gedacht wird.

3. Auf sehr vielen, zumahl ältern holländi-
schen, sind die Längen von einem Meridiane
chnet, welchen man sich durch den Pk von
issa $18^{\circ}. 52'$ westwärts von Paris gedanken
so daß also die Länge von Paris $= 18^{\circ}$.
der nach genauerer Bestimmung $18^{\circ}. 50'. 54''$

Dies ist der Fall bei den Vischerischen,
ischen, Dankertischen, Volkischen,
iebenen Schenkischen und Homänni-
Charten.

4. Aber die Franzosen, und mit ihnen die
n neuern Geographen, rechnen von dem ober-
en Punkte der Insel Ferro, 20° westlich von

wo die Abweichung der Magnetenadel $\approx 6^\circ 30'$, liegt. Dieser Insel geographische Länge von der Insel Ferro ist $350^\circ 27' 18''$ liegt also ungefähr $10\frac{1}{2}$ Grad westwärts von Ferro.

6. Janson in seinen Planet-sphären, Petrus delius in seiner Universalcharte, Gerardus Mercator der Jüngere, Verctus in seiner Europa contracta, Wilhelm Blaeu und andere, ließen den ersten Meridian durch die Insel del Fuego oder St. Philipp, eine von den Inseln des grünen Vorgebürges, wo man ebenfalls glaubte, daß die Abweichung der Magnetenadel ≈ 0 ausgehen. Indessen that Wilhelm Blaeu in der Folge selbst den Vorschlag, den ersten Meridian auf die Canarische Insel Teneriffa (3), wo der Pit als einer der höchsten Gebürge bekannt ist, zu verlegen, worinn ihm, denn nachher fast alle holländische Geographen gefolgt sind.

7. Die meisten englischen Seecharten rechnen von dem Greenwicher Meridian, unterweilen auch vom Cap Lezard (man s. oben in der Tafel S. 7. Großbritannien). Die französischen Seecharten von dem Pariser Meridian, s. E. die *Hydrographie française de Mr. Bellin*.

8. Die Charten von Gerhard Mercator (gest. 1592), welche den großen durch Hondius

8. Herausgegeben Atlas ausmachen, geben bei el Ferro 3 Grad Länge, rechnen also von einem Meridian 3 Grad westwärts von Ferro.

9. Doppelmater auf einer Homannischen Karte (Basis geographiae recentioris), welche keinem Himmelsatlas zu finden, legt den ersten Meridian $22\frac{1}{2}$ Grad westlich von Paris, weil dies eine aliquoten Theil, nemlich $\frac{1}{8}$ des Umfanges ausmache, und behauptet, daß dieser Meridian in die Gegend der Insel Ferro falle.

10. Diese Verschiedenheit des ersten Meridians, von welchem auf diesen oder jenen Charten Längen angerechnet werden, ist beym Gebrauche Landcharten etwas sehr unangenehmes.

Indessen ist es leicht, auf einer vorgegebenen Karte, wenn es nicht besonders auf ihrem Rande merkt ist, den Meridian zu finden, von welchem Längen angerechnet worden sind.

11. Man suche auf der Charte einen, oder besserer Vergleichung, mehrere Orter, deren geographische Längen von der Insel Ferro durch neue Beobachtungen, aus der Tafel (S. 7.) bekannt sind. Stimmen diese Längen auf der Charte mit denen der Tafel überein, so wird sich leicht zeigen, welchen Meridian die Charte für den ersten

ersten nimmt, und wie weit solcher von dem gewöhnlichen der Insel Ferro absteht.

Er. Auf einer Homannischen Charte von dem Herzogthum Nieberösterreich (auf deren Rande sowohl die Längen als Breiten von Minuten zu Minuten abgetheilt sind) finde ich die Länge von Wien angegeben

$$= 37^{\circ} \ 13' \ 30''$$

Nun ist aber die wahre von der

Insel Ferro

$$= 34^{\circ} \ 2' \ 30''$$

Also ist sie zu groß angegeben $3^{\circ} \ 11'$ d. h. der erste Meridian für diese Charte ist $3^{\circ} \ 11'$ westlich von der Insel Ferro angenommen. — Es muß demnach jede auf der Charte angegebene Länge um $3^{\circ} \ 11'$ vermindert werden, um die Länge von der Insel Ferro angerechnet, zu erhalten.

Ohne Zweifel rechnete man damals, als die Charte verfertigt wurde, den Meridian der Insel Ferro noch $22\frac{1}{2}$ Grad westwärts von dem Pariser (9), da man doch nachher fand, daß die Entfernung nur $19^{\circ} \ 52'$ betrug, wofür man in der Folge die runde Zahl 20 Grad annahm. Es mußte also die Länge jedes Orts auf der Charte, wenn ihre Meridiane von der vermeintlichen Insel Ferro (9) angerechnet werden, eigentlich nur um $2^{\circ} \ 30'$ größer seyn, als die, von der wahren Insel Ferro, 20 Grad westlich von Paris, angerechnete. Wir haben

aber gefunden, daß die Länge von W
harte um $3^{\circ} 11'$ zu groß war, daß i
rühren, daß man damals in der wahr
zien selbst noch nicht so gewiß war, als n
ist; Vielleicht wurde auch von dem Wert
(8) angerechnet, da denn die $11'$ Ueberschuß
von der nicht hinlänglich genauen Lage von
herrühren könnten.

12. Dies Beispiel wird zeigen, wie in an
Fällen die Vergleichen anzustellen sind,
man solchergestalt für mehrere Oerter auf
harte, daß die angegebenen Längen, mit den
en verglichen, einerley Unterschiede,
E. in dem obigen Beispiele, immer $3^{\circ} 11'$.
so zeigt dieses, daß wenigstens die Mittags-
der Oerter auf der Charte, unter sich selbst
richtige Lage haben. Zeigen sich aber Ab-
ungen, so folgt daraus, daß die Meridiane
ren gegenseitigen Lagen selbst fehlerhaft sind,
daher nach Maasgabe genauerer Bestimmungen,
Berichtigung bedürfen. Uebrigens muß man
t, nach welcher Projectionsart das Netz der
te gezeichnet worden ist, damit man die auf
Charte angegebene Länge eines Orts gehörig
ien, und mit der wahren vergleichen kan. Wie
zu bewerkstelligen, wird die Folge ausweisen.

die Fehler in den gemessenen Graden mit Schuld seyn können. Doch findet Hr. Prof. Klügel (Berlin. Astr. Jahrbuch 1788 S. 213.), daß wenn man die Erde für einen vollkommen elliptischen Körper, d. h. für einen Körper, der durch die Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entstehen würde, annehmen wollte, die gemessenen Grade am besten auf eine Ellipse passen würden, deren kleiner Durchmesser oder Axe $\equiv 6524894$ Toisen, der größere $\equiv 6559982$ wäre. Dies gäbe demnach das Mittel zwischen beyden Durchmessern $\equiv 6542438$ L. merklich von dem ob erwähnten Mittel (2) verschieden. Nach würde dann die Größe eines Grades $\equiv 57093$ L.

6. Klügel nimmt indessen die Erde für eine Kugel, deren Umfang dem mittlern Umfange des Erdsphäroids gleich wäre, und berechnet hieraus die Größe eines Grades auf dieser Kugel $\equiv 57173,5$ Toisen. Also

1 Minute $\equiv 952,89$ Tois.

1 Secunde $\equiv 15,881$ Tois.

7. Die wirklich gemessenen Meridian-Grade auf der Erde verhalten sich aber unter den verschiedenen geographischen Breiten folgendermaßen:

Die Columne I. bedeutet, unter welchem Abstände vom Aequator der Grad des Meridians gemessen

gemessen worden, also die geographische Breite der Mitte des gemessenen Grades. II. bedeutet den Werth des Grades in Toisen und III. wer ihn gemessen.

I.	II.	III.
0.30	56753	Bouguer und Condamine a)
33.18 f.	57037	de la Caille b)
39.12 n.	56888	Mason und Dixon c)
43. 0	56979	Boscovich d)
44.44	57069	Beccaria e)
45. 0	57028	Mem. de l'Ac. 1758. p. 244.
45.57	56881	Liesganig in Ungarn f)
48.43	57086	Liesganig in Oestreich g)
49.23	57069	Maupertuis h)
66.20	57422	Unter dem Polarkreise i)

Noch

a) La fig. de la Terre par les observ. de Mrs. Bouguer et de la Condamine par Mr. Bouguer. Par. 1749. Mesure de trois premiers degrés du Merid. dans l'hémisphère austral. par Mr. de la Condamine. Par. 1751.

b) diverses obs. astronomiques. faites au Cap de la Esper. Mem. de l'Ac. des Sc. 1751. p. 435.

c) In Nordamerica — Phil. Transact. 1768. p. 326.

d) de litteraria exped. franç. mit Noten vermischt Voyage astron et geogr. dans l'état de l'église 1770.

e) Gradus Taurinensis 1774.

f) u. g) Dimensio graduum viennens. et hungarici 1770.

h) Degrès du Mer. entre Paris et Amiens par Mr de Maup. 1740.

i) Maupertuis figure de la Terre.

die Fehler

seyn f

(Ber

mo

f

Die Fehler sind die von
 durch die Hrn. Mechain
 in des Frenh. v.
 Geogr. Ephemeriden, und
 Corresp. die weiteren Nachrichten
 Man hat mit dieser Messung auch noch die
 Inseln verbunden, wodurch diese große
 Gradmessung über 12 Grade in sich faßt. Eine
 kurze geschichtliche Darstellung derselben s. m. in
 der Monathlichen Correspondenz des Frenh.
 v. Sach XXIII. B. S. 229 u. Von andern
 neuen Gradmessungen in Lappland und Engelland
 ebenas. S. 239. Die Resultate derselben geben
 für die Abplattung der Erde einen Bruch, welcher
 zwischen $\frac{1}{360}$ und $\frac{1}{340}$ fällt, welcher um ein be-
 trächtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{80}$, welchen die
 ältern Gradmessungen gegeben haben, abweicht.
 M. s. unten (12).

8. Hr. Prof. Klügel ^{k)} hat gesucht, eine
 Formel anzugeben, welche mit der kleinsten merk-
 lichen Abweichung die berechneten Grade so giebt,
 wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) gefun-
 den worden. Die Formel ist folgende

$$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos. 6\beta$$

Statt deren auch folgende

$$G =$$

k) Astronomisches Jahrb. 1787. u. 1788.

$= 56745 + 1160 \sin \beta^2 - 256 \sin$
 nicht werden kan, wo denn G den A
 idians bedeutet, dessen Mitte der ge
 Breite β entspricht.

9. Nach dieser Formel kommen nu
 Graden der Breite, folgendz Werthe
 grade.

β	
0	
5	
10	
15	
20	
25	56781
30	56813
35	56861
40	56925
45	57003
50	57093
55	57190
60	57289
65	57386
70	57473
75	57547
80	57603
85	57637
90	57649

Halbmesser des Aequators $\equiv AO \equiv n$, und \equiv einem Grade des Meridians unter dem Aequator seyn müssen.

13. Nennt man daher den Grad des Meridians bey A ober unter dem Aequator, $\equiv g$, so man

$$n \equiv \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot g \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

$$\frac{n}{\sqrt[3]{g}} \equiv \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

nach in (11) der Halbmesser des Parallels M oder

$$p \equiv n \cos \beta \sqrt[3]{\frac{G}{g}}$$

dieses Parallels, weil sich ähnliche Bogen, überhaupt auf zwey Kreisen, verhalten wie die Halbmesser. Heißt man also einen Grad des Parallels durch $M = \gamma$, so hat man

$$n : G :: g : \gamma \quad \text{also}$$

statt g den Werth (13) gesetzt,

$$\gamma = \frac{G}{g}$$

in der Formel den Grad des Parallels, sondern vielmehr den Grad des Meridians, so darf man, wie in

$$(11), \text{ statt } G \text{ nur setzen } \frac{n \cdot \pi}{180}, \text{ wo denn } \frac{\pi}{180}$$

$$= 0,017453 \text{ und zum Behufe der Rechnung mit Logarithmen } \log 0,017453 = \log \pi - \log 180$$

$$= 0,2418774 - 2$$

ist.

16. Will man aber den bereits berechneten Grad des Aequators, also den Werth von $G = 57247$ (S. 9. 12.) brauchen, so ist in (14)

$$\log \gamma = \log G + 1 \cos \beta + \frac{1}{3} (\log G - \log g)$$

17. Würde die Erde als eine Kugel betrachtet, auf der alle Grade des Meridians einander gleich, und zwar den Grad des Aequators gleich wären, so hätte man, in h

$$\gamma = g \sqrt{\frac{3}{g} \frac{G}{g}}$$

denn erhellet, daß man die Grade wie g ,
 t Paralleltreise einer Kugel wie (17)

t $\sqrt{\frac{3}{g} \frac{G}{g}}$ multipliciren dürfe, um die Grade

paralleltreise auf dem wahren Erdsphäro
 zu erhalten.

9. In nachstehender Tabelle zeigen sich von
 Graden der Breite, die Werthe der Grade
 Paralleltreisen, sowohl für eine Kugel wie
 als auch für das wahre Erdsphäroid.

Die Columne I. enthält die geographischen
 , also die Werthe von β .

Die Columne II. die ihnen entsprechenden
 der Paralleltreise, auf einer Kugel wie

Sphäroid, dergleichen die Erde ist, also die Oberfläche von γ .

Und endlich die Columnne IV. die Unterschieb der Werthe der Iken und IIken Columnne, alles zusammen.

I.	II.	III.	IV.
0	57247	57247	0
5	57029	57029	0
10	56377	56377	0
15	55296	55298	2
20	53794	53799	5
25	51883	51895	12
30	49577	49597	20
35	46894	46926	32
40	43854	43900	46
45	40479	40541	62
50	36798	36875	77
55	32835	32921	86
60	28623	28715	92
65	24194	24283	89
70	19580	19663	83
75	14816	14887	71
80	9941	9991	50
85	4989	5015	26
90	0	0	0

(§. 9.) = 56745 ergibt.

So ist z. E., wenn man den Werth von γ
= 40° berechnen wollte, aus der Tafel
) endlich $G = 56925$ für $\beta = 40^\circ$, also

$$\frac{G}{g} = \frac{56925}{56745}; \text{ und nun}$$

$$\log G = \log 57247 = 4,7577527$$

$$\log \cos \beta = 9,8842540 - 10$$

$$\text{Summe} = \log g = 4,6420067$$

$$\text{Ferner} \quad \log G = 4,7553030$$

$$\log g = 4,7539276$$

$$\log G - \log g = 0,0013754$$

$$\text{hievon } \frac{1}{3} = 0,0004584$$

$$\text{dies addirt zu } \log g = 4,6420067$$

$$\text{Giebt } \log \gamma = 4,6424651$$

Graden des Parallels auf der Kugel (17) und in
wahren Sphäroide, ohngefähr zwischen dem 60
und 65ten Grad der Breite, am größten sind, in
sich auf 90 und etliche Loisen belaufen. Können
aber doch sind sie immer gering genug, um sie in
Verzeichnung der Landcharten beiseite setzen zu
lassen, und also die Parallelgrade so zu nehmen
wie sie auf einer wirklichen Kugel statt finden.

28. Von etwas größerem Belange sind die
Unterschiede der Meridiangrade auf der Kugel
und auf dem Sphäroid. Auf ersterer würden
alle von gleicher Größe, auf dem letztern aber,
dem Verhältnisse nach den Polen zu, größer we-
den, wie solches aus der Tafel (§. 9.) zu ersehen
ist. Allein auch bey diesen ist doch die Ungleichheit
nicht so groß, daß es sich der Mühe verlohnen
sollte, bey Verzeichnung der Charten Rücksicht dar-
auf zu nehmen, wie bereits (§. 10.) erinnert wor-
den, und also nur in Fällen der äußersten Genauig-
keit dürfte dieses Wachsen der Meridiangrade nach
den Polen des Erdsphäroids, in einige Betrach-
tung kommen.

Die bisherigen Untersuchungen waren nöthig
um zu zeigen, daß in allen gewöhnlichen Fällen bei
Verzeichnung der Landcharten, es vollkommen ver-
statet sey, die Abweichung der Erde von der Ku-
gelge-

n bestätigen, so würde es noch vielmehr
tet seyn, bey geographischen Charten die Ab-
mg. der Erde von der Kugelgestalt, bey Seite
en.

§. 11.

Geographische Maße.

1. Da auf den Landcharten gewöhnlich ein
Stab zur Bestimmung der Entfernungen der
r gezeichnet wird, hiezu aber keine so kleine
it, als eine Toise, eine Ruthe oder ein
b, wie bei geometrischen Rissen, gebraucht
n kan, so pflegt man sich dazu der im gemeinen
eingeführten Meilen zu bedienen.

2. Allein da die Größe der Meilen, in vers.

gemessen worden, also die geographische Breite der Mitte des gemessenen Grades. II. bedeutet den Werth des Grades in Toisen und III. wer ihn gemessen.

I.	II.	III.
0.30	56753	Bouguer und Condamine a)
33.18 f.	57037	de la Caille b)
39.12 n.	56888	Mason und Dixon c)
43. 0	56979	Boscovich d)
44.44	57069	Beccaria e)
45. 0	57028	Mem. de l'Ac. 1758. p. 244.
45.57	56881	Liesganig in Ungarn f)
48.43	57086	Liesganig in Oestreich g)
49.23	57069	Maupertuis h)
66.20	57422	Unter dem Polarkreise i)

Noch

a) La fig. de la Terre par les observ. de Mrs. Bouguer et de la Condamine par Mr. Bouguer. Par. 1749. Mesure de trois premiers degrés du Merid. dans l'hémisphère austral. . par Mr. de la Condamine. Par. 1751.

b) diverses obs. astronomiques. . faites au Cap de la Esper. Mem. de l'Ac. des Sc. 1751. p. 435.

c) In Nordamerica — Phil. Transact. 1768. p. 326.

d) de litteraria exped. franç. mit Noten vermehrt Voyage astron. et geogr. dans l'état de l'église 1770.

e) Gradus Taurinensis 1774.

f u. g) Dimensio graduum viennens. et hungarici 1770.

h) Degrès du Mer. entre Paris et Amiens par Mr. de Maup. 1740.

i) Maupertuis figure de la Terre.

die Fehler in den Messungen sind die
 seyn können. Durch die Hrn. Nech
 (Berlin. 1817.)
 man die Geogr. Ephemeriden.
 Körper,
 Umdre-
 hat

Corresp. die weiteren Nachr.
 man hat mit dieser Messung auch noch
 Pulcorischen Inseln verbunden, wodurch diese g
 Gradmessung über 12 Grade in sich faßt.
 der geschichtliche Darstellung derselben s. in
 der Monathlichen Correspondenz des Fr
 v. Zach. XXIII. B. S. 229 u. Von an
 deren Gradmessungen in Lappland und Engel
 ebenas. S. 239. Die Resultate derselben g
 für die Abplattung der Erde einen Bruch, wel
 zwischen $\frac{3}{5}$ und $\frac{3}{4}$ fällt, welcher um ein
 trächtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{3}$, welcher
 ältern Gradmessungen gegeben haben, abwei
 ch. s. unten (12).

8. Hr. Prof. Klügel ^{k)} hat gesucht,
 Formel anzugeben, welche mit der kleinsten n
 lichen Abweichung die berechneten Grade so gi
 wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) ge
 ben worden. Die Formel ist folgende

$$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos.$$
 Statt deren auch folgende

G

k) Astronomisches Jahrb. 1787. u. 1788.

wäre ein Grad auf einem größten Kreise
Kugel = 57107,5 Toisen, also die geographi-

$$\text{Meile} = \frac{57107,5}{15} = 3807 \text{ Toisen.}$$

9. Nähme man die Erde für eine
kugelförmigen Körper, deren Grade denen des Erdäquators gleich

$$\text{so würde der Werth einer Meile} = \frac{57240}{15}$$

3816,5 Toisen (§. 9. 12.).

10. Am besten möchte es seyn, die Klüg-
Bestimmung (7) zum Grunde zu legen, um
dieselben die Verhältnisse anderer Meilen un-
graphischen Maße zu bestimmen.

11. Was nemlich im gemeinen Leben
- Meile genannt wird, weicht oft sehr merklich
von der geographischen Meile, von der
die Rede war, ab. Man heißt letztere auch
deutsche Meile, weil sie von den Nieder-
schen Schiffen und Geographen zuerst be-
Verzeichnung und dem Gebrauche der Länder
eingeführt wurde. Sie ist aber fast nirgend
deutschen Reiche gebräuchlich, indess fast in
Provinz eine andere Meile, zur größten Unbe-
lichkeit der Reisenden, und der Geographen
geführt ist. Die geographische Meile wird in

Noch neuere Gradmessungen sind die von Dünkirchen bis Barcellona durch die Hrn. *Mechain* und *De Lambre*, wovon man in des *Freyh. v. Zach's Allgem. Geogr. Ephemeriden*, und *monathlicher Corresp.* die weitem Nachrichten findet. Man hat mit dieser Messung auch noch die *Balearenischen Inseln* verbunden, wodurch diese große Gradmessung über 12 Grade in sich faßt. Eine kurze geschichtliche Darstellung derselben s. m. in der *Monathlichen Correspondenz* des *Freyh. v. Zach* XXIII. B. S. 229 u. Von andern neuen Gradmessungen in Lappland und Engelland ebendas. S. 239. Die Resultate derselben geben für die Abplattung der Erde einen Bruch, welcher zwischen $\frac{1}{300}$ und $\frac{1}{340}$ fällt, welcher um ein beträchtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{80}$, welchen die ältern Gradmessungen gegeben haben, abweicht. *W.* s. unten (12).

8. Hr. Prof. *Klügel* ^{k)} hat gesucht, eine Formel anzugeben, welche mit der kleinsten merklichen Abweichung die berechneten Grade so giebt, wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) gefunden worden. Die Formel ist folgende

$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos. 6\beta$
 statt deren auch folgende

$$G =$$

k) *Astronomisches Jahrb.* 1787. u. 1788.

$$= 56745 + 1160 \sin \beta^4 - 256 \sin \beta^6$$

nicht werden kan, wo denn G den Grad des
bians bedeutet, dessen Mitte der geographi-
Breite β entspricht.

9. Nach dieser Formel kommen nun von 5
Graden der Breite, folgende Werthe der Me-
grade.

β	G
0	56745
5	56745
10	56746
15	56750
20	56760
25	56781
30	56813
35	56861
40	56925
45	57003
50	57093
55	57190
60	57289
65	57386
70	57473
75	57547
80	57603
85	57637
90	57649

10. Man übersieht aus diesen Erfahrungen, wie die Meridiangrade vom Aequator nach den Polen immer mehr zunehmen. Nimmt man den Unterschied zwischen dem Meridiangrade unter dem Pole $\equiv 57649$ Toisen und dem unter dem Aequator $\equiv 56745$ L., so ist solcher $\equiv 57649 - 56745 = 904$ L. Dieser Unterschied von 904 L. beträgt ohngefähr den 6ten bis 6ten Theil des Grades unter dem Aequator, also ungefähr 1 Minute, und ist demnach in Landcharten kaum merklich.

11. Berechnet man nach der Formel (8) auch die Meridiangrade (7), welche unmittelbar gemessen worden, so zeigen sich so geringe Unterschiede zwischen Rechnung und Messung, daß für die folgenden Betrachtungen diese Fehler ganz für nicht gelten können.

12. Endlich berechnet Klügel auch den Halbmesser der Krümmung eines Meridiangrades unter dem Aequator, d. h. den Halbmesser eines Kreises, auf welchem 1 Grad übereinstimmen würde, mit einem Grade des Meridians unter dem Aequator, und findet diesen Halbmesser $\equiv 3251249$ Toisen, und so auf eine ähnliche Art den Halbmesser der Krümmung für einen Meridiangrad unter dem Pole $\equiv 3303045$. Ferner den Halbmesser des Aequators $\equiv 3279991$, die halbe Axe der Erde

Erde $\equiv 3262447$, alles in Toisen. Also das Verhältniß des Halbmessers des Aequators zur halben Axe der Erde $\equiv 3279991 : 3262447 \equiv 187 : 186$. Witten die Abplattung $\equiv 1 \frac{1}{8} \frac{3}{4}$.

Die Größe eines Grades auf dem Aequator findet er $\equiv 57247$ L.

13. In der Formel (8) nennt Klügel die Zahl 57100 den mittlern Grad der Breite. Ihm würde ein Krümmungshalbmesser $\equiv 3271589$ entsprechen.

14. Die Größe eines Grades auf dem von Klügel sogenannten mittlern Umfange der Erde (6) ist das arithmetische Mittel zwischen dem mittlern Meridiangrade 57100 (13) und einem Grade des Aequators (12).

§. 10.

Tafel für die Grade auf den Parallelkreisen, je nachdem man die Erde für eine Kugel, oder für ein elliptisches Sphäroid annimmt.

1. Es sey APDQ Fig. 1. ein Meridian auf dem elliptischen Erdsphäroid, P und Q die beyden Pole. AD der Durchmesser des Aequators, also A und D ein paar Punkte im Aequator und PQ die Erdaxe. M ein beliebiger Punkt auf dem Meridiane, und MN senkrecht auf PQ, so ist MN

den

Formel besteht aus zwey Theilen, wovon jeder für sich durch Logarithmen zu berechnen ist.

Uebrigens ist noch zu bemerken, daß wenn in der Formel (4) Bogen oder Winkel vorkommen, welche über 90° sind, ihre Cosinusse negativ zu nehmen sind, nach den Regeln, wie solches die Trigonometrie, die ich als bekannt voraussetzen muß, befiehlt.

I. E x e m p e l.

A bedeutet Paris, B Stockholm.

So ist aus der Tafel (S. 7.)

$$a = 90^\circ - 48^\circ.50'.14'' = 41^\circ.9'.46''$$

$$b = 90 - 59.20.31. = 30.39.29$$

Der Unterschied beyder Längen

$$\lambda = 35^\circ.44'.15'' - 20 = 15.44.15$$

$$\text{So ist } \log \cos a = 9,8767061 - 10$$

$$\log \cos b = 9,9346124 - 10$$

$$\text{Summe} = 0,8113185 - 1$$

Hierzu gehört die Zahl $0,64761 = \cos a \cos b$

$$\text{Ferner } \log \sin a = 9,8183557 - 10$$

$$\log \sin b = 9,7074962 - 10$$

$$\log \cos \lambda = 9,9834072 - 10$$

$$\text{Summe} = 0,5092591 - 1$$

Hier.

Hierzu gehört die Zahl $0,32304 = \sin a \sin b \cos c$

Hierzu addirt $0,64761$

gibt $\cos c = 0,97065$ für den Halbmessungswinkel c , woraus denn aus den Sinustafeln $c = 13^\circ.55'$ gefunden wird. Dies nach (14. I. Ex.) in Meilen verwandelt, giebt für den Abstand Stockholm von Paris 208,75 Meilen.

II. E x e m p e l

A sey wieder Paris, B aber in der südlichen Halbkugel Batavia, so ist, weil die geographische Breite von Batavia südlich $= 6^\circ.9'.15''$ ist.

$$b = 90^\circ + 6^\circ.9'.15'' = 96^\circ.9'.15''.$$

Ferner

$$\lambda = 124^\circ.33'.40'' - 20^\circ = 104^\circ.33'.40''.$$

wo ich die Secunden weglassen, und der Kürze wegen, $b = 96^\circ.9'$ und $\lambda = 104^\circ.34'$ setzen will. Der Werth von a bleibt wie im vorhergehenden Beispiele. Man hat demnach erstlich $\sin b = \sin (180^\circ - 96^\circ.9') = \sin 83^\circ.51'$ und $\cos b = -\sin 6^\circ.9'$ negativ, weil $b > 90^\circ$. Ebenso $\cos \lambda = \cos 104^\circ.34' = \cos (90^\circ + 14^\circ.34') = -\sin 14^\circ.34'$ gleichfalls negativ.

Demnach

$$\begin{aligned} \cos c &= -\cos 41^\circ.9'.45'' \cdot \sin 6^\circ.9' \\ &\quad - \sin 41^\circ.9'.45'' \cdot \sin 83^\circ.51' \cdot \sin 14^\circ.34' \end{aligned}$$

nd n tot.	γ in Meilen, und Meilentheils chen der Grade.	β Abstand vom Aequator.	γ Meilen chen der
52.	15 Meil.		
	14,999	45 $\frac{1}{2}$	10,4
	14,998	46	10,4
	14,994	46 $\frac{1}{2}$	10,4
	14,990	47	
	14,986	47 $\frac{1}{2}$	10
	14,979	48	
	14,972	48 $\frac{1}{2}$	9,
	14,963	49	
	14,954	49 $\frac{1}{2}$	9,
	14,944	50	9,642
	14,931	50 $\frac{1}{2}$	9,541
	14,918	51	9,440
	14,904	51 $\frac{1}{2}$	9,338
	14,888	52	9,234
	14,871	52 $\frac{1}{2}$	9,131
	14,853	53	9,027
	14,835	53 $\frac{1}{2}$	8,922
	14,815	54	8,817
	14,794	54 $\frac{1}{2}$	8,699
	14,771	55	8,604
	14,748	55 $\frac{1}{2}$	8,496
	14,724	56	8,388

	γ in Meilen, und Westtheilchen der Grade.	β Abstand vom Aequator.	γ in Meilen, und Westtheilchen der Grade.
	14,698	56 $\frac{1}{2}$	8,279
	14,672	57	8,169
	14,644	57 $\frac{1}{2}$	8,059
15	14,615	58 $\frac{1}{2}$	7,949
1	14,585	58 $\frac{1}{2}$	7,837
	14,554	59	7,726
	14,522	59 $\frac{1}{2}$	7,613
	14,488	60	7,500
16	14,454	60 $\frac{1}{2}$	7,386
16	14,418	61	7,272
16 $\frac{1}{2}$	14,382	61 $\frac{1}{2}$	7,157
17	14,344	62	7,042
17 $\frac{1}{2}$	14,305	62 $\frac{1}{2}$	6,925
18	14,265	63	6,810
18 $\frac{1}{2}$	14,224	63 $\frac{1}{2}$	6,693
19	14,182	64	6,575
19 $\frac{1}{2}$	14,139	64 $\frac{1}{2}$	6,458
20	14,095	65	6,339
20 $\frac{1}{2}$	14,050	65 $\frac{1}{2}$	6,220
21	14,003	66	6,101
21 $\frac{1}{2}$	13,956	66 $\frac{1}{2}$	5,981
22	13,907	67	5,861
22 $\frac{1}{2}$	13,858	67 $\frac{1}{2}$	5,740

End in Grad.	γ in Meilen, und Meilentheil- chen der Grade.	β Abstand vom Aequator.	γ in Meilen, und Meilentheil- chen der Grade.
	13,807	68	5,619
	13,755	68 $\frac{1}{2}$	5,497
	13,703	69	5,375
	13,649	69 $\frac{1}{2}$	5,253
	13,605	70	5,130
	13,538	70 $\frac{1}{2}$	5,007
	13,482	71	4,884
	13,424	71 $\frac{1}{2}$	4,759
	13,365	72	4,636
	13,305	72 $\frac{1}{2}$	4,522
	13,244	73	4,385
	13,182	73 $\frac{1}{2}$	4,260
	13,119	74	4,134
	13,055	74 $\frac{1}{2}$	4,008
	12,990	75	3,882
	12,924	75 $\frac{1}{2}$	3,756
	12,857	76	3,629
	12,789	76 $\frac{1}{2}$	3,502
	12,721	77	3,374
	12,651	77 $\frac{1}{2}$	3,247
	12,580	78	3,119
	12,508	78 $\frac{1}{2}$	2,990
	12,430	79	2,862

	γ in Meilen, und Theiltheilen der Grade.	β Abstand vom Aequator.	γ in Meilen, und Theiltheilen der Grade.
	12,362	79 $\frac{1}{2}$	2,733
	12,287	80	2,605
	12,212	80 $\frac{1}{2}$	2,476
	12,135	81	2,346
		81 $\frac{1}{2}$	2,217
		82	2,088
	1,900	82 $\frac{1}{2}$	1,958
	11,820	83	1,828
30	11,739	83 $\frac{1}{2}$	1,698
39	11,657	84	1,568
39 $\frac{1}{2}$	11,574	84 $\frac{1}{2}$	1,438
40	11,491	85	1,307
40 $\frac{1}{2}$	11,406	85 $\frac{1}{2}$	1,177
41	11,321	86	1,046
41 $\frac{1}{2}$	11,234	86 $\frac{1}{2}$	0,916
42	11,147	87	0,785
42 $\frac{1}{2}$	11,059	87 $\frac{1}{2}$	0,654
43	11,970	88	0,523
43 $\frac{1}{2}$	10,881	88 $\frac{1}{2}$	0,393
44	10,790	89	0,262
44 $\frac{1}{2}$	10,699	89 $\frac{1}{2}$	0,131
45	10,607	90	0

10. Man sieht hieraus, daß diese Sehne die dritte Seite eines geradlinigten Dreiecks seyn würde, dessen beyde andere Seiten die Werthe x und y wären, und der eingeschlossene Winkel $= \lambda$.

11. Um demnach diese Sehne zu finden, so zeichne man auf dem Papiere jenen Triangel nach einem 1000theiligten Maaßstabe, so ist die dritte Seite dieses Triangels nach eben dem Maaßstabe die Sehne des Bogens AB, welche halbirt, des Bogens Sinus giebt, den man in den Tabellen für den Halbmesser 1000 aufschlagen, und solcherge-
stalt den Bogen AB finden kann.

12. Es kommt jetzt nur darauf an, auch die Werthe von x und y , als die beyden Seiten jenes Triangels, welche den Winkel λ einschließen (10), durch eine leichte Construction zu erhalten. Dazu dient nun folgendes.

13. Es ist in dem rechtwinklichten Dreiecke Qpa, der Winkel bey Q, nemlich $pQa = \frac{1}{2} a$, weil er als ein Winkel am Umkreise PAQ, zu seinem Maaße den halben Bogen PA, oder den halben Abstand des Orts A vom Pole P hat, welcher Bogen PA oben §. 14. III. §. = a genannt worden ist.

14. Eben so ist auch in dem rechtwinklichten Dreiecke pQb, der Winkel $pQb = \frac{1}{2} b$,
wenn

sette nach, von einander unterschieden ab.

Aufl. Hier braucht man nur die Differenz, oder die Summe ihrer geographischen Breiten, je nachdem beyde Oerter nemlich auf einerley, oder verschiedenen Seiten des Aequators liegen, zu nehmen, sie durch Grade und Decimaltheile von Graden auszudrücken und mit 15 multipliciren, so hat man den verlangten Abstand in Meilen. Es verursacht keinen merklichen Fehler, wenn auch beyde Oerter nicht ganz genau einerley Mittagstreife lägen.

I. Exempel. Nach der obigen Tafel (§. 7.) liegen Leipzig und Kopenhagen ohngefähr einerley Mittagstreife, indem der Unterschied ihrer geographischen Längen nur ohngefähr 13 Minuten beträgt.

Die Breite von Leipzig ist $51^{\circ}.20'.24''$

Kopenhagen $55.41.4$

Unterschied $4.20.40$

Dieses beträgt in Graden und Decimaltheilen 4,344 Grad. Also der Abstand beyder Oerter $= 4,344 \text{ mahl } 15 = 65,16 \text{ Meilen.}$

Man kann indessen auch so rechnen

1 Grad $= 15 \text{ Meilen}$

1 2

1 Min.

$$1 \text{ Min.} = \frac{1}{2} \text{ Meile} = 0,25 \text{ M.}$$

$$1 \text{ Sec.} = \frac{1}{240} \text{ Meile} = 0,0042 \text{ M.}$$

Also

$$4^{\circ} = 4. 15 = 60 \text{ Meilen}$$

$$20' = 20. 0,25 = 5,00$$

$$40'' = 40. 0,0042 = 0,16$$

$$\text{Also } 4^{\circ}. 20'. 40'' = 65,16 \text{ Meilen}$$

wie vorhin gefunden worden.

II. Exempel. Das Vorgebürge der guten Hoffnung hat mit Danzig beynahe einerley Länge.

Die Breite von Danzig ist aber $= 54^{\circ}. 20'. 48''$ nördl.
vom Vorgebürge $= 33. 55. 15$ südl.

also der Abstand beyder Oerter $= 88. 16. 3$

$$\text{Nun sind } 88^{\circ} = 88. 15 = 1320 \text{ Meilen}$$

$$16' = 16. 0,25 = 4$$

$$3'' = 3. 0,0042 = 0,0126$$

$$\text{Summe} = 1324,0 \text{ M.}$$

für die Entfernung des Vorgebürgs der guten Hoffnung von Danzig.

Zweyter Fall. Wenn die Oerter im Aequator liegen, also einerley (oder auch beynahe einerley) Breite haben.

Aufl. Man ziehe die geographischen Längen beyder Oerter von einander ab, und verwandle den Unterschied in Meilen, wie in den vorhergehenden Beyspielen geschehen.

Ann

Ann. Es kann sich ereignen, daß der Unterschied dieser Längen größer als 180° wird. In diesem Falle nimmt man die Ergänzung zu 360° , weil, wenn zwey Oerter auf einem größten Kreise liegen, man unter ihrem Abstände allemahl den kleinsten Bogen des größten Kreises zwischen ihnen, versteht.

Dritter Fall. Wenn die Oerter weder in dem Aequator, noch in einerley Mittagskreise liegen.

AufL. In diesem Falle muß man zur sphärischen Trigonometrie seine Zuflucht nehmen, und den Bogen, der den Abstand beyder Oerter mißt, durch Rechnung bestimmen.

1. Es sey demnach (Fig. II.) P der Pol, PAC der Meridian des einen Ortes A, und PBD der des andern B.

2. Beyde Meridiane schneiden auf dem Aequator CL, einen Bogen CD, den Unterschied der Mittagskreise, oder der Längen beyder Oerter ab, und dieser Bogen CD ist das Maaß des sphärischen Winkels CPB, oder der Neigung beyder Mittagskreise gegen einander. Es heiße $CPB = A$.

3. Der Bogen PA, also der Abstand des Orts A vom Pole P, mithin die Ergänzung der geographischen Breite CA des Orts A, zu 90° , heiße

heisse a , und eben so $PB = b$, so hat man, in der sphärischen Dreiecke APB , worin AB der eines durch A und B gehenden größten Kreises Abstand beider Oerter mißt, zwei Seiten $PA = a$, $PB = b$, und den eingeschlossenen Winkel $APB = \lambda$, woraus sich denn $AB = c$ durch Rechnung finden läßt.

4. Die Formel dazu ist nach Kästners Trigonometrie, oder auch nach den trigonometrischen Formeln im 2ten Theile meiner praktischen Astronomie (Er. S. LIII, 2.) folgende

$$\cos AB = \cos AP \cdot \cos BP + \sin AP \cdot \sin BP \cdot \cos \lambda$$

oder

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \lambda$$

5. In dieser Formel sind alle trigonometrischen Linien für den Sinus totus $= 1$ zu nehmen, d. h. man muß von jeder, die man in den Logarithmen aufschlägt, von der rechten Hand gegen die 7 Decimalstellen abschneiden (Er. S. I.), wenn man mit den Linien selbst rechnen will. Da dieses sehr beschwerlich seyn würde, so bedienen sich der Logarithmen, da denn, wie bekannt, jedem Logarithmen einer trigonometrischen Function allmahl 10 ganze Einheiten abgezogen werden müssen, um den Logarithmen derselben für den Sinus totus 1 zu erhalten (Er. S. II.). Die gefu-

ten sind, nach den Regeln, wie solches die
 onometrie, die ich als bekannt voraussetzen
 , bezieht.

I. E x e m p e l.

A bedeutet Paris, B Stockholm.

ist aus der Tafel (S. 7.)

$$= 90^{\circ} - 48^{\circ}.50'.14'' = 41^{\circ}.9'.46''$$

$$= 90 - 59.20.31. = 30.39.29$$

Unterschied beyder Längen

$$= 35^{\circ}.44'.15'' - 20 = 15.44.15$$

$$\text{ist } \log \cos a = 9,8767061 - 10$$

$$\log \cos b = \underline{9,9346124 - 10}$$

$$\text{Summe} = 0,8113185 - 1$$

zu gehört die Zahl $0,64761 = \cos a \cos b$

$$\log \sin a = \dots$$

(0,)

gehört die Zahl $0,32304 = \sin a \sin b \cos \lambda$.

Hierzu addirt $0,64761$

bleibt $\cos c = 0,97065$ für den Halbmesser 1, woraus denn aus den Sinustafeln $c = 13^\circ.55'$ gefunden wird. Dies nach (14. I. Ex.) in Meilen verwandelt, giebt für den Abstand Stockholm von Paris 208,75 Meilen.

II. E x e m p e l

A sen i 18, B aber in der süd-
phisch so-ist, weil die geogra-
südlich $= 6^\circ.9'.15''$ ist.

$$b = 90^\circ + 6^\circ.9'.15'' = 96^\circ.9'.15''.$$

Ferner

$$\lambda = 124^\circ.33'.40'' - 20^\circ = 104^\circ.33'.40''.$$

wo ich die Secunden weglassen, und der Kürze wegen, $b = 96^\circ.9'$ und $\lambda = 104^\circ.34'$ setzen will. Der Werth von a bleibt wie im vorhergehenden Beispiele. Man hat demnach erstlich $\sin b = \sin (180^\circ - 96^\circ.9') = \sin 83^\circ.51'$ und $\cos b = -\sin 6^\circ.9'$ negativ, weil $b > 90^\circ$. Ebenso $\cos \lambda = \cos 104^\circ.34' = \cos (90^\circ + 14^\circ.34') = -\sin 14^\circ.34'$ gleichfalls negativ.

Demnach

$$\begin{aligned} \cos c &= -\cos 41^\circ.9'.45'' \cdot \sin 6^\circ.9' \\ &\quad - \sin 41^\circ.9'.45'' \cdot \sin 83^\circ.51' \cdot \sin 14^\circ.34' \end{aligned}$$

Es

Es sind also jetzt beyde Theile, woraus der $\cos c$ besteht, negativ. Die Rechnung giebt für den ersten Theil

$$1 \cos 41^{\circ}. 9'. 45'' = 9,8767061 - 10$$

$$1 \sin 6. 9 = 9,0299182 - 10$$

$$\text{Summe} = 0,9066243 - 2$$

wozu die Zahl 0,08065 gehört.

Ferner

$$1 \sin 41^{\circ}. 9'. 45'' = 9,8183557 - 10$$

$$1 \sin 83. 51 = 9,9974933 - 10$$

$$1 \sin 14. 34 = 9,4005489 - 10$$

$$\text{Summe} = 0,2163979 - 1$$

wozu die Zahl 0,16459 gehört.

$$\begin{aligned} \text{Also } \cos c &= - 0,16459 - 0,08065 \\ &= - 0,24524 \end{aligned}$$

Da dieser Werth negativ ist, so zeigt dieses an, daß c über 90° ist. Man suche also einen Bogen, dessen Sinus die für $\cos c$ gefundene Größe, bejaht genommen, ist, und addire diesen Bogen zu 90° , so hat man c , oder den Abstand beyder Oerter, welchen man hierauf in Meilen verwandeln kann.

Nun ist ein Bogen, dessen Sinus $= 0,24524$ ist $= 14^{\circ}. 11'$ zunächst, also

$$c = 90^{\circ} + 14^{\circ}. 11' = 104^{\circ}. 11'$$

Dem.

Demnach in Meilen

$$c = 1562\frac{3}{4} \text{ Meilen.}$$

Diese Beispiele werden hinlänglich zeigen, in andern Fällen die Rechnung zu führen ist.

Wenn übrigens λ in der Formel größer seyn sollte als 180° , so nimmt man die Ergänzung 360° , wie in (II. Fall Anm.)

§. 15.

Ein leichtes Verfahren, den Abstand zweyer Oerter A und B (Fig. III.), oder den Bogen AB eines größten Kreises zwischen A und B, durch Construction zu finden.

1. Wenn (Fig. III.) P und Q die beyden Pole, und VR den Aequator vorstellt, welcher die Meridianbogen PAQ, PBQ der beyden Oerter A und B, in m und n schneidet, so ist der Bogen mn erstlich dem Unterschiede der erwähnten Mittagshreise gleich, und das Maasß des Winkels mpn, welchen die beyden in der Ebene des Aequators nach m und n hingezogenen Halbmesser pn, pm, am Mittelpunkte p der Erde mit einander machen, also $mpn = \lambda$.

2. Von

2. Von dem Pole Q ziehe man nach A und B die Linien QA, QB, welche die Halbmesser p, p_n in a und b durchschneiden.

3. Zieht man nun auch ab, so hat man in dem Dreiecke apb, aus den beyden Seiten pa, pb, und dem eingeschlossenen Winkel apb = λ, nach den Regeln der ebenen Trigonometrie (Tr. XVII.) erstlich

$$pa^2 + pb^2 - 2 \cdot pa \cdot pb \cdot \cos \lambda = ab^2$$

4. Nun ist aber, wenn man PA als Sehne des Bogens PA zieht, der Winkel PAQ in dem Halbkreise PAmQ = 90°.

5. Da nun auch Qpa = 90°, weil PQ auf der Ebene des Aequators senkrecht steht, so sind wegen des gemeinschaftlichen Winkels PQA, beyde Dreiecke Qpa, QPA einander ähnlich, mithin

$$QP : Qa = QA : QP$$

oder

$$Qp \cdot QP = Qa \cdot QA.$$

6. Eben so wird denn auch für den Ort B

$$Qp \cdot QP = Qb \cdot QB.$$

7. Demnach (5. 6.)

$$Qa \cdot QA = Qb \cdot QB$$

oder

$$Qa : Qb = QB : QA.$$

8. Folg.

8. Folglich sind in den geradlinigten
 ecken Qab , QAB , wo in dem letztern die
 Linie AB die Sehne des Abstandes der beyde
 ter, oder des Bogens AB ist, die Seiten,
 den gemeinschaftlichen Winkel AQB einsch
 einander proportional; demnach beyde Dreye
 ander ähnlich, und daher auch

$$QB : AB = Qa : ab$$

oder $ab = \frac{Qa}{QB} \cdot AB.$

9. Diesen Werth für ab setze man
 Gleichung (3) und multiplicire sie alsdar
 beyden Seiten mit $\frac{QB^2}{Qa^2}$; so kommt, wenn
 der Nütze, halber

$$\frac{QP \cdot pa}{Qa} = x$$

$$\frac{QB \cdot pb}{Qa} = y$$

$$AB = z$$

setzt, statt jener Gleichung folgende zum Vorf

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos \lambda = z^2$$

wo denn z die Sehne des Abstandes der
 Orter A und B , für den Halbmesser Aj
 Bp bedeutet.

1. Um demnach diese Sehne zu finden, so man auf dem Papiere jenen Triangel nach oothheiligten Maaßstabe, so ist die dritte dieses Triangels nach eben dem Maaßstabe ne des Bogens AB, welche halbirt, des Sinus giebt, den man in den Tabellen für Ibmesser 1000 aufschlagen, und solcherge- i Bogen AB finden kann.

2. Es kommt jetzt nur darauf an, auch die von x und y, als die beyden Seiten jenes is, welche den Winkel λ einschliessen (10), ine leichte Construction zu erhalten. Dazu in folgendes.

3. Es ist in dem rechtwinklichten Dreyecke der Winkel bey Q, nemlich $pQa = \frac{1}{2} a$, als ein Winkel am Umkreise PAQ, zu set-

wenn der Bogen PB, worauf er steht, 1
sein $= b$.

15. Weil nun die rechten Winkel in den 6
den Dreiecken (13, 14) sich am Mittelpunkte
befinden, so hat man, wenn man den Halbmess
 $Qp = Ap = pm = 1$ nennt, in dem Dreie
Qpa

$pa = \text{tang } pQa = \text{tang } \frac{1}{2} a$ (13)
oder auch

$$pa = \frac{\sin \frac{1}{2} a}{\cos \frac{1}{2} a}$$

und $Qa = \sec pQa = \frac{1}{\cos \frac{1}{2} a}$

Eben so in dem rechtwinklichten Dreiecke Qpb

$$pb = \frac{\sin \frac{1}{2} b}{\cos \frac{1}{2} b}$$

16. Ferner weil der Triangel PQB, bei
rechtwinklicht ist, wie oben der PAQ (4),
hat man

$QB = QP \cos PQB = 2 Qp \cos \frac{1}{2} b$
oder wegen $Qp = 1$ (15)

$$QB = 2 \cos \frac{1}{2} b.$$

17. Diese Werthe für pa, pb, QB, subst
ituire man in die obigen Gleichungen (9), so kommt
 $x = 2 \sin \frac{1}{2} a \cos \frac{1}{2} b = \sin \frac{1}{2} (a+b) + \sin \frac{1}{2} (a-b)$

R e g e l

Wenn man die Sehne des Abstandes AB
 r. Orter A und B, deren Unterschied der
 Längskreise $= \lambda$, und Weiten vom Pole $= a$,
 $= b$ sind, finden will, so zeichne man (Fig.
 einen Winkel IKL, gleich dem erwähnten
 Längendifferenzen der Mittagskreise, und trage auf dessen
 Schenkel IK, nach einem tausendtheiligten
 Stabe, die Summe von den Sinussen der
 Summe und der halben Differenz der Wei-
 ten beider Orter vom Pole, also den Werth
 in (17) aus K in A, und eben so auf den
 Schenkel KL die Differenz jener beiden
 Weiten, also den Werth von y aus K in B, so
 ist Dreieck ABK das (10) erwähnte, dem-
 selbe dritte Seite AB oder $z =$ der Sehne des

§. 16.

Anmerkung I. Hat man statt eines selbsttheiligten Maasstabes, einen wärtlichen Sehnen-Maasstab, auf dem man alle Sehnen von 0° bis 180° , nach Art des geradlinigten Transparenz, ablesen kann, so läßt sich auch ohne Hilfe der Sinustafeln, die Sehne z des Bogen AB finden.

Man trage auf den einen Schenkel des gegebenen Winkels A , die Summe der Sehnen $a + b$ und $a - b$ (also nicht wie vorhin, die Summe der Sinusse von $\frac{1}{2}(a + b)$ und $\frac{1}{2}(a - b)$, sondern das Doppelte dieser Sinusse, mithin die erwähnten Sehnen) und auf den andern die Differenz dieser Sehnen, so ist alsdann die dritte Seite des sich ergebenden Triangels die doppelte Sehne von dem gesuchten Abstände der beyden Orte A und B , welche man demnach nur halbiren, um auf den Sehnen-Maasstab tragen darf, um die Größe des Abstandes beyder Orte, als den Wert von c , in Graden und noch kleinern Theilen zu erfahren.

Anmerk. II. Wenn man sich auf diese Weise eines nicht allzu kleinen Sehnen-Maasstabes bedient, so kann man in den meisten Fällen, den Abstand der beyden Orte, innerhalb einer Genauigkeit

nöthige Entfernung der Spitze z von u leichter, als im erstern.

VI. Da es bey dem Landchartenzeichnen vorkommt, Kreisbögen von beträchtlich großen Halbmessern zu ziehen, so ist es vortheilhaft, wenn sich die Stangen der eben beschriebenen Stangenzirkel, verlängern lassen, um erforderlichen Falles Kreisbögen, von 6 bis 8 Schuhen im Halbmesser, ziehen zu können. Man kann also die Stange aus mehreren einzelnen Stücken zusammensetzen, die mit ihren Enden entweder an einander geschraubt, oder auf eine andere Art verbunden werden, wie ohngefähr bey C (Fig. VI.) zu ersehen ist: q , l sind Schrauben, wodurch die Enden zweyer solcher Stangen, wie B und C, mit einander verbunden sind. Am besten mögte es seyn, die einzelnen Stücke an einander zu schrauben, so daß man einen langen oder kurzen Stangenzirkel machen kann, je nachdem man es zum Gebrauche nöthig findet.

VII. Soll ein Kreisbogen, z. E. mit einem Halbmesser von mehreren Schuhen, auf einem Reißbrette beschrieben werden, so würde der Mittelpunkt desselben ausserhalb des Reißbrettes fallen. Man muß also auch auf eine Verlängerung des Reißbrettes bedacht seyn, um die eine Spitze des Stan-

Stan.

plan durch B, vorstellt, ohne merklichen Irrthum den sphärischen Triangel ABC als geradlinig zu setzen, in welchem bey C ein rechter Winkel ist. Verwandelt man nun den Unterschied des Abstandes beyder Orte vom Pole P, also den Bogen des Meridians, in Meilen, jeden Grad zu 15 Meilen gerechnet, und sucht aus der Tafel (S. 12. die Anzahl der Meilen, welche auf dem Parallel AC so viel Grade entsprechen würden, als Unterschied der Längen beyder Orte A und B groß ist, (weil allemahl jeder Bogen eines Parallels, zwischen zwey Meridianen, so viel Grade faßt, als der Unterschied der Längen beträgt) so man in dem rechtwinklichten Drehecke ACB, Hypothenuse AB, also den Abstand der beyden Orte $\approx \sqrt{AC^2 + BC^2}$.

2. Findet sich der Ort A geographische Breite nicht genau in der Tafel, um den Bogen AC des Parallels sogleich in Meilen verwandeln zu können, so verfährt man folgendermaßen.

3. Es sey BC, oder der Unterschied des Abstandes beyder Orte vom Pole P, $\approx \mu$ Meilenlangraden; so ist erstlich $BC \approx \mu. 15$ Meilen

Der Unterschied der Breitengrade, oder Winkel APB am Pole, sey $\approx \lambda$ Grade, und der Ort A Abstand vom Pole $\approx a$, so ist ein B

PA und PB beträgt, so ist der Werth des
 $AC = 15 \cdot \gamma \cdot \sin a$ Meilen

Demnach (1)

$$AB = \sqrt{(15^2 \mu^2 + 15^2 \lambda^2 \sin a^2)}$$

$$= 15 \cdot \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \sin a^2)}$$

4. Um zu sehen, wie viel z. E. der Fehler
 in Abstände der beyden Orter A und B be-

trägt, wenn man das sphärische Dreieck
 für ein geradlinigtes nimmt, und AB nach

berechnet, so will ich z. B. $\mu = \lambda = 5$ Grad

so wird nach (3) erstlich $AB = 15 \cdot \mu \sqrt{\sin a^2}$. Wäre nun die Breite von A z. E.

30° , also $a = 60^\circ$, so wird $\sin a = \cos 30^\circ$.

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ für den Sinus totus 1, also

$\cos 30^\circ = \sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \sqrt{\frac{3}{4}}$ und also

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, mithin

— — — — — 13 \

too dorten für den gegenwärtigen Fall $\lambda = a = 60^\circ$, $b = 60^\circ + 5^\circ = 65^\circ$ gesetzt w
 muß, so findet sich der Bogen $AB = 6^\circ$
 Also in Meilen 100,25; welches von dem
 gefundenen Werthe nur um ohngefähr 1 M
 also etwa um den 100ten Theil der g
 Entfernung AB verschieden ist. Woraus
 folgt, daß wenn ein Land sich nicht über 5
 Grad in der Länge und Breite erstreckt,
 auch, daß wenn innerhalb eines Raumes auf
 Charte, der nicht über so viel Grade der L
 und Breite faßt, Distanzen bestimmt werden
 len, es ohne erheblichen Fehler verstattet
 diese Distanzen als gerade Linien zu betrach
 und nach den Regeln der ebenen Trigonon
 zu berechnen, oder auch durch Construction zu
 den. Der Fehler beträgt so wenig, daß, da
 hin gewöhnlich die Längen und Breiten der
 ter nicht ganz genau bestimmt sind, derselbe
 beyseite gesetzt werden kann. Untetweilen k
 Entwurfungsart der Charte so beschaffen,
 man die Distanzen der Orter auf ihr, unn
 bar, oder doch durch eine leichte Construc
 die sich auf die Formel (3) gründet; ab
 kann, welches unten mit mehrerem erläutert
 den wird.

die Spitze des Winkels den verlangten Bogen MABN über der Sehne MN beschreiben.

2. Dieser Bogen wird flacher oder erhabener, d. h. er gehört zu einem Kreise von einem größern oder kleinern Halbmesser, je nachdem man den Winkel MAN stumpfer oder spiziger nimmt.

3. Um überhaupt zu sehen, wie der Halbmesser RM des zu beschreibenden Bogens, der Winkel MAN, und die Sehne MN von einander abhängen, so gedente man sich aus dem Mittelpunkte R auf die Sehne MN ein Perpendikel RTK, so halbiert solches den Bogen MKN bey K, und die Sehne MN bey T, und man hat in dem rechtwinklichten Dreyecke MRT, den Winkel $MRT = \frac{1}{2} MRN =$ dem Winkel MLN am Umkreise $= 180^\circ - MAN$ (weil $MAN + MLN = 180^\circ$ (Kästn. Geom. 22 Satz 9ter Zus.) und folglich $MN = 2 MR \sin MRT = 2. MR \sin MAN$. Also

$$RM = \frac{MN}{2 \sin MAN}.$$

Je mehr sich also der Winkel MAN einem rechten nähert, desto kleiner wird der Halbmesser des zu beschreibenden Kreisbogens MABN. Für $MAN = 90^\circ$ wird $RM = \frac{1}{2} MN$, d. h. der

8. Um das Ausziehen der Quadratwurzel des λ zu ersparen, kann man auch so verfahren

Weil auch $BA = 15 \mu \cdot \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\mu^2} \sin^2(a + \frac{1}{2} \mu)}$

so suche man einen Winkel $= \psi$, dessen Tangens $= \frac{\lambda \sin(a + \frac{1}{2} \mu)}{\mu}$, so ist

$BA = 15 \mu \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \psi} = 15 \cdot \mu \sec \psi$
 Welches sich alles sehr leicht durch Logarithmen rechnen läßt.

9. Will man BA durch Zeichnung finden, so mache man einen geradlinigten rechtwinklichten Dreieck, dessen einer Cathete $= 15 \mu$ ist, d. h. $=$ dem Bogen BC $= \mu$ in Meilen ausgedrückt, der andere aber gleich dem Bogen eines Parallelkreises (in Meilen ausgedrückt), dessen Abstand vom Pole das oben (6) erwähnte arithmetische Mittel ist, so wird die Hypothenuse dieses Dreiecks die verlangte Weite der beyden Oerter A und B geben.

Anwendungen dieser Sätze bey dem Landchartenzeichnen werden unten vorkommen.

h auf die Kupferplatten selbst gezeichnet, ist letzteres etwas mehr Aufmerksamkeit erforderlich und voraussetzt, daß der Kupferstecher unter ständiger Aufsicht des Geographen arbeite, selbst die zum Landchartenzeichnen nöthigen Kenntnisse habe. Da dies aber selten der Fall ist, werden die Charten gewöhnlich erst zu Papier gedruckt, und von diesem auf die Kupferplatten übertragen.

Hierzu sind nun Werkzeuge nöthig, die hier kurz bengebracht worden sollen.

I. Zum Ziehen gerader Linien, muß mit mehreren kleinen und großen, sehr genau eingezeichneten Linialen, von guten und dauerhaften, z. B. Buchen- oder Ebenholze, versehen Von Messing und polirten Stahle ist es

genen kann man 1000theilige Maasstäbe von unterschiedener Größe verzeichnen.

Die Lineale zu prüfen, findet man Vorschriften in Büchern, welche von der practischen Geometrie handeln. Z. E. im 62ten §. meiner practischen Geometrie. Ueber die Verzeichnung tausendtheiliger Maasstäbe, und deren Gebrauch das. S. 65. XI.

II. Zum Ziehen paralleler Linien dient ein hölzernes Dreyeck von hinlänglicher Größe, welches man längst eines Lineals fortschiebt, wie im 64ten §. meiner pract. Geom. gezeigt worden. Vortheilhafter wird, zumahl auf Reissbrettern, das sogenannte Anschlag-Lineal mit einem beweglichen Kopfe gebraucht. Die Einrichtung desselben ist fast jedem Tischler bekannt. Indessen dient die Vte Figur, sich ohngefähr einen Begriff davon zu machen. Der Kopf abc dieses Linials besteht aus zwey genau auf einander passenden Brettchen, von der Gestalt, wie sie die Figur darstellt. Zwischen denselben geht das Linial m hervor, das an dem untern Brettchen fest sitzt, und genau rechtwinklicht mit demselben verbunden ist. Das obere Brettchen ist um einen Zapfen n beweglich, der durch die Mitte des untern geht, und läßt sich vermittelst einer Schraube in jeder Lage, wie gleichen z. E. aby eine abbildet, feststellen.

werden können, je nachdem die schmale Fläche ac des unteren Brettchens, oder einem beliebigen Winkel festgestellte $\alpha\gamma$ des 1, an das Reissbrett angelegt und verschoben

Die hiebei nöthigen Vorrichtungen ergeben sich im Gebrauche von selbst. Dies Linial kann h zu Ziehung senkrechter Linien auf dem Tische gebraucht werden, wenn das Reissbrett rechtwinklich und die untere Anschlagseite ac mit der Schärfe des Linials in einen rechten Winkel macht. Die Anschlagseiten ac , $\alpha\gamma$, müssen wenigstens 8 bis 10 Zoll lang, und vollkommen gerade seyn.

II. Die Reissbretter müssen von guten trockenem Holze und aus mehreren einzelnen Stücken halt zusammengefezt, und mit starken Quer-

Reisbretter, auf welchen das Papier vermittelst eines Rahmens angespannt wird, taugen nichts, weil erstlich das Papier, auch wenn es, wie allemahl geschehen muß, noch aufgezogen wird, dennoch nicht straff genug aufliegt, und dann zweitens, weil die Reisbretter mit Rahmen, sich leicht werfen, und mit der Zeit ihre Figur verlieren.

Die Reisbretter gehörig rechtwinklicht zu machen, ist erforderlich, wenn sich vermittelst des Anschlag-Quadrats Perpendikel bequem auf Linien sollen fallen lassen, welche etwa mit einer von den Seiten des Reisbrettes parallel gezogen worden sind. Ist das Anschlag-Quadrat selbst genau rechtwinklicht, so wird ein kleines Nachdenken zeigen, wie sich vermittelst desselben, auch die rechtwinklichte Gestalt eines Reisbrettes wird prüfen lassen.

IV. Kreise zu beschreiben, Entfernungen und Maaße abzutragen, muß man mit Zirkeln von allerley Größe versehen seyn. Dreyfüßigte können zum Kopiren u. dgl. dienen. — Dann sind zur Mappirung der Charten, Stangen-Zirkel von verschiedener Größe nöthig, insbesondere auch, um Kreisbogen auf Kupferplatten zu reißen, wozu die gewöhnlichen Zirkel zu schwach seyn würden.

obige Einrichtung scheint noch etwas besser
konstruirt zu seyn. AB (Fig VI.) ist eine
rechtwinkliche metallene Stange, längs der
Hülse m, der Cursor oder Fänger,
bew., und wenn es nöthig ist, vermittelt
Schraube a feststellen läßt. k, in dem
dieser Hülse, ist das viereckigte Loch, durch
die Stange AB geht.

w, ist ein gabelförmiger Fortsatz dieser
Hülse, und in a, a, sind ein paar Löcher in der
Hülse, durch welche dieser Fortsatz gesteckt wird.
p, in dem Profile dieser zweiten
Hülse, die Mutter für die Stellschraube
vermittelst deren man die Hülse m hin- und
her längs wv verschieben kann. p, ist
ein Einsatz, welcher durch ein paar Schrauben

Stangenzipfel abgebildet, den man ebenfalls
Ausübung sehr bequem finden wird. Der Theil
woran die eine Spitze befindlich, sitzt an dem
der Stange fest, der andere Theil a aber
sich längs der Stange verschieben, ist aber
dem, um der Stellung der Spitze c, etwas
helfen zu können, noch mit einem um ein Ende
i beweglichen stählernen Bogen man versehen
sich rechts und links um i drehen läßt, so daß
durch die stählerne Spitze c, welche mit dem
Bogen man aus einem Stücke besteht, auch ne-
sonders der Spitze γ etwas genähert oder
entfernt werden kann, und r ist eine gegen
Bogen drückende Schraube, um die Spitze
dann in der gehörigen Entfernung von γ
erhalten.

Ich finde es vortheilhafter, eine Hülse

Entfernung der Spitze x von u leichter,
stern.

Da es beym Landchartenzeichnen vor-
Kreishögen von beträchtlich großen Halbo-
ziehen, so ist es vorthailhaft, wenn sich
gen der eben beschriebenen Stangenzirkel,
lassen, um erforderlichen Falles Kreis-
von 6 bis 8 Schuhen im Halbmesser, ziehen

Man kann also die Stange aus mehr-
einzelnen Stücken zusammensetzen, die mit
den entweder an einander geschraubt, oder
andere Art verbunden werden, wie ohnge-

C (Fig. VI.) zu ersehen ist: q, l find
en, wodurch die Enden zweyer solcher
, wie B und C, mit einander verbunden
Im besten mögte es seyn, die einzelnen
in einander zu schrauben, so daß man einen
oder kurzen Stangenzirkel machen kann, je
man es zum Gebrauche nöthig findet.

II. Soll ein Kreishogen, z. E. mit einem
ser von mehreren Schuhen, auf einem Kreis-
schrieben werden, so würde der Mittel-
effelben ausserhalb des Kreishrettes fallen-
uß also auch auf eine Verlängerung des
rettes bedacht seyn, um die eine Spitze des
Stan-

Stangenzirkels in das Centrum des zu rei-
Bogens einsetzen zu können.

Diese Verlängerung des Reissbrettes
(Fig. VIII.) bloß in einem etwa 4 Zoll l
und 18 bis 20 Zoll langen Brette AB, mit
ein anderes längeres G, *z. E.* von 6 Sch
rechtwinklich verbunden ist. Soll nun au
Reissbrette M ein Kreisbogen $\mu\nu$, *z. E.* mit
Halbmesser von 5 Schuhen, beschrieben wi
daß demnach das Centrum dieses Bogens auff
des Brettes bey c hinfallen würde, so schieb
die Vorrichtung ABG, an den Rand von des
brettes, so daß das Centrum c auf den Ans
fallen würde, und beschreibe nun aus c, mit
Stangenzirkel, den verlangten Bogen $\mu\nu$, *z*
cher Absicht denn der Stangenzirkel so besc
seyn muß, daß man *z. E.* die Spitze t an der
in (Fig. VI.) abschrauben und dagegen eine
Reissfeder, oder eine Fassung mit einem Bl
daran schrauben kann. Bey k (Fig. VIII.)
die untern Reisten des Reissbrettes zu sehen,
denen es auf dem Arbeitstische aufliegt; Die
sichtung ABG, ruhet auf drey stählernen St
w, w, die so hoch sind, daß die Verlänge
ABG, in einer Ebene, mit dem Reissbrette z
gen komme. Das Reissbrett darf sich während

nicht verrücken, und es ist daher vortheilhaft etwa bey M ein bleiernes Gewicht hinter sich zu stellen. Die Vorrichtung ABG, wird die stählernen Spitzen w, vor dem Verrücken gleich gesichert. Soll auf einer Kupferplatte gezeichnet werden, so wird diese Platte erst auf das Reißbrett befestigt.

VIII. Begreiflich muß man bey solchen Arbeit ein hinlänglich großes Arbeitstischchen seyn, damit die ganze Vorrichtung MABG darauf habe, oder wenn dieß nicht ist, so läßt sie an dem längern Brette G befindliche Spitze auf einem besondern kleinen Tische ruhen, der mit dem, worauf sich das Reißbrett M, dem daran geschobenen Brette AB befindet, eben Höhe haben muß.

IX. Auf diese Art hat es bei gehöriger Benutzung der Stängenzirkel, gar keine Schwierigkeit, Kreise von 8 bis 9 Schuhen im Halbmesser, zu schreiben, wie ich selbst öfters den Versuch gemacht habe. Es kann indessen vorkommen, daß man mit noch größern Halbmessern, vielleicht von 10 bis 30 Schuhen, zu beschreiben muß. In diesem Falle reicht man mit den Stängenzirkeln, und der vorigen Vorrichtung nicht aus. Daher ich nun, diejenigen Werkzeuge, womit Kreise,

von

erklären will.

α) Vermittelt der Spitze e
Winkels.

Dies Verfahren gründet sich auf einen
bekannten Satz in der Geometrie; daß nehmlich
Winkel am Umfange eines Kreises, welche
einerley Bogen stehen, z. E. (Fig. IX.) die
Winkel MAN, MBN u. dgl., deren Schenkel sich
durch die Endpunkte M, N, einer und
derselben Sehne MN gehen, und demnach alle
einerley Bogen MLN, dessen Hälfte das
Centrum des Kreises ist, stehen,
gleiches jeden der genannten Winkel ist, stehen,
gleiches Größe sind.

1. Will man demnach einen Kreisbogen
MABN, beschreiben, so darf man nur einen u
änderlichen Winkel, wie $\mu A n$, so herumf
oder in Lagen, wie $\mu A n$, $\mu B v$ bringen,
dessen Schenkel μA , $A n$; μB , $B v$ immer
die Endpunkte M, N, der Sehne, über n
der Bogen beschrieben werden soll, gehen, so

1. Beispiel über spitzige Winkel.

Um überhaupt zu sehen, wie der Halb-
M des zu beschreibenden Bogens, der
MAN, und die Sehne MN von einander
t, so gedente man sich aus dem Mittel-
t auf die Sehne MN ein Perpendikel
so halbiert solches den Bogen MKN bey
die Sehne MN bey T, und man hat in
zwey rechtlichen Dreyecke MRT, den Winkel
 $\angle MRT = \frac{1}{2} \angle MRN =$ dem Winkel MLN am
 $= 180^\circ - \angle MAN$ (weil $\angle MAN + \angle MLN$
 $= 180^\circ$ (Kästn. Geom. 22 Satz 9ter Zus.)
lich $MN = 2 MR \sin \angle MRT = 2 \cdot MR$
N. Also

$$RM = \frac{MN}{2 \sin \angle MAN}.$$

beschriebene Bogen MABN, ein Halbkreis von dem Durchmesser MN.

4. Ist der Halbmesser des zu beschreibenden Kreises, und die Sehne MN gegeben, so kann man den Winkel MAN durch die Formel

$$\sin \text{MAN} = \frac{\text{MN}}{2 \text{MR}}$$

entweder den stumpfen Winkel in der Figur, oder auch den spitzigen MLN, der die Ergänzung des stumpfen MAN zu 180° ist, bedeuten kann, je nachdem man den Bogen MAN, oder MLN, auf die (1) erwähnte Art über der Sehne MN beschreiben will. Gewöhnlich ist es der kleinere Bogen MAN, und man nimmt also den stumpfen

Winkel, dessen Sinus $= \frac{\text{MN}}{2 \text{MR}}$ ist, also die

Ergänzung des spitzigen, der dem erwähnten Sinus zugehört, zu 180° .

5. Zur Ausübung des beygebrachten Verfahrens gehört eine Vorrichtung, z. B. ein paar Liniale mA, An, in ein Gewinde zusammengefügt, etwa wie beym Proportionalzirkel, so daß man sie in jeden besonders stumpfen Winkel MAN gegen einander stellen, und in dieser Lage befestigen kann. Im Scheitel des Winkels A etwa ein Stift,

mit

Die die Figur zeigt, und Bewegung selbst
vor Augen.

IA, AN, sind zwey etwa 15 bis 18 Zoll
längliche, um einen Zapfen A beweglich, wel-
che mit den Enden $\alpha\epsilon$ dieser beyden
in einer geraden Linie liegen muß, be-
de, daß wenn sich die Liniale um A drehen, die
Enden $\alpha\epsilon$ sich beständig in A durchschneiden.
Ein drittes Linial, gleichfalls um A bewege-
bar. Bey I, K, T, erscheinen die Köpfe dieser
Liniale auseinander gelegt. Bey S ist der Zapfen,
durch den diese Liniale gehen. n ist eine Zap-
fenmutter, welche oben auf den durch die
gesteckten Zapfen p geschraubt wird, um die
Liniale festzustellen. q ist eine kleine Hülse an dem
Zapfen p, in welche ein Bleistift u, oder auch
eine Feder, zum Beschreiben des Bogens, ge-

25. Da x gewöhnlich sehr klein gegen den Halbmesser r ist; weil man das Werkzeug nur zu Ziehung sehr flacher Bögen gebraucht, so kann man in der Formel (23) ohne merklichen Fehler x^2 als sehr gering gegen $2rx$ ansehen, mithin ohne merklichen Fehler

$$y^2 = 2rx, \text{ und folglich } \frac{y^2}{2r} = x$$

setzen.

27. Man könnte also auch y nach Gefallen (versteht sich, allemahl kleiner als MT, oder die halbe Sehne) annehmen, und das zugehörige x berechnen, wodurch man sich denn eine Wurzelausziehung erspart, wenn man andernfalls nicht durch Logarithmen rechnen wollte.

28. Wenn man (Fig. XIII.) für den Bogen KL, dem die Abscisse KS $= x$ und Ordinate SL $= y$ zugehört, die Sehne KL zieht, so ist eigentlich $KL^2 = 2r \cdot x$, weil $KL^2 = y^2 + x^2$ und $y^2 = 2rx - x^2$. Also nimmt man in (26) eigentlich KL für y oder SL, an, welches ohne merklichen Fehler verstattet ist, so lange x sehr klein gegen den Halbmesser r ist.

29. Indessen sieht man, daß der Punkt L des Bogens, sich für jedes x , auch vermittelst der Sehne KL bestimmen läßt. Man nehme

KS

der unter A befindliche Stift den verlangten Bogen xy beschreiben.

g. Wenn es nicht verstatet ist, in die Punkte x und y Stiften einzuschlagen, so verbindet man diesem Werkzeuge ein anderes, welches Fig. XI. neben ist. Dasselbst ist TU ein 18 bis 20 oder wenn man will, noch ein längerer prismatischer Stab von festen Holze, etwa von 1 Starck in der Dicke und Breite, längst dessen sich einfließt ein paar eiserne, etwa 1 Schuh lang, oder wenn es nöthig seyn sollte, noch länger verglichen Liniale, F und G , in Hülßen rechts und links verschieben lassen, so daß man die an den Enden dieser Liniale befindlichen Schrauben mit den Stiften, x und y , so weit von einander entfernen kann, daß ihr Abstand der Sehne xy

hinein zu ziehen, wenn sie zu weit stehen
stern gehörten, bedient. Ich finde es eben-
rauchbar, wenn die Schenkel AM, AN,
kurz sind. Der Kopf A, um welchen sich
ale drehen, verhindert zwar, daß man den
enden Kreisbogen nicht ganz bis zu Ende der
xy beschreiben kann. — Nach dem Zuge,
indessen der beschriebene Bogen hat, ist es
das wenige, was sich von ihm nicht zeichnen
us freyer Hand zu ergänzen.

2. Man muß immer bedenken, daß dies
ug zu keiner andern Absicht dienen soll, als
von sehr großen Halbmessern zu be-
n. Also ist der Winkel MAN, unter wel-
e Liniale festgestellt werden, gewöhnlich sehr
Sobald der Halbmesser des zu beschreiben.

13. Man fann den beyden Fintale AN (Fig. X.), auch den gehörigen Winkel ANM (Fig. IX.) außer der Sehne MN , ohne daß der Bogen beschrieben werden soll, alle aus den beyden Punkten M und N , noch ein dritter Punkt B , in dem zu beschreibenden Bogen gegeben ist. Man würde nemlich die Spitze einer Feilspitze der beyden Fintale, in B einsetzen, und dann auf die Fintale so weit eröffnen, daß ihre Enden durch M und N giengen. Dann würden sie die gehörige Öffnung haben, welche erforderlich ist, den Bogen durch die 3 Punkte M, B, N zu ziehen.

14. Meistens ist außer der Sehne MN , noch ein dritter Punkt des zu beschreibenden Bogens gegeben. Wäre er aber auch nicht unmittelbar gegeben, so fann man ihn berechnen, und dazu nimmt man am bequemsten den Punkt des Bogens, welcher zwischen dem M und N in der Mitte liegt, d. E. K . Dann wäre also KR senkrecht auf MN , und KT der Quersinus des Winkels MRT am Mittelpunkte, welcher die Hälfte des der Sehne MN zugehörigen Winkels MRN ist. Nun ist aus (3)

$$\frac{MN}{2 MR} = \sin MRT.$$

Hat man diesen Winkel gefunden, so ist weiter $KT = KR - RT = MR - MR \cos MRT$
 $= MR$

$t - \cos MRT) = 2MR \sin \frac{1}{2} MRT$,
 an durch Logarithmen berechnen kann. Ist
 rgestalt gefunden, so setzt man KT durch
 der Sehne MN senkrecht, und stellt das
 nach den drey Punkten M, K, N.

Exemp. Geſetzt über einer Sehne
 1 Schuh, soll ein Bogen von einem Halbo-
 R $= 25$ Schuben beschrieben werden,
 so

$$\frac{MN}{2MR} = \frac{3}{50} = \sin MRT.$$

$$\log 3 = 10,4771213 - 10$$

$$\log 50 = 1,6989700$$

$$\sin MRT = 8,7781513 - 10$$

Sinus totus 1; also $MRT = 3^\circ.26'.23''$.

$$RT = 1^\circ.43'.11''.$$

$$\frac{1}{2} MRT = 8,4772704 - 10$$

$$\text{doppelt} = 16,9545408 - 20$$

$$\log 2MR = 1,6989700$$

$$\log KT = 0,6535108 - 2$$

$$KT = 0,045031. \text{ Also ohngefähr}$$

$$KT = \frac{45}{1000} \text{ eines Schubes, oder}$$

5 Scrupel Decimalmaaß.

Man halbiere also die Sehne MN in T, und

8 Perpendikel $TK = 4 \text{ Lin. } 5 \text{ Scrup.}$

Decl.

Dreimalmaß, so hat man die 3 Punkte M nach denen man den Endialen des Werkzeugs gehörige Oeffnung geben kann.

Man sieht leicht, daß man in der Bestimmung des Werthes von KT, die Secunden in denselben MBT, hätte ohne merklichen Fehler verwenden können.

16. Dies Verfahren gestattet ohnstreit größere Genauigkeit, als das (7) erwähnt, man dorten doch wohl den Winkel höchstens halb einigen Minuten genau zeichnen kann.

17. Beim Landkartenzeichnen wird es wohl eben nicht vorkommen, mit einem Werkzeug wie (6), einen ganzen Kreis, oder auch ein Stück eines Kreises, beschreiben zu müssen. dessen wird ein kleines Nachdenken zeigen, man einen bereits beschriebenen Bogen, wie I (Fig. IX.) noch weiter wird verlängern. Man drehe nemlich, nachdem etwa ein Theil I des Bogens, durch Herumführung des Werkzeugs NBM beschrieben worden ist, und also die A des Werkzeugs (Fig. X.) sich über k (Fig. IX.) mit hin die beiden Endiale desselben sich in den Punkten ku, kv, befinden, das ganze Werkzeug um den Punkt k, so daß die beiden Schenkel des bestehenden Winkels ukN, bey unveränder-

reibe. Nun hebe man das Hülfswerkzeug
 . XI.), dessen Stiften x , y , während Ver-
 bung des Bogens NBk in M und N sich
 den, in die Höhe, und bringe den Stift y
 ubor in N stand, in den Punkt B, wo kl
 a Bogen einschneidet, den andern Stift x aber
 man, durch gehörige Umdrehung des ganzen
 zeugs um die in B bleibende Spitze y , bis
 m Schenkel ky des beschreibenden Winkels,
 , wenn der Abstand der beyden Spitzen x , y ,
 Aenderung gelitten hat, so daß sie noch immer
 ie Länge der Sehne MN von einander abste-
 der Punkt x abermahls in dem Umfange des
 es, und man kann nunmehr den Winkel lkv
 Nku, weiter herumführen, und den Bogen
 : von k bis x fortsetzen.

het maken van de Hemelsche en Aardsche
Globe etc. Amst. 1720. p. 130 — 153.
Tab. 22. Fig. 51 und 52.

19. Kreisbogen vermittelst eines Winkels zu
beschreiben, lehrt auch Leupold im *Theatro
arithmetico-geometrico*, Cap. 19. Tab. XX^b
Fig. 9 und 10.

ß) Durch Bestimmung einzelner
Punkte.

20. Wenn mehrere nahe genug neben einan-
der liegende Punkte eines Kreisbogens gegeben
sind, so kann durch sie entweder aus freyer Hand
der Bogen gezogen werden, oder man bedient sich
dazu eines Linials, welches sich biegen, und nach
jeuen Punkten krümmen läßt. Dergleichen wäre
ein stählerner Bogen, dem man durch Schrauben
die verlangte Krümmung geben könnte. Die Vor-
richtung dazu ist ohngefähr in der XIIten Figur
abgebildet, und kommt mit derjenigen überein, deren
sich Lomitz zur Verzeichnung seiner Kugelsegmente
bedient hat.

AB ist eine stählerne sehr elastische Regel,
ohngefähr 2 bis 3 Schuh lang, einen Zoll breit,
und $\frac{1}{4}$ bis 1 Linie dick. Sie ist bey a, a, a u. s. w. mit
Durchbrechungen oder länglichten Einschnitten ver-
sehen, um die Zapfen von 3 oder mehreren eiser-
nen

beliebiger Größe, errichte in S ein
 KT , und durchneide dies Perpendikel
 $x = \sqrt{2r \cdot KS}$, so hat man den
 \sqrt{x} , und so andere, je nach dem

.. KL nach Gefallen, so hat

$$\text{gehörige } KS = \frac{KL^2}{2r}; \text{ welches dem}$$

e Ausziehung der Wurzel erspart. Dies
 en möchte wohl das bequemste seyn,
 des Bogens zu bestimmen.

Wenn man $KL = n$ Tausendtheilchen
 messers KR annimmt, also

$\frac{n}{1000} r$ setzt, so wird

$$KS = \frac{\frac{1}{2} n^2}{1000000} \cdot r$$

fast so viele Milliontheilchen des Halbs
 r, als die Zahl $\frac{1}{2} n^2$ Einheiten enthält.
 denn $\frac{1}{2} n^2$ nur aus den Quadrattafeln
 darf, wenn $n > 9$ seyn sollte.

em p e l. Für $KL = \frac{15}{1000} r;$

$\frac{25}{1000} r$ u. s. w., also für $n = 15;$

u. s. w. fände sich solchergestalt ohne weite
 M 2 lauf.

Winkel mit CD machen können, brauchen nur $\frac{1}{2}$ Schuh lang zu seyn.

So stellt dieses Werkzeug gleichsam eine re vor, der man durch Hülfe der Schrauben b, diese oder jene Krümmung geben kann. Die Punkte n, n, n, vorgegeben, durch den Kreisbogen gezogen werden soll, so kr man die Regel AB vermittelst der Schrauben bis ihre Krümmung durch die vorgegebenen P geht, und zieht nun längs ihr, den verlangten gen. Es versteht sich, daß dies Werkzeug in Bögen von großen Halbmessern gebraucht ist. Ist die Krümmung zu beträchtlich, so läuft Gefahr, daß die Regel entweder ihre Elast verliert, oder das Werkzeug durch die Gewalt Schrauben sonst Schaden leidet.

21. Beym Gebrauche dieses Werkzeuges sen einige Punkte des zu beschreibenden B entweder schon vorgegeben seyn, oder man vergleichen erst durch Rechnung bestimmen, man der elastischen Regel des Werkzeugs die rige Krümmung geben, und den ganzen Bogen ziehen kann. Dazu dient nun folgendes.

22. Wäre (Fig XIII) der Halbmesser $= RN = r$ des über der Sehne MN zu bes benden Bogens MKN, nebst der Sehne MI

$ART = \frac{1}{r}$. Man könnte also die elastische

AB (Fig. XII.) sogleich nach den dreien M, K, N des zu ziehenden Bogens ziehen, und längs ihr alsdann den verlangten Bogen ziehen.

Da indessen zu befürchten ist, daß, wenn die Sehne AB bloß nach dreien Punkten M, K, N gezogen wird, ihre Krümmung etwas von der eines Kreisbogens durch M, K, N, abweichen mögte, wohl die Abweichung selten beträchtlich seyn wird, so ist es vortheilhaft, noch ein paar andere Punkte des Bogens MKN zu bestimmen, und also die Sehne nach mehreren Punkten des Kreisbogens zu krümmen.

23. Man nehme auf den Kreisbogen die Sehne MN und den Halbmesser KR, nach Befallen eine

S an gerechneten übrigen Stücke des Durchm
 $2r$; oder man hat

$$x : y = y : 2r - x \text{ also}$$

$$y^2 = (2r - x) x$$

Und $y = \sqrt{(2r - x) x}$. Wüßten
 Logarithmen

$$\log y = \frac{1}{2} (\log (2r - x) + \log x)$$

24. So läßt sich für jedes nach Belieben
 genommene KS $= x$ das zugehörige SL
 berechnen. Nimmt man hierauf KS von den
 genommenen Werthe, und SL $= SV$ von
 daraus gefundenen, so hat man nunmehr 5 P
 M, L, K, V, N, des zu beschreibenden S
 bogens, und man kann nun entweder durch
 L, K, V, N, aus freyer Hand den Kreis
 ziehen, oder die Regel (20) dergestalt krüm
 daß ihre Krümmung durch die erwähnten 5 P
 gehe, und nun den Bogen längst dieser
 ausziehen.

25. Nimmt man $x = KT$, so wird $y =$
 $=$ der halben Sehne, über der der Bogen
 schreiben ist. Begreiflich bestimmt man alle
 Punkte des Bogens zwischen M und N,
 rechnet also bloß die Werthe y für angenom
 $x < KT$.

es, so ist

$$x^2 = 49,98 \text{ und } y^2 = 49,98 : 0,02 =$$

$$6, \text{ woraus die Wurzel gezogen } y = 0,9998$$

$$\text{Für } x = 0,03 \text{ wird } y = 1,2249$$

Für ein größeres x brauchte man keine y mehr zu berechnen, weil der Kreisbogen, weit die Sehne reicht, gezogen werden soll. nehme also $KS = 0,02$ eines Schubes, und entsprechend $SL = SV = 0,9998$ Schub, $KU = 0,03$ Schuh und $UP = UQ = 3$ Schuh, so hat man hier 7 Punkte, M, K, V, Q, N, durch welche man den aus freier Hand, oder nach der gehörig miten Regel (20) ausziehen kann. Gewöhnlichen schon 5 Punkte vollkommen hin, den mit der nöthigen Genauigkeit ziehen ist

26. Da x gewöhnlich sehr klein gegen den Halbmesser r ist, weil man das Werkzeug nur zu Ziehung sehr flacher Bogen gebraucht, so kann man in der Formel (23) ohne merklichen Fehler x^2 als sehr gering gegen $2rx$ ansehen, mithin ohne merklichen Fehler

$$y^2 = 2rx, \text{ und folglich } \frac{y^2}{2r} = x$$

setzen.

27. Man könnte also auch y nach Gefallen (versteht sich, allemahl kleiner als MT , oder die halbe Sehne) annehmen, und das zugehörige x berechnen, wodurch man sich denn eine Wurzelausziehung ersparte, wenn man andernfalls nicht durch Logarithmen rechnen wollte.

28. Wenn man (Fig. XIII.) für den Bogen KL , dem die Abscisse $KS = x$ und Ordinate $SL = y$ zugehört, die Sehne KL zieht, so ist eigentlich $KL^2 = 2r \cdot x$, weil $KL^2 = y^2 + x^2$ und $y^2 = 2rx - x^2$. Also nimmt man in (26) eigentlich KL für y oder SL , an, welches ohne merklichen Fehler verstatet ist, so lange x sehr klein gegen den Halbmesser r ist.

29. Indessen sieht man, daß der Punkt L des Bogens, sich für jedes x , auch vermittelst der Sehne KL bestimmen läßt. Man neh

$\equiv x$ von beliebiger Größe, errichte in S ein Perpendikel auf KT , und durchschneide dies Perpendikel $KL = \sqrt{2rx} = \sqrt{2r \cdot KS}$, so hat man den L des Bogens, und so andere, je nachdem KS annimmt.

30. Nimmt man KL nach Gefallen, so hat das zugehörige $KS = \frac{KL^2}{2r}$; welches dem

die Ausziehung der Wurzel erspart. Dieses Verfahren möchte wohl das bequemste seyn, um den L des Bogens zu bestimmen.

31. Wenn man $KL = n$ Tausendtheilchen des Halbmessers KR annimmt, also

$\equiv \frac{n}{1000} r$ setzt, so wird

$$KS = \frac{\frac{1}{2} n^2}{1000000} \cdot r$$

h. KS faßt so viele Milliontheilchen des Halbmessers r , als die Zahl $\frac{1}{2} n^2$ Einheiten enthält. Man kann denn $\frac{1}{2} n^2$ nur aus den Quadrattafeln nehmen darf, wenn $n > 9$ seyn sollte.

Exempel. Für $KL = \frac{15}{1000} r$;

$\frac{0}{00} r$; $\frac{25}{1000} r$ u. s. w., also für $n = 15$;

; 25 u. s. w. fände sich solchergestalt ohne weite

M 2 lauf.

eine sichtbare Größe ausmachen, so kann man
 200; 312 solcher Theilchen aus K in S & v
 in U; und aus K in T tragen, hierauf durch
 U, T, Perpendikel setzen, und diese mit $KL =$
 $Kp = 20$; $KM = 25$ Tausendtheilchen, d.
 $KL = 15000$; $KP = 20000$; $KM = 25000$
 Milliontheilchen des Halbmessers in L, P
 und eben so in V, Q, N durchschneiden,
 man die Punkte M, P, L, u. s. w. des
 zeichnenden Kreisbogens.

Ließen sich keine Milliontheilchen des
 messers auf dem Papiere mehr erkennen, so
 man bloß Hunderttausendtheilchen, oder Ze-
 sentheilchen ab, und verführe, wie ge-
 worden.

32. Wir werden in der Folge sehen
 das Halbmessen nachherlich auch schon am K

$KL = 0,015$. $1212 \text{ M.} = 18,18 \text{ Meilen}$
 das zugehörige $KS = 0,000112$. 1212 M.
 $13. . .$ Meilen. Man würde hier nur bloß
 Theilchen der Meilen gehen dürfen. Ge-
 wöhnlich sind bey Verzeichnung der Charten die
 kleinsten Meilen auf dem Papiere so klein, daß
 Theilchen derselben einen bloßen Punkt
 ausmachen.

34. Sollte man, um die Verwandlung in
 Meilen zu ersparen, die Werthe von KS , KL etc.
 durch Decimaltheile des Halbmessers, wie
 (31) ausdrücken, so müßte man den Halb-
 messer selbst getheilt vor sich haben, um die
 Theile von KL , KS etc. in Decimaltheilen von
 ihm ablesen zu können. Gewöhnlich ist aber der
 Halbmesser so groß, daß er auf dem Papiere selbst
 nicht Platz haben würde, man theile also nur ein

$100000 : x$. Also $x = 16501,6$, wor
 16502 annehmen will. Theilte man also an
 Papiere einen Raum von 200 verjüngten 2
 $= a$ in 16502 Theile, so würden diese
 chen sich auf Hunderttausendtheilchen des Ha
 fers r beziehen.

35. Es mögte etwas unbequem seyn,
 Linie in 16502 Theile zu theilen. Daher
 lieber eine Anzahl von Meilen $= b$ suchen
 welche man nur, nach der gewöhnlichen Art
 verjüngten Maasstabes, in tausend Theil
 theilen dürfte, um Theilchen zu erhalten,
 auf Hunderttausendtheilchen des Halbmessers
 bezogen.

Man schliesse demnach

$$100000 : 1000 = 1212 M : b$$

, einen Raum von $z = 121,2$ Meilen in 10 Theile theilen, so hätte man einen Raab, dessen Länge z ein Stück des Halbmessers 10000 Hunderttausendtheilchen desselben vorwürde.

37. Es kann geschehen, daß die Sehne $= 2$, $TM = 2y$, und die Höhe des Bogenes also der Quersinus $KT = x$ gegeben sind; verlangt den Halbmesser des über MN zu ziehenden Bogens.

In diesem Falle ist aus der obigen Gleichung $2rx - x^2$; der Werth von

$$r = \frac{y^2}{2x} + \frac{1}{2} x.$$

38. Wäre die Sehne KM , und der Quersinus KT des Bogens KM gegeben, so ist erstlich KM^2

Man kann also, wenn für einen gegebenen Punkt M, KM und KT gegeben sind, für andern L, für welchen man LK willkürlich genommen hätte, das zugehörige KS berechnen und solchergestalt den Punkt L wie (29) bestim-

39. Um Punkte des Kreisbogens MK erhalten, könnte man auch die Werthe von KM, aus der nach Gefallen angenommenen φ des Bogens $KM = \varphi$ berechnen und auftragen. Man hat nemlich, wenn der Halbmesser RM heißt, $TM = r \sin \varphi$ und $KT = KR - R \cos \varphi = r \cos \varphi$, wofür man $r \sin \frac{1}{2} \varphi$ schreiben könnte. — So fände man die Punkte M, P, L, je nachdem man die Bögen KM, oder KP, oder KL annimmt.

Diese Methoden mögen hinlänglich seyn zum Gebrauch des Werkzeugs (Fig. XII) viel Punkte eines Bogens, als man für τ erachtet, bestimmen zu können. Das Verf. (31), möge unter allen wohl das bequemste seyn. 7) Vermittelt eines Regels zu beschreiben.

40. Die Theorie dieses Verfahrens, in Perrault in seiner Uebersetzung des Vitruvius (*Les dix livres d'Architecture de Vitruve corrigés et traduits par Mr. Perrault*)

Die Peripherie AB der Grundfläche F eines
 rechten Kegels ABE (Fig. XIV.), welcher
 in einer Ebene dergestalt wälzt, daß seine
 E immer an einerley Stelle der Ebene
 , beschreibt offenbar einen Kreis MN, dessen
 nesser der Seitenlinie AE des Kegels gleich ist.
 Man gedenke sich statt des ganzen Kegels
 , nur ein paar auf der Axe FE senkrecht
 de Querschnitte F und G desselben, oder statt
 in F und G ein paar Räder, ein größeres
 einem kleineren G, durch eine Stange FL,
 nkreuzt durch ihre Mittelpunkte geht, dergestalt
 inden, daß das kleine Rad sich mit dem großen
 sich wälzen muß, so beschreibt der Umfang AB
 rößern, ebenfalls einen Kreis, dessen Halb-

befestigt werden kann, damit es von dem größern F. weiter entfernt, oder auch demselben mehr genähert werden kann, so erhellt, daß je weiter man G von F entfernt, desto weiter muß auch die Spitze E des Regels, wozu F und G als Querschnitte gehören würden, hinausfallen, desto größer wird also auch der Halbmesser des Bogens seyn, den bey der Wälzung des ganzen Werkzeugs, der Umfang des Rades AB beschreibt.

Die Räder haben an ihrem Umfange kurz hervorstehende Spitzen, sowohl um zu verhüten, daß die Räder, indem sie sich gemeinschaftlich fortwälzen, nicht aus ihrer gehörigen Bahn kommen, als auch die beschriebene Bahn, durch sanfte Eindrücke auf dem Papiere, sichtbar zurückzulassen. Die Stange durch ihre Mittelpunkte hat Abtheilungen, denen gemäß die Räder in den gehörigen Abstand gebracht werden können, um einen Bogen von einem größern oder kleinern Halbmesser bey dem Fortwälzen zu beschreiben. Je weniger übrigens die Räder in Absicht auf ihre Größe verschieden sind, desto größer sind die Halbmesser der Kreise, die sie bey dem Wälzen beschreiben. Wären beyde Räder einander gleich, so wäre es, als wenn sich ein Cylinder auf einer Ebene fortwälzte, da denn jedes Rad eine gerade Linie, d. i. einen Kreisbogen von einem

pariser Zoll, das andere 11,6 Zoll im
er hielte, und beyde um 15 Zoll von ein-
fernt wären, der beschriebene Kreis MN
Halbmesser von 15 Loisen, also von 90 par.
haben würde, welches zeigt, daß das
eben nicht sehr groß zu seyn braucht, um
Kreisbogen von sehr großen Halbmessern
schreiben zu können.

es mag hinreichen, um einen Begriff von
Verzeuge zu geben. Soll ein Kreisbogen
in vorgegebenen Sehne beschrieben
so mögte es wohl in der Ausübung nicht
leicht seyn, das Werkzeug von dem einen
Sehne ganz genau durch das andere Ende
lassen. Ich halte daher die ganze Vor-
mehr für sinnreich, als brauchbar, und

XI. Die übrigen Werkzeuge, welche zur Verfertigung der Charten erforderlich sind, stehen in solchen, welche zum Messen und Zeichnen der Winkel auf dem Papier gehören.

1. Des gewöhnlichen kleinen Transportir in den Meisszeugen, wird sich Niemand bedauern, es hiebei nur um einige Genauigkeit zu thun. Wenn man sich aber einen Transporteur etwa 15 Zollen im Durchmesser verfertigen so würde man in den meisten Fällen damit zufrieden. Er könnte alsdann etwa in halbe getheilt werden, wiewohl für den, der ein Augenmaaß hat, schon ganze Grade auf Werkzeuge von dieser Größe hinlänglich. Durch einige Übung im Schätzen der Theile, kann es leicht dahin bringen, einen Fehler bis 3 Minuten zu vermeiden, welches für Rechnungen immer hinlänglich ist.

2. Wer sich etwas mit Eintheilungen betätigt hat, wird sich einen solchen Transporteur selbst verfertigen können. Die Regeln, einen vollen oder Halbkreis aus freyer Hand zu theilen, sind mit den nöthigen Vorsichten im 8ten §. practischen Geometrie gelehrt. Die Abtheilungen brauchen nur mit Punkten bemerkt zu werden.

am Mittelpunkt des Transporteurs bis zum Umfang, oder auch die Sehne von 60° , besonders essen. Der Mittelpunkt ist nicht, wie auf den übrigen Transporteuren, ausgeschnitten, oder eine Ecke bezeichnet, sondern bloß durch Punkt bemerkt, weil ich den Transporteur an die Spitze des auszumessenden Winkels, gewöhnlich, anlege, sondern die Sehne des messenden Winkels auf den Umfang des Transporteurs, vermittelst eines Zirkels, trage, die ihr entsprechende Anzahl von Graden und Minuten bestimme.

3. Will man also einen vorgegebenen Winkel messen, so trage man erstlich den Halbmesser Transporteurs auf die beiden Schenkel des Winkels, von dessen Spitze aus, fasse nunmehr

4. Hat man statt der bloßen Theilstriche, welche bis an den Rand des Transporteurs gehen, so kann man den Transporteur gewöhnlich einrichten, und durch wirkliche Theilung desselben, die Größe des auszumessenden Felds erfahren. Einen Winkel von einer vertheilten Größe aufzutragen, wird das Verfahren (umgekehrt, und bedarf keiner Besondereitung.

5. Will man statt eines Transporteurs (2), einen geradlinigten brauchen, so wird eben so verfahren, weil ein geradlinigter Transporteur nichts anders, als ein Maassstab ist, dem man die Sehnen abmessen kann, wie es von dem Umkreise des eingetheilten Halbkreis selbst. Der Gebrauch und die Einrichtung solchen Sehnenmaassstabes ist leicht und aus dem 106ten §. meiner practischen Geometrie mehrerem ersehen werden.

6. Beym Landchartenzeichnen ist es nöthig, wenn der Halbmesser, für welchen dienen auf den geradlinigten Transporteur aufgeworfen sind, wenigstens 9 Zolle groß ist. Sehnen müssen auch wenigstens für alle einen Grade berechnet, und von dem in Theile eingetheilten Halbmesser, mit mögl

Maaßstab gemacht werden muß, dieser wenn man die Sinustafeln zu Hülfe nimmt, schon zur Ausmessung und Zeichnung derel hinreicht, so ist der geradlinigte Transporteur in sofern überflüssig, und erspart nur die Berechnung der Sehne des in einem vorerenden Falle auszumessenden Winkels. Hingegen werden die Fehler vermieden, welche bey deruction des geradlinigten Transporteurs vorkönnen, wenn man die Sehnen selbst unmittelbar von dem 1000theiligten Maaßstabe abfaßt, vergleichen man doch einmahl zu allerley Ansehen versehen seyn muß.

8. Ist ein solcher tausendtheiligter Maaßstab, dessen ganzer Länge man allemahl den Bogen reißt, in welchen man die Sehne für den zu

sey O , C die Mittelpunkte der Parallelsirkel liegen
zwischen (Kästn. Geometrie 50 S.)

2. Es ist Cc der Abstand der Mittelpunkte
dieser Parallelsirkel; Mc , Kc , seien die Halb-
messer derselben.

3. Nun lehrt die Geometrie, daß die ganz-
um die Kugel laufende Zone $MNKV$ (die andere
Hälfte ist hier nicht abgebildet) gleich sey der Seiten-
fläche eines senkrechten Cylinders, dessen
Durchmesser gleich ist dem Durchmesser der Kugel,
die Höhe aber dem Abstände Cc der Mittelpunkte
der beyden Parallelsirkel.

4. Es heiße also der Halbmesser der Kugel $= r$, so ist erstlich der Umfang jenes Cylinders
(3) gleich dem Umfange der Erbkugel $= 2r\pi$,
wo π die bey der Kreisrechnung vorkommende Eu-
dolphische Zahl $= 3,1415 \dots$ bedeutet.

5. Dieser Umfang mit dem Abstände $Cc = x$
multipliziert, giebt für die Seitenfläche jenes Cylinders,
also für die Fläche der Zone $MNKV$, den
Ausdruck $2r\pi \cdot x$. (Kästn. Geom. 64 S.)

6. Setzt nun, des Parallels KV Abstand
vom Aequator, die geographische Breite desselben
heiße β , und des Parallels MN geogr. Breite
 $= \beta + \gamma$; also $\gamma =$ dem Bogen des Meridians
 MK , zwischen beyden Parallelen; so ist, wenn
man

ahren umkehrt, messen, wie (§. 139.) in
er pract. Geom. hinlänglich gewiesen worden.

11. Sobald ein Winkel über 60° groß ist,
die Sehne größer, als der Halbmesser; man
te also den 1000theiligten Maassstab, entwer-
bis auf 2000 Theile desselben erweitern, um
fel bis auf 180 Grade zeichnen zu können,
man müßte die Sehne aus zwey Stücken zu-
nen setzen, wenn man sie nicht auf einmahl
ssen könnte. Wäre die Sehne z. B. $= 1315$,
würde man erstlich 315 Theile vom Maassstabe
ssen, und sie irgendwo auf eine gerade Linie
ßen, dann noch die übrigen 1000 Theile daran
sen, und nun mit dem Stangenzirkel die ganze
ge $= 1315$ fassen, und als Sehne in den
hriebenen Bogen eintragen. Man könnte aber
h einen Winkel, der größer, als 60 Grad
re, aus zwey Theilen zusammensetzen, welches
aber für weisläufiger halte, weil man da zwey
hnen berechnen müßte.

12. Die Winkel nach den beschriebenen We-
den vermittelst ihrer Sehnen zu messen, oder
zeichnen, geht mit ziemlicher Genauigkeit an, so
ge sie nicht über 120 Grade groß sind. Nach-

sie darüber, so sind die Sehnen innerhalb 6
8 Minuten eines Grades, nicht mehr in Lau-

stentheilchen des Halbmessers verschieden. B. E. Sehne $120^\circ = 1732$. Sehne $120^\circ 5' = 1732,8$. Also innerhalb 5 Minuten sind hier die Sehnen noch nicht um $\frac{1}{1000}$ des Halbmessers verschieden. Kann man also nicht sicher Zehntausendtheilchen abfassen, so wird ein solcher Winkel, vermittelt seiner Sehne, auch nur innerhalb 9 oder 8 Minuten, und wenn er sehr stumpf wäre, nicht einmal so genau verzeichnet werden können. Vorthellhafter bedient man sich daher in solchem Falle des Bogentransporteurs (4), dessen Theilstriche wie gewöhnlich, bis an den Rand desselben auslaufen, um die Anzahl von Graden und Minuten des zu verzeichnenden Winkels unmittelbar auf dem Papiere abstecken zu können. Nur muß ein solcher Transporteur größer, als die gewöhnlichen in den Meßzeugen seyn. Will man sich indessen der Sehnen bedienen, so kann man stumpfe Winkel, auch vermittelt ihrer spitzigen Nebenwinkel, mit aller erforderlichen Genauigkeit verzeichnen.

13. Man kann Winkel auch durch Hülfe ihrer Sinusse, Cosinusse und Tangenten, die man von einem tausendtheiligten Maßstabe abträgt, verzeichnen. Da man aber hiebei Perpendikel ziehen muß, welches zur Ausübung etwas weilkäuflich ist, auch das Verfahren für manche Winkel, aus et

fläche der Kugelfläche zu berechnen.

Da dies ebenfalls bey verschiedenen Entarten vorkommt, und sonst zu Berechnungen gebraucht wird, so muß ich hier das davon beybringen.

Um einen Begriff von der Größe eines der Erdsfläche zu erhalten, ist nicht hin, seine Länge und Breite nach einem Meilenmaaße anzugeben, sondern es muß Gehalt nach gewissen bekannten, zur Einnehmenen Flächen-Maßen bestimmt, und dazu bedient man sich am besten der apfischen Quadratmeilen.

Die gewöhnlich sehr unregelmäßige Ge-
länder macht die Berechnung ihres In-

gende Vorschriften nützlich seyn.

4. Man gedente sich ein ganzes Land e
Kugel, durch geographische Parallelkreise in
schmale Streifen oder Zonen einge
welche am besten durchaus von gleicher Bre
nommen werden, bergestalt, daß wenn (Fig.
PR einen Mittagskreis durch das Land vor
die Distanzen AB, BC, CD, der Parallelen
welche die Zonen begränzen, alle einander
sind.

5. Sind nun AB, BC, CD, von ge
Größe, z. E. etwa nur $= \frac{1}{2}$ Grad (wenn das
sich nicht sehr ins Große erstreckt, können
BC u. noch kleiner genommen werden), so ist
in den meisten Fällen ein Streifen, wie ML
ohne großen Fehler für eine Zone wie M
nehmen, welche zwischen zweyen Mittagskrei
wie PL, PV, und den Parallelen MN,
enthalten ist, d. h. man kann die kleinen Fl
theile, wie MLK, TVN, als unbeträchtlich
lassen, oder sie wenigstens als kleine geradl
Drepecke ansehen und berechnen, und sie zu
Inhalte der Zone MLVT addiren, oder
abziehen, je nachdem sie außerhalb oder inn
der Zone zu liegen kommen.

6. Berechnet man auf diese Weise an
in welche das Land getheilt worden, so
Summe den Inhalt des ganzen Landes.

7. Alles kommt demnach hiebey auf die Be-
nung schmaler Zonen an, welche zwischen zwey
ebenen Meridianbögen, wie ML, VT, und
en Bögen von Parallellkreisen, wie MT, LV,
halten sind.

8. Da es indessen auch vorkommen kann,
statt mehreren schmalen Zonen nur eine einzige
berechnet werden darf, so ist nöthig, hiez
haupt von Berechnung der Zonen zu reden. Es
ed hiebey die Erde bloß für eine Kugel genom-
n, welches zu geographischen Gebrauche wohl
änglich ist.

§. 20.

den Inhalt einer Zone zwischen zwey Paral-
kreisen, deren geographische Breite, oder
Abstand vom Aequator, bekannt ist,
zu berechnen.

I. Ich will setzen, daß erstlich die Zone ganz
die Erdfugel gehe.

Es seyen demnach (Fig. XVI.) MN, KV,
Parallellkreise. P, Q, die Erdpole, also
gerade Linie PQ, die Erdaxe, in welcher
bey

Seh c, C die Mittelpunkte der Parallelfreise l werden (Kästn. Geometrie 50 S.)

2. So ist Cc der Abstand der Mittelpunkte dieser Parallelfreise; Mc, KC , seyen die Halbmesser derselben.

3. Nun lehrt die Geometrie, daß die um die Kugel laufende Zone $MNKV$ (die andere Hälfte ist hier nicht abgebildet) gleich sey der Seitenfläche eines senkrechten Cylinders, dessen Durchmesser gleich ist dem Durchmesser der Kugel, die Höhe aber dem Abstände Cc der Mittelpunkte der beyden Parallelkreise.

4. Es heiße also der Halbmesser der Kugel $= r$, so ist erstlich der Umfang jenes Cylinders (3) gleich dem Umfange der Erdfugel $= 2\pi r$ wo π die bey der Kreisrechnung vorkommende diphthongische Zahl $= 3,1415 \dots$ bedeutet.

5. Dieser Umfang mit dem Abstände Cc multiplicirt, giebt für die Seitenfläche jenes Cylinders, also für die Fläche der Zone $MNKV$, den Ausdruck $2\pi r \cdot x$. (Kästn. Geom. 64 S.)

6. Setzt nun, des Parallels KV die geographische Breite desselben heiße β , und des Parallels MN geogr. Breite $= \beta + \gamma$; also γ = dem Bogen des Meridians MK , zwischen beyden Parallelen; so ist,

den Halbmesser der Erde KA zieht, in dem rechtwinklichten Dreiecke KCA der Winkel $KAC = 90^\circ - \beta$, und folglich $\hat{AKC} = \beta$, und $AC = AK \cdot \sin \beta = r \sin \beta$.

Eben so $Ac = r \sin (\beta + \gamma)$ Demnach
oder

$$x = r (\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta)$$

folglich die Zone (5)

$$= 2r^2 \pi (\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta)$$

7. In diesem Ausdrucke ist $2r^2 \pi$ die halbe Oberfläche der Erdfugel (Kästners Geom. 64 S. 2.) Um also die Fläche einer Zone zwischen zwey Parallelkreisen, welche um die geogr. Breiten β , $\beta + \gamma$, vom Aequator abliehen, zu finden, so man die halbe Oberfläche der Erdfugel, in den Unterschied der Sinusse jener geogr. Breiten multipliciren.

8. Drückt man die halbe Oberfläche der Erde in Quadratmeilen aus, so hat man in eben solchen Quadraten den Inhalt der Zone.

9. Die Rechnung zu erleichtern, kann man statt $\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta$, auch das Product $\cos (\beta + \frac{1}{2} \gamma) \sin \frac{1}{2} \gamma$ (Trig. S. XIII, 12.) brauchen, also die Oberfläche der Zone durch $2r^2 \pi \cdot \cos (\beta + \frac{1}{2} \gamma) \sin \frac{1}{2} \gamma$ ausdrücken, welches sich alles durch Logarithmen rechnen läßt:

$$4r^2 \pi$$

$4r^2 \pi$ bedeutet in diesem Ausdrucke, die g
Oberfläche der Erbkugel.

10. Den Umfang der Erde $= 15.36$
5400 geographische Meilen gesetzt, so finde
nach Herrn Hofrath Kästners Rechnung (E
Abhandl. II. Samml.) die Oberfläche
Erde $4r^2 \pi = 9281916,28$ Quadratm
Der Logarithme dieser Zahl $= 6,9676376$.

11. Exemp. Man soll den Quadrati
 $= Q$ einer Zone berechnen, welche sich vom
6' der Breite, bis zum $54^\circ.42'$ derselben erst
Dies sind nach meines Vaters critischer Chart
Deutschland, ohngefähr die Breiten der äuss
Parallellkreise, zwischen denen Deutschland
Also ist $\beta = 45^\circ.6'$; $\gamma = 9^\circ.36'$; $\frac{1}{2} \gamma = 4^\circ$
Demnach

$$1 \cos (\beta + \frac{1}{2} \gamma) = 1 \cos 49^\circ.54' = 9,8085$$

$$1 \sin \frac{1}{2} \gamma = 1 \sin 4^\circ.48' = 8,9226$$

$$1 \cdot 4r^2 \pi \text{ als beständ. Log. } = 6,9676$$

$$\log Q = 5,6995$$

$$\text{Also } Q = 500285 \text{ geogr. Quadratm}$$

Stück von Zonen zu berechnen.

12. Das Stück einer Zone, was z. E.
schen zwey Meridianen PL, PV (Fig. XV.)
halten ist, verhält sich zur ganzen Zone un

lichen $\equiv 36^{\circ}.50'$, also der Unterschied der
 sten Mittagstreise, zwischen denen Deutsch-
 nach meines Vaters Bestimmungen fällt,
 $3^{\circ}.18'$. Dies verhält sich zu $360^{\circ} \equiv$
 $: 21600 \equiv 133 : 3600$. Also ist des
 es auf der Kugel, innerhalb dessen Meridia-
 und Parallelen Deutschland fällt, Inhalt

$$q = \frac{133}{3600} \cdot Q$$

$$\log Q \equiv 5,6992173 \text{ (11)}$$

$$\log 133 \equiv 2,1238516$$

$$\hline 7,8230689$$

$$\log 3600 \equiv 3,5563025$$

$$\log q \equiv 4,2667664$$

$$q = 18482 \text{ Quadratmeilen.}$$

13. Fällt nun ein Land innerhalb eines Vierecks, wie die hier punctirte Gränze zeigt, und man will den Inhalt desselben so: muß man: von dem Flächenraume: des Vierecks $ABCD = q$, die eingelassen Flächen wie m, n, v, w, x, u , f. w., welche zu den etwa von halben zu halben, oder gar ganzen Graden der Länge und Breite gezogene Parallelen und Meridiane, außerhalb der Landes fallen, und nicht zu dem Inhalte des gehören, abziehen.

14. Ist z. B. die Zone $ABCD$ durch Parallelen und Meridiane in lauter Grade abgetheilt, so sind die kleinern Vierecke, wie m, n , nannte Quadratgrade.

Den Inhalt eines solchen Quadratgrades finden, so gehört der obere Parallelkreis solchen Grades, der geographischen Breite so ist $\varepsilon - 1^\circ$ die geographische Breite des Parallels desselben. Man setze in (9) $\beta = \varepsilon$ und $\gamma = 1^\circ$, so ist die Zone zwischen beiden eben rings um die Kugel

$$Q = 4r^2 \pi \cdot \cos(\varepsilon - \frac{1}{2}^\circ) \sin \frac{1}{2}^\circ = Q$$

Also die Größe eines Quadratgrades inn

$$\text{dieser Zone} = \frac{Q}{360}.$$

ganzen Zone, in welche das Land fällt; AB, CD, stellen hier die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Länge, gezogenen Mittagskreise, so wie BC, AD, die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Breite, gezogenen Parallelskreise vor, zwischen denen das Land fällt, d. h. AB, CD, sind die äussersten Mittagskreise, so wie BC und AD die äussersten Parallelen, welche nicht von der Gränze des Landes durchschnitten werden.

2. Nun nehme man jede der einzelnen Zonen, z. E. BCEF, vor, und untersuche, wie viel ganze Quadratgrade in dieser Zone liegen, welche nicht von der Gränze des Landes durchschnitten werden; ich will setzen, z. E. 2 derselben. Heißt nun der Quadratgrad in dieser Zone $= k$, so machen jene zwey Quadratgrade den Inhalt $2k$.

3. Dann betrachte man diejenigen Quadratgrade, wie v , w , in der Zone BCEF, welche von der Gränze des Landes durchschnitten werden, und schätze nach dem Augenmaasse, der wie vielste Theil eines jeden solchen Quadratgrades ausserhalb der Gränze des Landes falle.

Ich will setzen, von dem Quadratgrade v falle etwa $\frac{2}{3}$ seines Inhalts, und von dem w , $\frac{1}{4}$ seines Inhalts, ausserhalb der erwähnten Gränze, so

Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.	Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.
6 30	40259	18° 30'	38463
7 0	40219	19 0	38351
7 30	40177	19 30	38235
8 0	40130	20 0	38117
8 30	40081	20 30	37997
9 0	40029	21 0	37873
9 30	39973	21 30	37746
10 0	39915	22 0	37617
10 30	39853	22 30	37484
11 0	39789	23 0	37349
11 30	39721	23 30	37211
12 0	39651	24 0	37070
12 30	39578	24 30	36926
13 0	39502	25 0	36580
13 30	39422	25 30	36630
14 0	39339	26 0	36478
14 30	39254	26 30	36323
15 0	39165	27 0	36166
15 30	39074	27 30	36005
16 0	38979	28 0	35842
16 30	38882	28 30	35676
17 0	38782	29 0	35507
17 30	38678	29 30	35336
18 0	38572	30 0	35162

Breite

Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.	Breite.	Zonen, Quadr
30'	34985	42 30	29
0	34806	43 0	29740
30	34624	43 30	29497
0	34439	44 0	29257
30	34252	44 30	29010
0	34062	45 0	28762
30	33870	45 30	28512
0	33674	46 0	28261
30	33477	46 30	28006
0	33277	47 0	27750
30	33074	47 30	27491
0	32869	48 0	27231
30	32661	48 30	26968
0	32451	49 0	26704
30	32238	49 30	26437
0	32023	50 0	26168
30	31805	50 30	25897
0	31585	51 0	25625
30	31363	51 30	25350
0	31138	52 0	25073
30	30911	52 30	24795
0	30682	53 0	24515
30	30449	53 30	24232
0	30215	54 0	23948

Breite.

Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.	Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeile
54 30	23662	66 30	16311
55 0	23374	67 0	15987
55 30	23085	67 30	15662
56 0	22794	68 0	15336
56 30	22500	68 30	15008
57 0	22205	69 0	14678
57 30	21909	69 30	14349
58 0	21612	70 0	14018
58 30	21312	70 30	13686
59 0	21010	71 0	13353
59 30	20707	71 30	13018
60 0	20403	72 0	12683
60 30	20097	72 30	12347
61 0	19789	73 0	12010
61 30	19480	73 30	11672
62 0	19169	74 0	11333
62 30	18857	74 30	10994
63 0	18544	75 0	10652
63 30	18229	75 30	10311
64 0	17912	76 0	9969
64 30	17595	76 30	9626
65 0	17276	77 0	9283
65 30	16956	77 30	8938
66 0	16634	78 0	8593

Breite.	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.	Breite	Zonen, in geogr. Quadratmeilen.
30	8248	84 30	4058
0	7901	85 0	3706
30	7555	85 30	3354
0	7207	86 0	3001
30	6860	86 30	2649
0	6510	87 0	2296
30	6161	87 30	1943
0	5811	88 0	1590
30	5462	88 30	1237
0	5111	89 0	884
30	4760	89 30	530
0	4409	90 0	177

Diese Tafel ist aus Herrn Prof. **Bodens** Leitung zur allgemeinen Kenntniß r Erdkugel S. 260. genommen. Auch **Astron.** Jahrb., 1784. S. 177. Im Jahrbuche 90. S. 243. ertheilt Herr Professor **Kluge** rschriften, Zonen zwischen dem Aequator und em Parallelkreise auf einem gedruckten elliptischen häroid zu berechnen. Zum gewöhnlichen geö phischen Gebrauche ist die Voraussetzung (§. 19.) hinlänglich genau.

17. Man kann nun, vermittlest dieser sehr leicht auch den Inhalt eines Quadrat- oder Quadrat-halben-Grades finden. Z. B. Zone von 11° der Breite bis $11^{\circ}.30'$ ist $\equiv 3$ dies mit 720 dividirt, giebt nach (15) den eines Quadrat-halben-Grades, in dieser Zone 55,16. geogr. Qu. Meilen.

18. Den Werth eines Quadratgrad einer Zone zwischen dem 11ten und 10ten der Breite zu finden, so ist nach dieser Ta Zone zwischen 10° und $10^{\circ}.30' = 39853$ zwischen $10^{\circ}.30'$ und $11^{\circ} = 39789$, also Zone zwischen 10° und 11° der Bre $39853 + 39789 = 79642$, welches mit dividirt, den Werth eines Quadratgr zwischen dem 10ten und 11ten Grad der Bre 221,23. Quadratmeilen giebt.

§. 21.

Gebrauch dieser Tafel, den Inhalt Landes zu finden.

1. Nachdem man das Land (Fig. X durch Meribiane und Paralleltreise, ich will, von ganzen zu ganzen Graden Breite und Länge, eingetheilt hat, so be man erstlich den Inhalt des Stücks ABCI

gen Zone, in welche das Land fällt; AB, CD, sind hier die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Länge, gezogenen Mittagskreise, wie BC, AD, die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Breite, gezogenen Parallelen vor, zwischen denen das Land fällt, d. h. AB, CD, sind die äussersten Mittagskreise, so wie BC und AD die äussersten Parallelen, welche von der Gränze des Landes durchschnitten werden.

2. Nun nehme man jede der einzelnen Zonen, z. E. BCEF, vor, und untersuche, wie viel ganze Quadratgrade in dieser Zone liegen, welche nicht in der Gränze des Landes durchschnitten werden; ich will setzen, z. E. 2 derselben. Heißt nun der Quadratgrad in dieser Zone $= k$, so machen jene 2 Quadratgrade den Inhalt $2k$.

3. Dann betrachte man diejenigen Quadratgrade, wie v, w, in der Zone BCEF, welche in der Gränze des Landes durchschnitten werden, und schätze nach dem Augenmaasse, der wie vielste Theil eines jeden solchen Quadratgrades ausserhalb der Gränze des Landes falle.

Ich will setzen, von dem Quadratgrade v falle etwa $\frac{2}{3}$ seines Inhalts, und von dem w, $\frac{1}{4}$ seines Inhalts, ausserhalb der erwähnten Gränze, so
 Rapiers Geom. 4r Th. D wür.

Inhalte des Landes gehört, den Werth (2 +
welches ich $\mu . k$ nennen will, wo man μ
besten μ durch Decimaltheile ausdrückt.

4. Eben so verfähre man für die so
Zonen, EFGH, GHAD u. s. w.; für
 $\nu . k'$; $\rho . k''$ dieselbe Bedeutung, wie μ
die Zone BCFE, haben, dergestalt, daß
die Werthe eines Quadratgrades in jeder ei
Zone, und $\nu k'$, $\rho k''$, die Räume, welche
halb der Gränze des Landes zu liegen so
bedeuten, so ist, wenn K den Inhalt der
Zone BCAD bedeutet, der Inhalt des Landes
derselbe fällt $= K - (\mu k + \nu k' + \rho k'')$.

5. Exempel für Deutschland.
meines Vaters kritischer Charte von Deutschl
auf welcher die Mittagskreise und Parallelen
Grad zu Grad gezogen, und also die ein
Zonen in Quadratgrade getheilt sind,
die äußersten Parallelen BC und AD, welch
der Gränze Deutschlands nicht durchschnitten so

der Berechnung des Inhalts zu verfahren seyn möchte.

10. In Fig. XIX. stelle 2 größern Einten, wie, FE, GH; AB, CD; die in gleichen Abständen senkrecht auf einander gezogen worden sind, die Meridiane und Parallelen des Hülfseuges vor, und jeder der gleichen Theile, wie AC, MN; EG, FH; bedeute einen Meridian- oder Parallelgrad, und ein Viereck, wie AMCN, einen Quadrantgrad. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\gamma\delta$ eines Landes dergestalt eingetragen, daß jedem merkwürdigen Punkte derselben, wie α , innerhalb dem Vierecke AMCN, eben die geographische Länge und Breite, in Ansehung der ihm benachbarten Meridian- und Parallelgrade MN, CN, entspreche, als ihm dergleichen auf der Charte selbst, nach dem Augenmaße oder sonstiger Bestimmung, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa von 10 zu 10 Minuten der Breite, durch Parallellinien in schmale Streifen oder Zonen, so kann man jeden Theil einer solchen Zone, z. E. $\alpha\beta\gamma\delta$, der innerhalb der Gränze des Landes fällt, als ein Trapezium ansehen, dessen Inhalt einem Rechtecke gleich ist, dessen Basis $= \frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ und die Höhe ki, dem Abstände der beyden Parallelen $\beta\gamma$, $\alpha\delta$, gleich

Auf eine ähnliche Art habe ich für die übrigen Zonen, deren bis zum 45ten Grad der Breite sich erstrecken, die Werthe von ρ und k bestimmt, folgendes für den Inhalt von Deutschland, so wie er auf der Mayerischen Charte innerhalb der bezeichneten Gränze sich vorfindet, erhalten.

Zonen.	Werthe von ρ	Werthe von k	$\rho \cdot k$
I.	11,77	130,65	1537,75
II.	5,09	133,83	681,19
III.	4,55	136,97	623,21
IV.	3,11	140,06	435,58
V.	2,35	143,11	336,30
VI.	3,76	145,12	549,41
VII.	4,72	149,09	703,70
VIII.	6,62	152,00	1006,24
IX.	9,44	154,87	1461,91
X.	12,70	157,70	2002,79

Summe 9338,14 Qu.

abzuziehen von $K = 20222$, geog. Q.

bleibt den \square Inh. von

Deutschland $= 10884$ geog. Q.

Herr Hofr. Gatterer giebt in f
der Geographie, nach Lem
manns Berechnung, den Inhalt von Deutsch

Wenn die Streifen alle von gleicher Breite k_i genommen worden sind, so kann man die Summe derselben finden, wenn man alle Grundlinien, wie $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$. m, zusammen mit der gemeinschaftlichen Höhe k_i aller Streifen multiplicirt, wo denn $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Proportionallinie zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man sogleich erhalten kann, wenn man ohngefähr nach dem Augenmaße die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ fallende punktirte Weite mit dem Zirkel abfaßt, und sie z. E. auf dem eingetheilten Rande des Neßes in Grad und Minuten bestimmt. Sollte sich für die geogr. Breite des Punktes k der Werth von m nicht in der Tafel (§. 12.) finden, weil solche mit von halben zu halben Grad fortgeht, so nimmt man das m aus der Tafel, was einer dem Punkte k zunächst zukommenden Breite entspricht, welches hinlänglich genau ist.

Drittes Kapitel.

Von Verzeichnung der Netze zu den
Ländcharten, woben nicht gerade ein
besonderer Standpunkt des Auges vor-
ausgesetzt wird, die aber doch sonst
gewisse Bedingungen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. 22.) schon
einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungs-
arten der Erdoberfläche gegeben, welche zwar nicht per-
spectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten
ein Genüge leisten.

Hierher gehört ohnstreitig erstlich diejenige
Entwerfungsart, auf welcher die Meri-
diane und Parallellkreise sämmtlich
durch gerade auf einander senkrecht
stehende und gleich weit von einander
entfernte Linien abgebildet werden.
Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet
worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen
Schiffen

Schiffercharten, welche man Plan- oder Platt-Charten nennt, dieselbe Verzeichnungsart statt findet, so mache ich mit dieser, als der leichtesten, den Anfang.

§. 23.

Aufgabe. Ein Netz nach der eben erwähnten Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau rechtwinklichten Netzbrette, ohngefähr durch die Mitte desselben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längst eines Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie eine gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze oder halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande, welches zwischen dem 40ten und 45ten Grad der Breite liege, verfertigt werden, so trage man von M nach N 5 gleiche Theile, größer, oder kleiner, je nachdem man die Charte haben will, und ziehe, vermittelst des Anschlaglinials, durch die Theilpunkte, M, a, b, c u. Linien senkrecht auf MN, welche die Parallellkreise abbilden, so wie MN einen Meridian der Charte vorstellt.

3. Soll nun das zu verzeichnende Land zwischen dem 27ten und 33ten Grad der Länge fallen, so werden dergleichen Theile, als man auf MN ge-
tra-

abgesetzt, 1. E.
 A, und 3 nach B;
 B, die 6 Grade der Länge
 Ort. Land fällt, und man darf
 Von Verzei Punkte auf AB, nur Parallel-
 Landcharte stehen, so hat man die übrigen
 besonder Charte, welche mit den gezogenen
 au (2) das verlangte Netz bilden, in
 welches das Land einzutragen ist.

3. Von einzeln zu einzeln Graden der Länge
 und Breite, werden alsdann, wie die Figur aus-
 zeigt, Zahlen geschrieben, und man kann, wenn
 möglich ist, die Grade der Länge und Breite an
 dem Rande der Charte noch weiter abtheilen.

§. 24.

1. Das Eintragen eines Orts, dessen
 geographische Länge und Breite gegeben ist, hat
 auf einem Netze dieser Art, nicht die geringste
 Schwierigkeit. Soll z. B. ein Ort, dessen Länge
 $= 31^{\circ}. 30'$ und Breite $= 42^{\circ}. 55'$ verzeichnet
 werden, so wird erstlich auf AB oder CD, des
 Orts Länge von A nach N abgezählt, wo denn die
 Minuten von einem irgendwo in 60 Theile abge-
 theilten Grade des Netzes abgenommen, und von
 dem 3ten Grad der Länge bis N getragen werden.

Dann

n senkrecht auf einander gezogen worden sind,
Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor,
eben der gleichen Theile, wie AC, MN;
FH; bedeute einen Meridian- oder Parallel-
und ein Viereck, wie AMCN, einen Qua-
drat. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\gamma\delta$
Landes bergestalt eingetragen, daß jedem
nördigen Punkte derselben, wie α , innerhalb
Vierecke AMCN, eben die geographische
und Breite, in Ansehung der ihm benach-
barten Meridian- und Parallelgrade MN, CN,
eche, als ihm dergleichen auf der Charte
nach dem Augenmaße oder sonstiger Bestim-
mung, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa
so zu 10 Minuten der Breite, durch Paral-
len in schmale Streifen oder Zonen, so kann

gleich ist. Ist nun des Punktes k geographische Breite $= b$, und die Länge eines Grades auf dem Parallel $\beta\gamma = m = 15 \cdot \cos b$ (S. 12.) in geogr. Meilen, so ist jenes Rechtecks Basis $= \frac{\gamma\beta + \alpha\delta}{2}$ in geogr. Meilen, wo man $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ durch Grade ausdrücken muß, die man leicht auf $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ zählen kann.

Hier wäre z. E. $\beta\gamma = 1\varsigma + 1\beta + \varsigma\gamma = 3^\circ + \beta 1 + \varsigma\gamma$, wo sich $\beta 1$ und $\varsigma\gamma$ leicht nach dem Augenmaße schätzen lassen. Gesezt, man fände $\beta 1 = 30'$ und $\varsigma\gamma = 6'$, also $\beta\gamma = 3^\circ. 36'$, und eben so $\alpha\delta = 3^\circ. 50'$, so wäre $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{2} = 3^\circ. 43' = 3^\circ, 72$. Wäre nun ferner des Punktes k geographische Breite $= 50^\circ. 30'$, also der Werth eines Parallelgrades auf $\beta\gamma$ in Meilen $= 9,541$, nach obiger Tafel (S. 12.), und der Abstand $ki = 10' = \frac{10}{4}$ Meilen, so wäre des Streifens $\alpha\beta\gamma\delta$ Inhalt $= 3,72 \cdot 9,541 \cdot \frac{10}{4}$ geogr. Quadratmeilen $= 88,44$ Quadratmeilen.

So kann man für jeden anderen Streifen verfahren, und durch Summirung aller, den Inhalt des ganzen Landes finden.

Höhe k_i aller Streifen multiplicirt, wo
 $\frac{\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Propor-

tion zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man erhalten kann, wenn man ohngefähr nach Augenmaaß die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ punktirte Weite mit dem Zirkel abfaßt, z. E. auf dem eingetheilten Rande des Reges den und Minuten bestimmt. Sollte sich für die Breite des Punktes k der Werth von m in der Tafel (§. 12.) finden, weil solche nur von 1 bis zu halben Grad fortgeht, so nimmt man m aus der Tafel, was einer dem Punkte k zukommenden Breite entspricht, welches sehr genau ist.

Drittes Kapitel.

Verzeichnung der Meße zu den
ten, woben nicht gerade ein
des Auges vor
aber doch sonst
gen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. 22.) schon einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungsarten der Erbsfläche gegeben, welche zwar nicht perspectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten ein Genüge leisten.

Hieher gehört ohnstreitig erslich diejenige Entwerfungsart, auf welcher die Meridiane und Parallelkreise sämmtlich durch gerade auf einander senkrecht stehend und gleich weit von einander entfernte Linien abgebildet werden. Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen
Schiffern

Aufgabe. Ein Netz nach der eben
ähnlichen Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau recht-
lichten Brettbrette, ohngefähr durch die Mitte
oben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längst
Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie
gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze
halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande,
bes zwischen dem 40ten und 45ten Grad der
Breite, verfertigt werden, so trage man von
nach N. 5 gleiche Theile, größer, oder kleiner,
nachdem man die Charte haben will, und ziehe,
mittels des Anschlaglinials, durch die Theile
a, b, c u. Linien senkrecht auf MN,
um die Parallellkreise abzubilden, so wie MN

tragen, von M rechts und links abgesetzt; hier 3 derselben von M nach A, und 3 n so stellen die Theile auf AB, die 6 Grade bet vor, zwischen denen das Land fällt, und ma also durch die Theilpunkte auf AB, nur Pa linien mit MN ziehen, so hat man die d Meridiane der Charte, welche mit den ge Parallelen (2) das verlangte Netz bildet welches das Land einzutragen ist.

4) Von einzeln zu einzeln Graden der änd Breite, werden alsdann, wie die Figu weist, Zahlen geschrieben, und man kann, es nöthig ist, die Grade der Länge und Br dem Rande der Charte noch weiter abtheilen

Das Eintragen eines Orts, geographische Länge und Breite gegeben ist. **Beispiel.** Dieser Ort, nicht die ge Schärffheit. **Ex.** Ein Ort, dessen $41^{\circ} 30'$ und Breite $= 42^{\circ} 55'$ bet werden, so wird erstlich auf AB oder CD Orts Länge von A nach N abgezählt, wo be Meridian von einem irgendwo in 60. Theile theilten Grade des Netzes abgenommen, un dem 3ten Grad der Länge bis N getragen w

diese auf dem Netze bei α durchschneiden, da
der Ort hin, dem die vorgegebene Länge und
Breite entsprechen.

2. Hat man auf solche Weise die vorzüglichsten
er des zu verzeichnenden Landes eingetragen,
welchem Behufe denn die Längen und Breiten
eben entweder unmittelbar gegeben, oder von
Charten abgenommen seyn müssen, so schreitet
zur Zeichnung der Gränzen, Flüsse, und and
ern Dinge, die sonst noch zu bemerken sind.

3. Hierzu sind nun gute Charten, und dieje
Hilfsmittel erforderlich, von denen wir be
(§. 6.) geredet haben. — Specialcharten
blebet vorzüglich wichtig. Nur muß man wiß
nach welcher Entwurfsart das Netz einer
in Hülfscharte gezeichnet worden ist, damit
die Längen und Breiten dieser oder jener Punkte

7. In (3) habe ich bey der Schätzung der Stücke eines Quadratgrades, welche dem Inhalte des Landes gehören, des Augen erwähnt. Wer sich indessen darauf nicht will, kann dergleichen Stücke genauer auf folgende Art berechnen.

Es sey (Fig. XVIII.) efgh ein Quadrat, durch welchen der Theil $\lambda\eta\epsilon\mu$ v Gränze eines Landes gehe. Um nun zu sehn wie sich z. E. das Stück gefneg dieses Quadrates, welches außerhalb der erwähnten fällt, zum ganzen Quadratgrade efgh verhalte, so betrachte man die Figur efgh, geradlinigtes Trapezium, worinn ef parallel gh, und berechne den Inhalt nach einem jeden tausendtheiligten Maassstabe. Ich will $= I$ nennen. Eben so berechne man nach demselben Maassstabe des krummlinigten Stückes Inhalt, durch Zerlegung in schmale Trapeze (pract. Geom. S. 283. 12.), und nenne ihn

so ist das Stück efneg $= \frac{i}{I}$ des Quadrats efgh.

efgh, wo man dem Bruch $\frac{i}{I}$ durch D

gedrückt, und in den Werth des Quadrats, durch geogr. Quadr. Meilen ausgedrückt, tritt, um das erwähnte Stück in Quadrat zu erhalten. Auch könnte man eine solche Quadratmeilen selbst berechnen, wenn Charte ein Meilenmaassstab gezeichnet ist. In den meisten Fällen kann man $\frac{1}{1}$ bloß nach dem Masse schätzen.

Auch kann man zu dem Behufe noch andere Hülfsmittel anwenden. Man könnte f. dem Meridiangrade fh, leicht dem Punkte nach einen Punkt, wie α , bestimmen, wenn man sich durch ihn, mit gh, einen Kreis gedächte, welcher bey τ die Gränze hätte, die Räume, wie $\beta\tau\epsilon\gamma$, $\eta\tau\alpha$, ob einander gleich würden, und man also nur $\text{peßum } \epsilon\beta\alpha$ berechnen dürfte, um das übrige Stück $\epsilon\eta\tau\epsilon\gamma$ zu erhalten, wo sich leicht, ohne erheblichen Fehler, dies Stück im ganzen Quadratgrade $\epsilon f g h = \epsilon \alpha : f h$ würde, weil sich, so genau als hier die g nöthig ist, $\epsilon f g h$ auch als ein bloßes ansehen läßt. — Es wird dies zwar geometrische Genauigkeit gewähren, aber doch

doch in so weit man zur statistischen Länderkenn die Größe eines Landes braucht, vollkommen länglich seyn.

9. Da beym Abfassen der zur Berechnung des Inhalts eines Landes nöthigen Maße, Karte leicht durch Zirkelstiche verborben, sonst beschmutzt werden dürfte, so kann man, die Karte zu schonen, die Gränze des zu benennenden Landes, in ein besonderes Hilfs-Meßtragen, worauf die Parallelnetze und Meridiane bloß durch senkrecht auf einander stehende gleich weit von einander entfernte gerade Linien abgebildet zu seyn brauchen. Man kann also bey der Berechnung, wie in (4. 1c.) verfahren, wenn es nöthig seyn sollte, die Quadratgrad-Hilfs-Meßtrage noch in kleinere Quadrate eilen, welches die Schätzung derjenigen Stücke welche nicht zum Inhalte des Landes gehören leichtert. Es versteht sich, daß die Werthe einzelnen Quadratgrade und ihrer Theile be nach Maßgabe ihrer geographischen Breite, in (5. 20. 18.) bestimmt werden müssen, wie gleich auf einem Meße dieser Art, alle von gleicher Größe erscheinen. In der Folge werde ich je wie eines Landes Gränze in ein solches Meßtragen sey. Hier ist ein Beispiel, wie bloß

n senkrecht auf einander gezogen worden sind,
 Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor,
 oder der gleichen Theile, wie AC , MN ,
 FH ; bedeute einen Meridian- oder Parallel-
 und ein Viereck, wie $AMCN$, einen Qua-
 drat. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\gamma\delta$
 Landes dergestalt eingetragen, daß jedem
 nördigen Punkte derselben, wie α , innerhalb
 Vierecke $AMCN$, eben die geographische
 Länge und Breite, in Ansehung der ihm benach-
 barten Meridian- und Parallelgrade MN , CN ,
 zugeordnet, als ihm dergleichen auf der Charte
 , nach dem Augenmaße oder sonstiger Bestim-
 mung, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa
 10 zu 10 Minuten der Breite, durch Paral-
 lelen in schmale Streifen oder Zonen, so kann
 man leicht einen solchen Plan ...

gleich ist. Ist nun des Punktes k geographische Breite $= b$, und die Länge eines Grades dem Parallel $\beta\gamma = m = 15 \cdot \cos b$ (S. 11) in geogr. Meilen, so ist jenes Rechteck

$$= \frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2} \cdot m \text{ geogr. Meilen, wo man } \beta\gamma$$

$\alpha\delta$ durch Grade ausdrücken muß, die man auf $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ zählen kann.

Hier wäre z. B. $\beta\gamma = 15 + 1\beta + 5\gamma$, $3^\circ + \beta 1 + 5\gamma$, wo sich $\beta 1$ und 5γ leicht nach Augenmaße schätzen lassen. Befetzt, man $\beta 1 = 30'$ und $5\gamma = 6'$, also $\beta\gamma = 3^\circ. 36'$,

eben so $\alpha\delta = 3^\circ. 50'$, so wäre $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{2} = 3^\circ$

$= 3^\circ. 72'$. Wäre nun ferner des Punktes k geographische Breite $= 50^\circ. 30'$, also der Abstand eines Parallelgrades auf $\beta\gamma$ in Meilen $= 9$, nach obiger Tafel (S. 12.), und der Abstand

$= 10' = \frac{10}{4}$ Meilen, so wäre des Stre

$\alpha\beta\gamma\delta$ Inhalt $= 3,72 \cdot 9,541 \cdot \frac{10}{4}$ geogr. Quadratmeilen $= 88,44$ Quadratmeilen.

So kann man für jeden anderen Streifen verfahren, und durch Summierung aller, den Inhalt des ganzen Landes finden.

enn die Streifen alle von gleicher Breite
amen worden sind, so kann man die Summe
finden, wenn man alle Grundlinien, wie

— m, zusammen mit der gemeinschaftlichen

Höhe k_i aller Streifen multiplicirt, wo

$\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Propor-

tion zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man
erhalten kann, wenn man ohngefähr nach
Verhältniß die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und
 $\alpha\delta$ punktirte Breite mit dem Zirkel abfaßt,
s. E. auf dem eingetheilten Rande des Reges-
sen und Minuten bestimmt. Sollte sich für
die Breite des Punktes k der Werth von m
in der Tafel (S. 12.) finden, weil solche nur
von 1 bis zu halben Grad fortgeht, so nimmt
man aus der Tafel, was einer dem Punkte
am nächsten zukommenden Breite entspricht, welches
sehr genau ist.

Drittes Kapitel.

Verzeichnung der Meere zu be-
nutzen, wobei nicht gerade ein-
st des Auges vor-
sie, aber doch sonst
ngen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. 2c.) schon
einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungs-
arten der Erdoberfläche gegeben, welche zwar nicht von
spectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten
ein Genüge leisten.

Hierher gehört ohnstreitig erstlich diejenige
Entwerfungsart, auf welcher die Meri-
diane und Parallelkreise sämmtlich
durch gerade auf einander senkrecht
stehende und gleich weit von einander
entfernte Linien abgebildet werden.
Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet
worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen
Schiffen

Aufgabe. Ein Netz nach der eben
ähnlichen Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau recht-
lichten Brettbrette, ohngefähr durch die Mitte
oben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längs
des Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie
gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze
halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande,
welches zwischen dem 40ten und 45ten Grad der
Breite steht, verfertigt werden, so trage man von
M nach N 5 gleiche Theile, größer, oder kleiner,
nachdem man die Charte haben will, und ziehe,
mittels des Anschlaglinials, durch die Theile
M, a, b, c u. Linien senkrecht auf MN,
um die Parallellkreise abbilden, so wie MN

wird, muß auch sogleich der Maß
 geschrieben werden. Dies geschieht
 mit Tusche (weil man den schick-
 den Rahmen nicht eher erhält
 Derter neben einander eing-
 sondern bloß mit einem
 berlichen Falles wieder
 sen nun auch die Maß
 Bezirke, so wie der
 gleichen, eingeschrie-
 nach Verhältniß
 Gegenstandes,
 dient, wie m-
 sehen kann.

2. *Zeichnung eines Ortes*
 gezeichnet, um
 beformt, um
 sehr, um
 Ge-
 r-
 der
 der
 auf ihr merklich von den wahren auf der
 verschieden sind, sobald als beyde Derter in
 einerley Mittagskreise liegen. — Gesezt an
 Netze (Fig. XX.) seyen a und g ein paar
 tor, deren Mittagskreise gu und md um λ

zählt man auf eine ähnliche Art von B bis L, grade und Minuten der Breite ab, und zieht permittelst des Umschlag-Linials, durch L und a paar Parallellinien mit AB und BD; wo lese auf dem Rege bei α durchschneiden, da der Ort hin, dem die vorgegebene Länge und Breite entsprechen.

2. Hat man auf solche Weise die vorzüglichsten Punkte des zu verzeichnenden Landes eingetragen, sochem. Behufe denn die Längen und Breiten den entweder unmittelbar gegeben, oder von Charten abgenommen seyn müssen, so schreitet zur Zeichnung der Gränzen, Flüsse, und dergleichen Dinge, die sonst noch zu bemerken sind.

3. Hierzu sind nun gute Charten, und diese Hilfsmittel erforderlich, von denen wir bei (§. 6.) geredet haben. — Specialcharten sind vorzüglich wichtig. Nur muß man wissen nach welcher Entwerfungsart. das Netz einer Hilfscharte gezeichnet worden ist, damit die Längen und Breiten dieser oder jener Punkte auf ihr bestimmen kann. Dies setzt also Kenntniß der verschiedenen Entwerfungsarten voraus, von denen freilich erst in dem folgenden Capitel gehandelt wird. Indessen begreift man, wie die bekannten Längen und Breiten der vorzüglichsten

zöglichsten Punkte einer Gränze, sich solche eintragen und verzeichnen läßt.

4. Sehr oft ergiebt sich im Allgemeinen Krümmung einer Gränze, der Lauf eines u. d. gl. schon bloß durch die Lage der dazugehörigen Dörfer und Städte. Weiß man aus alten, historischen Nachrichten u. d. gl., welcher j. E. innerhalb einer Gränze fallen, so kann man diesen Nachrichten zufolge, die Gränze gut sich es thun läßt, und berichtigt sie durch Specialcharten, wenn man sie haben kann; in Krümmungen ergänzt man aus den Specialcharts bloß nach dem Augenmaße, so daß sie Quadrate des Netzes ABCD verhältnißmäßig so zu liegen kommen, wie man sie in den gleichartigen Vierecken des Netzes der Specialcharts wahrnimmt, versteht sich alles nach Maasse nach dem Augenmaße geschätzten Längen und Breiten, worin man es nach einiger Übung zu einer Fertigkeit bringt.

5. Es ereignet sich nicht selten, daß man bei den geographischen Längen und Breiten oder jener Punkte einer Hülfscharte erst noch eine Veränderung vornehmen muß, ehe man sich zur Verrichtung der neuen Charte bedienen kann. Dies ist der Fall, wenn einige Hauptörter

Hilfscharte, auf welche jene Punkte Bezug haben, die Längen und Breiten eingetragen worden sind, nicht ganz richtig waren, - und welche man erst der Folge genauer kennen gelernt hat. Da er-
 let also, - daß man den Längen und Breiten der diese Hauptörter herumliegenden Punkte erst die-
 gen Correctionen geben müsse, welche den be-
 zeharten Hauptörtern selbst zukommen, ehe man
 in das Netz der neu zu verfertigenen Charte,
 auf man jenen Hauptörtern die richtige Länge
 und Breite gegeben hätte, eintragen kann.

Gesetzt auf einer Hilfscharte wäre die Länge
 von Wien = $37^{\circ}. 13'. 30''$ angegeben, wie z. B.
 auf der oben erwähnten (S. 8. ii), da doch die
 wahre Länge = $34^{\circ}. 2'. 30''$ ist. Hätte man
 nun in das Netz ABCD, Wien nach seiner wah-
 ren Länge eingetragen, und wollte nun von der
 Hilfscharte, worauf die Länge von Wien um $3^{\circ}. 11'$
 zu groß angegeben ist, einen um Wien herum-
 liegenden Ort in das Netz ABCD eintragen, so
 dürfte man nicht dieses Orts Länge, wie sie sich
 auf der Hilfscharte vorfindet, nehmen, sondern
 man müßte sie auch erst um $3^{\circ}. 11'$ vermindern,
 und dann nach dieser Verbesserung den Ort in die
 neue Charte eintragen. Eben so würde man mit
 der geographischen Breite verfahren.

6. Die Correctionen, welche man selbst diesen oder jenen Hauptörtern auf einer Charte geben muß, verursachen, daß man selber gleichsam ganz neue Mittagstreife und Parallelen müßte, wenn man sowohl dieser Haupt- als auch der übrigen ihre richtige Länge und nach Maaßgabe jener Correctionen, sollte selbst abfassen können, und diese neuen Mittagstreife und Parallelen, würden dann nicht von denen auf der Hülfscharte gezeichnet abweichen, oft auch diese unter schiefen durchschneiden, in der Entfernung ungleich, len auch merklich gebogen ausfallen.

7. Um die Sache mit einigen Beyspielen zu erläutern, so stelle (Fig. XXI. Nro. 1. einen Meridian auf dem Nege einer Hülfscharte, dem eine gewisse geographische Länge, von 27° zukomme, und a, b, c, d, e mehrere in der Nachbarschaft dieses Meridians liegende Örter, deren geographische Längen auf der Charte alle von unterschiedener Größe, in der Richtung des Meridians AB, angegeben seyen. Es erhellet, daß wenn man z. E. in der Folge genauere Bestimmungen die Längen dieser Örter alle von gleicher Größe, und zwar gerade = gefunden hätte, AB auf der Charte nicht der

man für die mittlere geographische Breite zwischen a und d , d. h. wenn die geographische Breite von $a = 40^\circ$, von $d = 48$ wäre, so suche man für

$$\text{die geographische Breite} = \frac{48 + 40^\circ}{2} = 44^\circ,$$

den Werth eines Parallelgrades in Meilen, nach der Tafel (§. 12.), so ist solcher $= 10,79$ Meilen. Diesen multiplicire man in den Unterschied der Mittagskreise beyder Dörter, also hier in $\lambda = 10,2$, so kömmt zum Product $110,058$ Meilen, oder ohngefähr 110 Meilen. Diese fasse man von dem Maaßstabe der geographischen Meilen (5) ab, und trage sie von d nach γ , fasse nunmehr mit einem Zirkel die Weite $a\gamma$, und messe sie auf dem erwähnten Meilenmaaßstabe, so ist dies die wahre Entfernung der beyden Dörter a und g , wie aus (§. 17. 9.) nach einigem Nachdenken hinlänglich klar ist.

8. Durch Hülfe der Tafel (§. 12.) und eines geradlinigten Meilenmaaßstabes kann demnach auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die Distanz jeder zwey nicht allzuweit von einander entfernten Dörter gefunden werden, wenn es dabey nicht auf die größte Genauigkeit ankömmt.

bilden müßte, welche desto mehr von dem Chart Meridiane AB abweichen würde, je mehr die wahren Längen der Orter, von denen auf der Chart angegebenen, verschieden sind.

9. Solchergeſtalt kann ein jeder anderer Meridian auf der Chart, durch genaue Beſtimmungen der Längen der ihm benachbarten Orter corrigirt werden. Sind keine ſolche Beſtimmungen für die übrigen Meridiane vorhanden, ſo erfahren ſie alle eine gemeinſchaftliche Correction, welche der Meridian AB gleich geſetzt werden muß, d. h. wenn z. B. *fk* ein anderer Meridian auf der Chart wäre, ſo muß man auf den Parallelkreiſen, welche durch *n, m, q, r, s* gehen, von *f* nach *v*, von *g* nach *μ*, von *h* nach *κ* u. ſ. w. ſo viel Minus nehmen, als man von *α* nach *n*, von *β* nach *m* von *γ* nach *q* u. ſ. w. findet, ſo erhält man ſich den Meridian *fk* auf der Chart, den corrigirt man.

10. Wäre *lopwx* ein Meridian, der ſelbſt keine Correction nicht, wie der (9), von dem erſten *nmqrs* erhalten hätte, ſondern für ſich allein die richtigen Längen benachbarter Orter gezeichnet werden wäre, ſo erhellet, daß, wenn gleich z. B. Bögen, wie *nl, mo, rw* u. ſ. w. von verſchiedener Größe erſcheinen, dennoch jeder derſelbe

), durch einen frummlinigten Zug zusammen
fann man die übrigen zwischen ns und lx
Meridiane zeichnen, welche demnach eben-
durch eine Art von Interpolation, corrigirte
ne vorstellen.

. Soll nun z. E. eines beliebigen Orts i
geographische Länge angegeben werden,
man von i bis an den nächsten Meridian
er Hand i, die Anzahl von Minuten auf
zettel durch i, und addire solche zu dem
er Länge, dem der erwähnte Meridian ns
, so hat man gefunden, was man verlangte.
So wie man auf diese Art, vermittelft
gezogenen Meridiane, die corrigirte Länge
en Orts auf einer Hülfscharte bestimmen
bedarf es keiner weitem Erläuterung, wie

§. 26. *gebraucht*

Da bei der Entwurf keiner leichtel Grade auf den Parallelen, zum Eintrage gleich genommen worden, d. Breiten, bey d. im Verhältnisse der ^{weiten} bedienen können, ^{abnehmen} wird man das davon beym Wahl ^{mäßig} halten. Jetzt werde.

Verbeibaltung der Bedingung
 die Parallelen durch gerade
 werden sollen, d. ein Netz sich en
 aus die hinreichend gezeichneten Länder
 auf der Kugel ähnlicher, als
 Entwurfungsart, darstellt.

§. 27.

Aufgabe. Ein Netz nach de
 Stellungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Ursache, warum d
 werfungsart (§. 23.) die Figur der Län
 sehr verunstaltet, ist, weil die Grade u
 Parallelen, denen auf den Meridianen gl
 nommen worden sind, da sie doch auf der
 nach den Polen zu, immer kleiner werden
 zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer
 phischen Breiten.

(wo bm , mn , ebenfalls Grade bedeuten),
des der Ort t , und so alle übrigen, welche
in der Ebene $pqrs$ des corrigirten Netzes der
Karte (Fig. XXII.) liegen, eingetragen
sollte, so darf man nur das Viereck $bmnc$,
seine Meridiane und Parallelen, auf eine
Art, z. B. von 5 zu 5 Minuten, einthei-
len in (13) das Viereck $pqrs$ durch die sel-
ben getheilt wurde, und nun nach dem Augen-
maße in die Fächer des Vierecks $bcnm$, dasjenige
maßmäßig nach Länge und Breite hineinzeich-
nen, was man in den entsprechenden Fächern des
Netzes $pqrs$ vorfindet. So kann man für die
anderen Vierecke ebenfalls verfahren, und sich auf
diese Art mit mehr Einsicht und Kenntniß, der
Karten bedienen, als es vielleicht von vielen

wird, muß auch sogleich der Name desselben beschrieben werden. Dies geschieht aber nicht gleich mit Tusche (weil man den schicklichsten Platz für den Namen nicht eher erhält, als bis mehrere Dexter neben einander eingetragen worden sind), sondern bloß mit einem Bleistift, den man erforderlichen Falles wieder wegreiben kann. So müssen nun auch die Namen der Herrschaften und Bezirke, so wie der vorzüglichsten Flüsse und dergleichen, eingeschrieben werden, wo man sich denn nach Verhältniß der Wichtigkeit dieses oder jenen Gegenstandes, größerer oder kleinerer Schrift bedient, wie man am besten auf einer jeden Charte sehen kann.

2. Flüsse von Erheblichkeit werden stärker gezeichnet, als einzelne Bäche, und nur die erstern bekommen ihre Namen, damit die Charte nicht zu sehr mit Schrift überladen werde. Waldungen, Gebürge, Heerstraßen, Gränzen u. dergl. werden nur im Allgemeinen bemerkt, es müßten denn die Charten sehr ins Detail gehen, und also nach einem sehr großen Meilenmaasse gezeichnet seyn, in welchem Falle man denn freylich mehr Sorgfalt auf die richtige Zeichnung solcher Dinge verwenden kann. Festungen, Städte, Flecken, Dörfer, Mühlen, Schlösser u. dgl. bequem von einander unter-

unter-

Einzelnen, in dessen Mittelpunkte man sich
aufstellen muß, angezeigt. Die Städte
sind deutlich, und der Ortsbeschreibung
angebracht werden. Gränzen werden durch
Pünktchen angezeigt, daß nur die Haupt-
städte illuminirt werden, damit die Charte
übersichtlich ausfalle. Die Bedeutung derselben
wird an dem Rande der Charte ebenfalls
gezeigt. Einzelne Distrikte ganz zu illuminiren,
ist nicht möglich, wenn nur die Gränzen deutlich ange-
zeigt sind. Will man indessen ganze Distrikte mit
überlegen, so muß es so schwach, als mög-
lich geschehen, damit die Charte kein häßliches
Ansehen bekomme, und das Auffuchen der Orter
nicht aufgetragene Farben nicht erschwert

eines geradlinigten Meilenmaaßstabes sich die Lagen der Orter, zumahl wenn sie weit voneinander liegen, vollkommen richtig bestimmen, weil auf keiner ebenen Fläche, dergleichen Papier vorstellt, die Distanzen völlig den auf der Kugel entsprechen können. Inbessenen ist es Entwerfungsarten, wo die Distanzen, besteht eines einfachen geradlinigten Meilenmaaßstabes, sich noch immer mit erträglicher Genauigkeit geradezu messen lassen, und da ist es denn theilhaft, einen solchen Maaßstab sowohl für geographischen Meilen, als auch noch für andere, der Charte beizufügen.

4. Die wahre Entfernung eines Ortes der Charte von einem andern zu finden, muß nach (§. 14.) eigentlich einen sphärischen Triangel aus den geographischen Breiten der Orter, und dem Unterschiede ihrer Mittage ergeben, auflösen. Dies ist nun insbesondere bey der Entwerfungsart (§. 23.) nöthig, diese von der Beschaffenheit ist, daß die Distanzen merklich von den wahren auf der Kugel verschieden sind, sobald als beyde Orter nicht einerley Mittagstreife liegen. — Gesezt am Nege (Fig. XX.) seyen a und g ein paar Orter, deren Mittagstreife gu und Md um λ Grad

hieden seyen. Die Differenz der Breiten der Orte, oder das Stück ad des Meridians von a bis an den Parallel durch g , sey μ Graden, d. h. $= \mu$ solcher Theile, wie ab , deren jeder einen Grad bedeute. Weil nun gerade auf den Parallelen, bey dieser Entwerter, denen auf den Meridianen gleich genommen sind, so wird auf der Charte das Stück gd des Parallels durch $g = \lambda \cdot M$, und das Stück ad des Meridians $= \mu \cdot M$, wenn M der Werth eines solchen Theiles, wie ab , oder Grades, in einem beliebigen Längenmaasse ist. Also in dem rechtwinklichten Dreyecke gda , ist die Distanz ag beyder Orte $= M \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$.

5. Will man nun $\frac{1}{2}$ E. M in geographischen Meilen ausdrücken, so ist nach dem Maßstabe, worauf eine Länge, wie ab , oder $\frac{1}{2}$ E. $w. = 15$ solcher Meilen ist, die Distanz f der Charte gemessen, $= 15 \cdot \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)}$ Meilen, welches von der wahren Formel (4. III. §.), oder auch nur von der approximativen (§. 17. 6.), immer um etwas sehr erhebliches verschieden seyn wird, außer nur in dem Falle, wenn $\lambda = 0$, d. h. beyde Orte in demselben Mittagskreise liegen, da denn beyde mit einander übereinstimmen. Es kann dem

demnach auf einer Charte, wie die biß
trachtete, keine Distanz zweyer Orter, 1
und g, geradezu durch einen geraden
Meilenmaaßstab gemessen werden, sondern
muß sie trigonometrisch nach (§. 14.) berech-

6. Da aber wohl die wenigsten, welche
mit Landcharten abgeben, die Mühe einer so
Berechnung übernehmen werden, — auch in
meisten Fällen die größte Genauigkeit in Be-
stimmung der Distanzen gar nicht erforderlich ist
ja ohnehin die Wege von einem Orte zu
andern, nicht allemahl in der kürzesten Linie,
in einem Bogen eines größten Kreises gehen
ist es hinlänglich, statt dieser Rechnung bloß
Construction, wie die obige (§. 16.), anzuwen-

7. Wenn indessen der Unterschied der
Längkreise und Breiten zweyer Orter nicht
10 bis 15 Grade beträgt, so kann man auf e-
ine Weise, wie (Fig. XX.), die Distanz der be-
Orter auch auf folgende Art finden. Man
auf dem Parallel dg erstlich von d nach g,
Grade und Minuten des Unterschiedes beyder
Längkreise, und drücke die Minuten durch Deci-
theile von Graden aus. — Ich will sehen,
habe $gd = \lambda = 10^{\circ},2$ gefunden. Nun (

an für die mittlere geographische Breite zwischen
und d, d. h. wenn die geographische Breite von
 $= 40^\circ$, von d $= 48$ wäre, so suche man für
die geographische Breite $= \frac{48 + 40^\circ}{2} = 44^\circ$

den Werth eines Parallelgrades in Meilen, nach
der Tafel (§. 12.), so ist solcher $= 10,79$ Mei-
len. Diesen multiplicire man in den Unterschied
der Mittagskreise beyder Oerter, also hier in
 $\lambda = 10,2$, so kömmt zum Product 110,058 Mei-
len, oder ohngefähr 110 Meilen. Diese fasse
man von dem Maaßstabe der geographischen Meilen
(5) ab, und trage sie von d nach γ, fasse nun-
mehr mit einem Zirkel die Weite ay, und messe
sie auf dem erwähnten Meilenmaaßstabe, so ist
dies die wahre Entfernung der beyden Oerter a
und g, wie aus (§. 17. 9.) nach einigem Nach-
denken hinlänglich klar ist.

8. Durch Hülfe der Tafel (§. 12.) und
eines geradlinigten Meilenmaaßstabes kann dem-
nach auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die
Distanz jeder zwey nicht allzuweit von einander
entfernten Oerter gefunden werden, wenn es da-
bey nicht auf die größte Genauigkeit ankömmt,

§. 26.

Da bei der Entwerfungsart (§. 23.) die Grade auf den Parallelen denen des Meridians gleich genommen worden sind, da sie doch eigentlich, im Verhältnisse des Cosinus der Breite, nach dem Pole zu abnehmen müssen, so sieht man leicht, daß nicht einmahl ein kleines Stück der Erbofläche, in ein Netz wie (I. L.) eingetragen, mit der wahren Figur I. n. a. der Kugel, übereinstimmen kann, und daß also überhaupt ein Land in diesem Netze, immer viel zu breit nach seiner Ausdehnung von Osten nach Westen zu ausfallen muß. Diese Verunstaltung wird desto größer seyn, je weiter das Land nach dem Pole zu liegt. Um den Aequator herum, wo die Grade der Parallelen weniger von denen der Meridiane verschieden sind, ist die Verunstaltung geringer, daher ein Land, wie z. E. Africa, in ein solches Netz eingetragen, sich noch so ziemlich gut ausnimmt. Indessen hat doch diese Entwerfungsart, außer der Bequemlichkeit ihrer Construction, den Vortheil, daß sich die Längen und Breiten der Oerter sowohl leicht eintragen, als auch wieder abnehmen lassen, und daß die Meridiane auf den Parallelen senkrecht stehen, wie auf der Kugel. Auch läßt sich der Flächeninhalt eines Landes auf einem Netze di

nach dieser Entwerfungsart gezeichnet,
hlich weil die Verfertiger sich der Kürze
bedienen wollen. Solche Charten können
Hülfscharten, am vortheilhaftesten zu Ent-
g anderer, bey denen man mehr auf das
Verhältniß der Theile sieht, gebraucht
werden, weil sich so leicht die geographischen
Längen und Breiten der Orter darauf bestimmen
lassen, da dies hingegen auf andern Netzen, deren
Meridiane und Parallelen nicht durch gerade Linien
bestanden, schon beschwerlicher ist. Auch
ist endlich diese Verzeichnungsart noch den
andern vortheil, daß eine gerade Linie von
einem Orte dieses Netzes zu einem andern,
Meridiane alle unter gleichgroßen Winkeln
schneidet, welches vorzüglich den Schiffen
sehr bequem ist, wie ich in der Folge zeigen werde.

zur Verzeichnung neuer Charten gebraucht, sondern auch Reisende sich keiner leicht bequemen Entwerfungsart, zum Eintragen graphischer Längen und Breiten, bey Annehmung der Reiserouten bedienen können, die bisherigen, so wird man das davon beygenicht für überflüssig halten. Jetzt werden, wie mit Beybehaltung der Bedingungen Meridiane und Parallelen durch gerade abgebildet werden sollen, ein Netz sich emläßt, welches die hineingezeichneten Länder Originale auf der Kugel ähnlicher, als die herige Entwerfungsart, darstellt.

§. 27.

Aufgabe. Ein Netz nach Bedingungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Ursache, warum die Entwerfungsart (§. 23.) die Figur der Länder sehr verunstaltet, ist, weil die Grade und Parallelen, denen auf den Meridianen genommen worden sind, da sie doch auf der Kugel nach den Polen zu, immer kleiner werden, zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer geographischen Breiten.

ten Meridiane MN (Fig. XXIII. T. II.)
 ten wieder Grade, und die durch die Theil-
 senkrecht auf MN gezogenen Linien stellen
 Parallelkreise vor, deren hier von M nach N,
 ten worden sind, wenn ich z. B. wieder,
 (S. 23.) setze, daß das zu verzeichnende
 zwischen dem 40ten und 45ten Grad der
 fallen, und folglich das Perpendikel AB
 M den Parallel durch den 40ten Grad der
 , und CD durch N den Parallel durch den
 Grad der Breite vorstellen soll.

. Man theile einen Grad des Meridians,
 Ia., in 15 gleiche Theile, so erhält man die
 phischen Meilen, und NM würde dann
 einen Maßstab von 5. 15 oder 75 solcher
 vorstellen.

Nun nehme man auf einem der gezogenen

5. Gesezt auf dem Parallel durch n , also p durch den 41ten Grad der Breite, und auf q durch q , den 43ten Grad der Breite, sollten Theile, wie al ; $I. II$; ic ; q i ; $1. 2$; ic , die Grade vorstellen, in ihrem gehörigen Verhältnis zu den Meridiangraden stehen. Weil nun, p der Tafel (§. 12.) unter dem 41ten Grad Breite, ein Par $11,321$ Meilen, q dem 43ten aber $10,97$ Meilen beträgt, so p man die Werthe dieser Parallelgrade von dem p Lenmaaßstabe NM (3) ab; und trage sie auf in $I. II, III$ ic , und aus q in $1, 2, 3$ rechts und links des durch die Mitte der p gezogenen Meridians MN , so daß $al = I$; $II = II. III = 11,321$ M. und q $i = 1$; $2 = 2. 3 = 10,97$ Meilen werde, und p nun durch die correspondirenden Punkte I, i ; $2; ic$. gerade Linien bis an die äußersten Parallel AB, CD , so werden solche, als Meridiane; p die übrigen Parallelen in ihre Grade eintheilen und das ganze Netz vollenden, in welches man p Land eintragen kann. Begreiflich werden auf p Parallel nicht mehr Grade abgesetzt, als p zwisch so vielen ohngefähr das zu verzeichnende Land p halten ist. Um die Grade der Länge und p zählen zu können, so werden durch A und B p

IN noch ein paar Linien gleichlaufend gezogen die man Zahlen für die Grade der γ so wie neben AB, CD, diejenigen für die der Länge (hier z. B. vom 27ten bis 33ten) ist.

Da auf einem Maßstabe, wie Ma, man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der besonders verzeichnet) die Theilchen, welche vorstellen, meistens schon sehr klein ausfallen, so können die Hunderttheilchen von Weilen ablassen und Auftragen der Parallelgrade, I. II zc. wohl nur nach dem Augenmaße werden. Die Tausendtheilchen werden weggelassen: oft werden schon die Hunderttheilchen merklich seyn. Wenn indessen der Werth des Parallelgrades, wie al, mehreremahle neben γ hingetragen wird, so kann es geschehen, daß ein kleiner Fehler im Ablassen eines solchen sich anhäuft, und das Ganze merklich fehlerhaft macht. Man verfährt daher genauer, wenn man auf dem Parallel durch a erstlich einen Grad, 32 Weilen (4), aus a in I, dann zwey also 2. 11,32 oder 22,64 Weilen, aus a hierauf den Werth von 3 Graden, oder 32 = 33,96 Weilen, aus a in III, u. s. w. und solchergestalt die einzelnen Grade nicht

voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn Theile auf einer geraden Linie, nebeneinander hinzutragen sind. Wie übertragen solcher Theile auf einen Kreis zu verfahren sey, daß das Ganze richtig ankomme, werde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geographische Länge z. B. $28^{\circ} 30'$ und Breite $= 41^{\circ}$ gegeben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) einzutragen, so ziehe man durch den Punkt x auf 10 Minuten über dem 41 ten Grad der Breite eine Parallele mit AB, innerhalb des Viereckes, welches der Ort, nach Maßgabe seiner Länge und Breite fallen mußte. Hierauf nehme man an zwischen dem 28 ten und 29 ten Grad der Länge, so wie auch zwischen dergleichen auf CD, und ziehe ein paar Punkte, deren um $30'$ die

schneidet, da wird der verlangte Ort hinfals-
und so kann man jedem andern Orte seine
ge Stelle in dem Netze antweisen, und, nach
gung der übrigen in (§. 24.) gegebenen Vor-
en, ein ganzes Land eintragen. Begreiflich
t, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade
m Mande der Charte in kleinere Theile einge-
seyn.

§. 28. Vorzüge und Mängel dieser Entwerfungsart.

Vorzüge und Mängel dieser Entwerfungsart.

I. Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen
Meridiane, als gerade Linien, keiner weite-
ren Construction bedürfen. 2) Daß sich noch
emlicher Leichtigkeit ein jeder Ort eintragen,
olglich auch umgekehrt, wieder seine geogra-
e Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er
iner Charte, nach dieser Entwerfungsart,
geben wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T.
sehung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem
n Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie

telsten entfernt sind, und daß folglich die W
wie T, zwar in Ansehung der Seiten, sich f
lich wie die entsprechenden auf der Kugel
ten, in den Winkeln aber desto mehr davon
chen, je weiter sie nach dem Rande AC ab
der Charte zu liegen kommen, da hingegen
der Kugel alle rechtwinklicht sind. Indesse
bet diese Abweichung der Ähnlichkeit des
weniger, als wenn die Vierecke, wie in (C)
rechtwinklicht sind, die Seiten derselben
sehr, wie dort, von ihrem wahren Verh
auf der Kugel abweichen, und es kann diese
Entwerfungsart immer sehr vortheilhaft zu
ten mäßig großer Länder angewandt werden
daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet w

III. Endlich haben auch nur diejenige
ralliesarade, wie aI; I. II; 10. a I; I. 2

Es seyen überhaupt W, Q , (Fig. XXIV.)
 ige Punkte des mittelften Meridians MN ,
 welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
 en Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
 MN genommen worden sind; die geographi-
 Breite von Q sey $= \alpha$, von $W = \beta$, und
 rad des Meridians MN sey in Meilen $= M$,
 $QR = M \cos \alpha$; $WK = M \cos \beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
 und solche bis an die äußersten durch N umb-
 ehenden Parallelen des Reges verlängert, so
 NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
 e dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
 he Breite von $N = \delta$, von $M = \gamma$, so sollte
 NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
 $= M \cos \delta$ und $ML = M \cos \gamma$ seyn.

Da bei der Entwerfungsart (§. 23.) die Grade auf den Parallelen denen des Meridians gleich genommen worden sind, da sie doch eigentlich, im Verhältnisse des Cosinus der Breite, nach dem Pole zu abnehmen müssen, so sieht man leicht, daß nicht einmahl ein kleines Stück der Erdoberfläche, in ein Netz wie (1) eingetragen, mit der wahren Figur der Kugel, übereinstimmen kann, und also überhaupt ein Land in diesem Netze, immer breit nach seiner Ausdehnung von L nach T eben zu ausfallen muß. Diese Verunstaltung wird desto größer seyn, je weiter das Land nach dem Pole zu liegt. Um den Aequator herum, wo die Grade der Parallelen weniger von denen der Meridiane verschieden sind, ist die Verunstaltung geringer, daher ein Land, wie z. B. Africa, in ein solches Netz eingetragen, sich noch so ziemlich gut ausnimmt. Indessen hat doch diese Entwerfungsart, außer der Bequemlichkeit ihrer Construction, den Vortheil, daß sich die Längen und Breiten der Oerter sowohl leicht eintragen, als auch wieder abnehmen lassen, und daß die Meridiane auf den Parallelen senkrecht stehen, wie auf der Kugel. Auch läßt sich der Flächeninhalt eines Landes auf einem Netze dieser Art

$\sin \omega + M dx \sin x$
 $x \tan \omega$ dieses Differen-
 $(x - \alpha) \tan \omega$ ent-
 $= 15)$ Grade be-
 ential dx in dem
 8 Gradtheilen
 in dem Glie-
 ede; da nun

(Rästners Geom. 44. 5.

dx in dem Gliebe $M dx \sin x$,
 $\sin x \approx dx \cdot 0,01745329$, welches
 dx nennen will. Also hat man:

$y = M dx \tan \omega + M dx \sin x$
 dieses muß man null $= 0$ setzen, um den Wert
 x zu finden, für welchen y ein Maximum
 0. Wenn dies geschieht, so findet sich

$$\sin x = \frac{\tan \omega}{e} = \frac{\tan \omega}{0,01745}$$

$\tan \omega$ durch α und β gegeben ist (I).

VI. Exemp. Gesezt unter dem 60ten und
 60ten Grad der Breite, also für $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 60^\circ$
 seyen die Grade QR und KW in ihrem
 Verhältnisse genommen worden, so hat man.
 1000 Geom. 41. 2.

zur Verzeichnung neuer Charten gebraucht zu
 fordert auch Reisende sich keiner leichtern
 bequemern Entwerfungsart, zum Eintragen
 graphischer Längen und Breiten, bey Be-
 nennung der Reiserouten bedienen können, al-
 bisherigen, so wird man das davon beyge-
 nicht für überflüssig halten. Jetzt werde ich
 gen, wie mit Beybehaltung der Bedingung
 Meridiane und Parallelen durch gerade
 abgebildet werden sollen, ein Netz sich ent-
 läßt, welches die hineingezeichneten Länder
 Originale auf der Kugel ähnlicher, als die
 herige Entwerfungsart, darstellt.

§. 27.

Aufgabe. Ein Netz nach den
 Bedingungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Ursache, warum die
 werfungsart (§. 23.) die Figur der Länd-
 sehr verunstaltet, ist, weil die Grade aus
 Parallelen, denen auf den Meridianen gleich
 genommen worden sind, da sie doch auf der K-
 nach den Polen zu, immer kleiner werden,
 zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer ge-
 ographischen Breiten.

Um also die Vierecke des Netzes, und auch die hineingezeichneten Länder, der Maßstab zu erhalten, so setze man, die Theile auf dem durch die Mitte der Charte Meridiane MN (Fig. XXIII. T. II.) wieder Grade, und die durch die Theile senkrecht auf MN gezogenen Linien stellen sich Kreise vor, deren hier von M nach N, 15 worden sind, wenn ich z. B. wieder, (S. 23.) setze, daß das zu verzeichnende schon dem 40ten und 45ten Grad der Länge, und folglich das Perpendikel AB den Parallel durch den 40ten Grad der Länge und CD durch N den Parallel durch den 45ten Grad der Länge vorstellen soll.

Man theile einen Grad des Meridians, in 15 gleiche Theile, so erhält man die selben Meilen, und NM würde dann einen Maßstab von 5. 15 oder 75 solcher vorstellen.

Nun nehme man auf zwey der gezogenen 15, die Theile, welche Grade bedeuten, in ihrem gehörigen Verhältnisse, zu vertragen auf MN, so kann man alsdann die Meridiane ausziehen, und das Netz

möglich für den Winkel ω , nach (I),

$$\text{tang } \alpha = \frac{\cos 50^\circ - \cos 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{0,6427876 - 0,5}{10}$$

$$= 0,01427876$$

also $\omega = 49'.5''$. Ferner $\sin x = \frac{\text{tang } \omega}{0,01745}$

$$0,01427876 : 0,01745 \dots = 0,818108.$$

Also $x = 54^\circ.54'$. Es erhellet also, daß der Punkt X, für welchen der Fehler in dem Grade ZX am größten ist, ungefähr in die Mitte zwischen Q und W fällt. Ferner hat man für die Entfernung PQ, oder A (II.)

$$\log M = \log 15 = 1,1760913$$

$$\log \cos \alpha = \log \cos 60^\circ = 9,6989700$$

$$10,8750613$$

$$1 \text{ tang } \omega = 8,1546828$$

$$\log A = 2,7203785$$

$$\text{Also } A = 525,2 \text{ Meilen.}$$

Welches beynahe 35 solcher Meridiangrade betragen würde, als zwischen Q und W, so sich befinden.

Für den Fehler in dem Parallelgrade ZX selbst hat man, nach (V.), das dortige $x = 54^\circ.54'$

2. Da auf einem Wraabrade, wie IVa ,
man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der
besonders verzeichnet) die Theilchen, welche
a vorstellen, meistens schon sehr klein aus-
so können die Hunderttheilchen von Weilen
Abfassen und Auftragen der Parallelgrade,
I, I, II u. wohl nur nach dem Augenmaasse
gt werden. Die Tausendtheilchen werden
begfallen: oft werden schon die Hunderttheil-
unmerklich seyn. Wenn indessen der Werth
Parallelgrades, wie aI , mehreremahle neben
er hingetragen wird, so kann es geschehen,
in kleiner Fehler im Abfassen eines solchen
s sich anhäuft, und das Ganze merklich feh-
l macht. Man verfährt daher genauer, wenn

durch das Nebeneinandertragen desselben, f durch das Auftragen ihrer Vielfachen aus und demselben Punkte, wie a, erhält

7. Bey dieser Art des Abtragens ist Anhäufung von Fehlern zu besorgen, und ich daher dies Verfahren allemahl in ähnlichen voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn m Theile auf einer geraden Linie, wie neben einander hinzutragen sind. Wie beytragen solcher Theile auf einen Kreisb zu verfahren sey, daß das Ganze richtig aus werde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geograph Länge \pm E. $28^{\circ} 30'$ und Breite $= 41^{\circ}$. in geben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) eingeben, so ziehe man durch den Punkt x auf 10 Minuten über dem 41ten Grad der Breite, Parallele mit AB, innerhalb des Viereckes T, welches der Ort, nach Maßgabe seiner Länge Breite fassen mußte. Hierauf nehme man auf zwischen dem 28ten und 29ten Grad der Länge so wie auch zwischen dergleichen auf CD, b und v ein paar Punkte, jeden um $30'$ über 28ten Grad der Länge hinaus, und lege an u w ein Linial. Wo solches bey y, innerhalb Vierecke T, die vorhin mit AB gezogene Par

hneidet, da wird der verlangte Ort hinfals, und so kann man jedem andern Orte seine Stelle in dem Netz anweisen, und, nach Analogie der übrigen in (§. 24.) gegebenen Vorzeichen, ein ganzes Land eintragen. Begreiflich, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade a Rande der Charte in kleinere Theile eingetheilt seyn.

§. 28. Von den Vorzügen und Mängeln dieser Entwerfungsart.

Vorzüge und Mängel dieser Entwerfungsart.

Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen Peridiane, als gerade Linien, keiner weitern Construction bedürfen. 2) Daß sich noch mit leichter Mühe ein jeder Ort eintragen, folglich auch umgekehrt, wieder seine geographische Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er auf einer Charte, nach dieser Entwerfungsart, eingezeichnet wäre. 3) Daß die Vierecke, wie Trapeze, in der Zeichnung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem wirklichen Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie bei der andern Entwerfungsart (§. 23.), wo die Meridiane und Parallelgrade von gleicher Größe genommen wurden, und daß folglich 4) auch die Gestalt eines in dieses Netz eingetragenen Landes weniger

! wahren Figur auf der Kugel abweichen
 & in (§. 23.) der Fall war.

Die Mängel sind aber, daß nur allein
 iste Meridian MN auf den Parallelen
 steht, die übrigen aber desto schiefere auf
 allen stehen, je weiter sie von dem mit-
 tfernt sind, und daß folglich die Vierecke,
 wie A, ar i 1 jung der Seiten, sich so ziem-
 die en enden auf der Kugel verhäl-
 A den aber esto mehr davon abweis-
 ie 1 n Ranbe AC oder BD

ste zu liegen kommen, da hingegen die auf
 alle rechtwinklicht sind. Indessen scha-
 det diese Abweichung der Aehnlichkeit des Ganzen
 weniger, als wenn die Vierecke, wie in (§. 23.)
 rechtwinklicht sind, die Seiten derselben aber so
 sehr, wie dort, von ihrem wahren Verhältnisse
 auf der Kugel abweichen, und es kann daher diese
 Entwerfungsart immer sehr vorthailhaft zu Char-
 ten mäßig großer Länder angewandt werden, ohne
 daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet würde.

III. Endlich haben auch nur diejenigen Pa-
 rallelgrade, wie al; I. II; 1c. Q 1; 1. 2; 1c.,
 welche unmittelbar aufgetragen worden, ihr wahres
 Verhältniß gegen die Grade des mittelften Meri-
 dians MN. Die Grade der übrigen Parallelen,
 welche

Es seyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.)
 uigen Punkte des mittelften Meridians MN,
 welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
 Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
 dians MN genommen worden sind; die geographi-
 sche Breite von Q sey $= \alpha$, von W $= \beta$, und
 der Grad des Meridians MN sey in Meilen $= M$,
 $QR = M \cos \alpha$; $WK = M \cos \beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
 gen und solche bis an die äußersten durch N und
 M ziehenden Parallelen des Reges verlängert, so
 sind NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
 Höhen dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
 phische Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, so sollte
 die Länge von NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
 $NS = M \cos \delta$ und $ML = M \cos \gamma$ seyn.

$RQ :: QP$. Weil nun $KY = KW - RQ = M (\cos \beta - \cos \alpha)$ (1); und $RQ = M \cos \alpha$; ferner QW in Graden = der geographischen Breite von Q , weniger der von W , d. h. $= \alpha - \beta$, folglich in Meilen $= M (\alpha - \beta)$ ist, so erhält man durch Substitution dieser Werthe in die angegebene Proportion, $QP = \frac{(\alpha - \beta) \cos \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha} \cdot M$

in Meilen, und folglich $PN = QP - QN = QP - M (\delta - \alpha)$, oder wenn man den Werth von QP substituirt,

$$PN = \frac{M (\delta - \beta) \cos \alpha - M (\delta - \alpha) \cos \beta}{\cos \beta - \cos \alpha}$$

4. Also $SN = PN \cdot \tan P = PN \tan KRY = PN \cdot \frac{KY}{RY} = \frac{PN \cdot KY}{QW}$, oder, wenn man aus

(3) die Werthe von PN ; KY ; QW substituirt,

$$SN = PN \cdot \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\alpha - \beta}, \text{ oder}$$

$$SN = \frac{M (\delta - \beta) \cos \alpha - M (\delta - \alpha) \cos \beta}{\alpha - \beta}$$

5. Eben so findet sich, wenn man statt δ , des Parallels ML geographische Breite γ setzt

$$ML = \frac{M (\gamma - \beta) \cos \alpha - M (\gamma - \alpha) \cos \beta}{\alpha - \beta}$$

y. 1

6. 60

II. Wenn nun $PQ = A$ gesetzt wird, so ist
 $PQ \tan \omega = RQ = M \cos \alpha$, also

$$A = \frac{M \cos \alpha}{\tan \omega} = \frac{M (\alpha - \beta) \cos \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha}$$

eine bekannte Größe.

III. Durch die Größen A und ω kann man
 nun die Fehler in den Graden SN und LM auch
 auf folgende Art ausdrücken.

Weil $SN = PN \tan \omega$, und $PN = PQ - QN = A - M (\delta - \alpha)$, so ist $SN = (A - M (\delta - \alpha)) \tan \omega$, und folglich, da der wahre Werth von SN seyn müßte $= M \cos \delta$, der Fehler

$$\text{in } SN = (A - M (\delta - \alpha)) \tan \omega - M \cos \delta.$$

Und auf eben die Art, statt δ nur die geographische Breite γ des Parallels LM gesetzt, der Fehler

$$\text{in } LM = (A - M (\gamma - \alpha)) \tan \omega - M \cos \gamma.$$

IV. Ob diese beyden Fehler einander gleich oder ungleich ausfallen, hängt von den geographischen Breiten γ und δ ab, unter denen die beyden Grade liegen. Sollten die Fehler einander gleich seyn, so würde, wie leicht einzusehen ist,

$$M \delta \tan \omega + M \cos \delta = M \gamma \tan \omega + M \cos \gamma$$

$$\text{also } \frac{\cos \gamma - \cos \delta}{\delta - \gamma} = \tan \omega$$

seyn

§. 30.

(I) bekannt ist.

Noch einige Betrachtungen

so beschaffen sind,

Entwerf

schübe geschieht, so

I. Man setze

in den Graden EN und

LPM, welcher ei

ungleich seyn.

es, und die Er

fragen, für welchen Punkt X,

Parl

OR

also für welche geographische

so daß

n dem zugehörigen Grade ZX

ausfällt. Dieser Punkt X, wird

n Q und W fallen müssen, weil die

KW in ihrem wahren Verhältnisse

eben (§. 28. III. 3.), und also die

den = 0 sind. — Man heiße dem

geographische Breite von X = x, so ist

wie in (III.) der Fehler.

$$EX = (A - M(x - a)) \tan g \alpha - M \cos x$$

nicht x, damit dieser Ausdruck, den ich y

nennen will, ein Maximum werde.

Die Differentialrechnung lehrt, daß man zu

diesem Zwecke den Ausdruck differenziren, und

sein Differential = 0 setzen müsse. Dies giebt

dann eine Gleichung, woraus man das x finden

kann.

Da nun in dem Ausdrucke y, bloß x die ver-

änderliche Größe ist, so hat man wegen $d \cos x =$

$$- dx \sin x \text{ (Trig. S. XXX), wo } dx \text{ durch}$$

muss

Deci-

t, und zeigt, wie weit die Constructionsart
r.) ohne merklichen Fehler in der Ausübung
wandt werden könne.

9. Freylich sind nun auch in einem Vierecke
T (Fig. XXIII.), selbst die Meridiangrade
mehr genau denen auf dem mittelften Meri-
dian MN gleich, und jeder Grad auf einem Meri-
dian, wie A 27, wird etwas größer, als 15
Sekunden seyn. Indessen muß die Schiefe der Eclipti-
ca, wie A 27, schon beträchtlich seyn, wenn
Grade auf ihnen um etwas sehr beträchtliches
mehr, als die auf MN, ausfallen sollen. Man
kann daher in einem jeden Vierecke, wie T, die
Längen der Dörter noch immer ohne merklichen
Fehler nach dem Meilenmaaßstabe auf MN, messen
und dies geht beynahe durch den ganzen Raum
Rektus ABCD an, wenn es sich nicht über 15
Grad Grade der Länge und Breite erstreckt.

§. 29.

1. Zur Berechnung der Schiefe eines Meri-
dians, wie z. E. SL (Fig. XXIV.), dienen
folgende Betrachtungen.

2. Man setze jetzt, der Meridian SL stehe
 λ Grade von dem mittelften MN ab, so daß
jetzt QR, λ Grade des Parallels durch Q.

und

und folglich auch WK, λ Grade des Parallels durch W enthalte, so wäre jetzt

$$QR = \lambda \cdot M \cos \alpha$$

$$WK = \lambda \cdot M \cos \beta$$

$$\text{Demnach } KY = KW - QR = \lambda \cdot M (\cos \beta - \cos \alpha)$$

3. Ferner wie oben $QW = (\alpha - \beta) M = RY$. Demnach $\tan KRY = \tan P = \frac{KY}{RY} = \frac{\lambda (\cos \beta - \cos \alpha)}{\alpha - \beta}$. Diese Tangente ist

auch der Cotangente des Neigungswinkels RKY des Meridians SL gegen die Parallelen des Meeres gleich.

4. Ex. Es sey der Unterschied der beyden Meridiane SL, MN also $\lambda = 5$ Grade; so ist, wenn man α, β , wie oben (S. 28. III. 7.) nimmt, und $RKY = D$ setzt

$$\cot D = \frac{5 (\cos 55^\circ - \cos 60^\circ)}{5}$$

$$= \cos 55^\circ - \cos 60^\circ = 0,07357$$

also $D = 85^\circ. 47'$. beynähe.

Also weicht der Winkel, den der Meridian SL mit den Parallelen der Charte macht, um $4^\circ. 13'$ von 90° ab, wenn gleich SL nur um 5 Grad von MN absteht. Es erhellet hieraus, daß die Winkel in einem Vierecke, wie T, (Fig. XXIII.)

sehr

halb merklich schief werden, und von den
 a Winkeln des ihm entsprechenden Vierecks
 er Kugel abweichen. Indessen convergiren
 die geradlinigten Meridiane der Charte nach
 gewissen Punkte P, wie die kreisförmigen
 der Kugel, nach dem Pole zu, wodurch das
 Netz, wenn gleich die Vierecke, wie T
 XXIII.), schiefwinklicht ausfallen, dennoch
 inmaassen dem entsprechenden auf der Kugel
 getreu wird, als wenn, wie in (§. 23.), die
 Meridiane zwar auf den Parallelen senkrecht stehen,
 Parallelgrade aber so sehr, wie dort, von
 den wahren Verhältnissen auf der Kugel abwei-

— Man muß bedenken, daß es nach keiner
 Abbildungsart auf dem Papiere möglich ist, alle
 Eigenschaften eines Netzes auf der Kugelfläche zu
 erhalten, und daß man sich immer befriedigen
 muß, wenn die Abweichung von dem Originale
 nicht gar zu groß ist. Die gegenwärtige Ver-
 bildungsart gehört noch immer zu den erträgli-
 chen und empfiehlt sich übrigens durch die Leicht-
 heit der Construction, wodurch sie auch zu Ab-
 bildungen, wie (§. 26.), brauchbar wird.

nach (I.)

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\cos 50^\circ - \cos 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{0,6427876 - 0,5}{10}$$

$$= 0,01427876$$

$$\text{also } \omega = 49'.5''. \text{ Ferner } \sin x = \frac{\operatorname{tang} \omega}{0,01745} =$$

$$0,01427876 : 0,01745 \dots = 0,818108.$$

Also $x = 54^\circ.54'$. Es erhellet also, daß der Punkt X, für welchen der Fehler in dem Grade ZX am größten ist, obungefähr in die Mitte zwischen Q und W fällt. Ferner hat man für die Entfernung PQ, oder A (II.).

$$\log M = \log 15 = 1,1760913$$

$$\log \cos \alpha = \log \cos 60^\circ = 9,6989700$$

$$10,8750613$$

$$1 \operatorname{tang} \omega = 8,1546828$$

$$\log A = 2,7203785$$

$$\text{Also } A = 525,2 \text{ Meilen.}$$

Welches beynahe 35 solcher Meridiangrade betragen würde, als zwischen Q und W, so sich befinden.

Für den Fehler in dem Parallelgrade ZX selbst hat man, nach (V.), daß dortige $x = 54^\circ.54'$

1 MN noch ein paar Linien gleichlaufend gezogen, neben die man Zahlen für die Grade der Breite, so wie neben AB, CD, diejenigen für die Grade der Länge (hier z. B. vom 27ten bis 33ten) schreibt.

6. Da auf einem Maßstabe, wie Ma, (man man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der Karte besonders verzeichnet) die Theilchen, welche Meilen vorstellen, meistens schon sehr klein ausfallen, so können die Hunderttheilchen von Meilen beim Abfassen und Auftragen der Parallelgrade, wie aI, I, II u. wohl nur nach dem Augenmaße schätzt werden. Die Tausendtheilchen werden ganz weggelassen: oft werden schon die Hunderttheilchen unmerklich seyn. Wenn indessen der Werth eines Parallelgrades, wie aI, mehreremal neben einander hingetragen wird, so kann es geschehen, daß ein kleiner Fehler im Abfassen eines solchen Grades sich anhäuft, und das Ganze merklich fehlerhaft macht. Man verfährt daher genauer, wenn man auf dem Parallel durch a erstlich einen Grad, so 11,32 Meilen (4), aus a in I, dann zwey Grade, also 2. 11,32 oder 22,64 Meilen, aus a in II, hierauf den Werth von 3 Graden, oder 3. 11,32 = 33,96 Meilen, aus a in III, u. s. w. folgt, und folchergestalt die einzelnen Grade nicht

durch das Nebeneinandertragen desselben, durch das Auftragen ihrer Vielfachen aus und demselben Punkte, wie a, erhält

7. Bey dieser Art des Abtragens t Anhäufung von Fehlern zu besorgen, und ich daher dies Verfahren allemahl in ähnlichen voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn Theile auf einer geraden Linie, nebeneinander hinzutragen sind. Wie beytragen solcher Theile auf einen Kreis zu verfahren sey, daß das Ganze richtig auswerde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geographische Länge z. E. $28^{\circ} 30'$ und Breite $= 41^{\circ}$ gegeben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) einzutragen, so ziehe man durch den Punkt x auf 10 Minuten über dem 41ten Grad der Breitparallele mit AB, innerhalb des Viereckes welches der Ort, nach Maßgabe seiner Länge und Breite fallen mußte. Hierauf nehme man aus zwischen dem 28ten und 29ten Grad der Länge so wie auch zwischen dergleichen auf CD, und w ein paar Punkte, jeden um $30'$ über dem 28ten Grad der Länge hinaus, und lege an w ein Lineal. Wo solches bey y, innerhalb des Viereckes T, die vorhin mit AB gezogene Pa-

abschneidet, da wird der verlangte Ort hinfals und so kann man jedem andern Orte seine richtige Stelle in dem Netze anweisen, und, nach Analogie der übrigen in (§. 24.) gegebenen Worten, ein ganzes Land eintragen. Begreiflich ist, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade am Rande der Charte in kleinere Theile eingetheilt seyn.

§. 28.

Vorzüge und Mängel dieser Entwerfungsart.

I. Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen und Meridiane, als gerade Linien, keiner weitern Construction bedürfen. 2) Daß sich noch ziemlich leicht ein jeder Ort eintragen, folglich auch umgekehrt, wieder seine geographische Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er in einer Charte, nach dieser Entwerfungsart, gegeben wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T. 1. 2. 3. 4. in der Abbildung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie in der andern Entwerfungsart (§. 23.), wo die Meridiane und Parallelgrade von gleicher Größe genommen wurden, und daß folglich 4) auch die Gestalt in dieses Netz eingetragenen Landes weniger

VON

von seiner wahren Figur auf der Kugel abweichen wird, als in (§. 23.) der Fall war.

II. Die Mängel sind aber, daß nur allein der mittelfte Meridian MN auf den Parallelen senkrecht steht, die übrigen aber desto schiefere auf den Parallelen stehen, je weiter sie von dem mittelften entfernt sind, und daß folglich die Vierecke, wie T, zwar in Ansehung der Seiten, sich so ziemlich wie die entsprechenden auf der Kugel verhalten, in den Winkeln aber desto mehr davon abweichen, je weiter sie nach a Ronde AC oder BD der Charte zu liegen kommen, da hingegen die auf der Kugel alle rechtwinklicht sind. Indessen schadet diese Abweichung der Aehnlichkeit des Ganzen weniger, als wenn die Vierecke, wie in (§. 23.) rechtwinklicht sind, die Seiten derselben aber so sehr, wie dort, von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel abweichen, und es kann daher diese Entwurfungsart immer sehr vortheilhaft zu Charten mäßig großer Länder angewandt werden, ohne daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet würde.

III. Endlich haben auch nur diejenigen Parallelgrade, wie aI; I. II; 10. Q 1; 1. 2; 10., welche unmittelbar aufgetragen worden, ihr wahres Verhältniß gegen die Grade des mittelften Meridians MN. Die Grade der übrigen Parallelen, welche

Es sich aber durch Zeichnung ergeben haben;
 E. die auf den Parallelen durch 40, 42,
 45, werden nur beynabe in dem wahren
 Verhältnisse der Cosinusse der Breiten abnehmen.
 Wieviel der Fehler betragen kann, werden folgende
 Betrachtungen lehren.

1. Es seyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.)
 gewisse Punkte des mittelften Meridians MN,
 welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
 wahren Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
 dians MN genommen worden sind; die geographi-
 sche Breite von Q sey $= \alpha$, von W $= \beta$, und
 der Grad des Meridians MN sey in Meilen $= M$,
 $QR = M \cos \alpha$; $WK = M \cos \beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
 gen und solche bis an die äußersten durch N und
 gehenden Parallelen des Netzes verlängert, so
 NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
 Längen dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
 phische Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, so sollte
 die Länge NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
 $NS = M \cos \delta$ und $ML = M \cos \gamma$ seyn.

3. Nun ist aber, wenn man LS verlängert,
 sie bey P in die verlängerte MN einschneidet;
 dann RY gleichlaufend mit MN zieht, ersichtlich
 $RY = RQ : QP$, oder $KY : QW =$
 RQ

$RQ :: QP$. Weil nun $KY = KW = RQ = M (\cos \beta - \cos \alpha)$ (1); und $RQ = M \cos \alpha$; ferner QW in Graden = der geographischen Breite von Q , weniger der von W , d. h. $= \alpha - \beta$, folglich in Meilen $= M (\alpha - \beta)$ ist, so erhält man durch Substitution dieser Werthe in die angegebene Proportion, $QP = \frac{(\alpha - \beta) \cos \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha} M$

in Meilen, und folglich $PN = QP - QN = QP - M (\delta - \alpha)$, oder wenn man den Werth von QP substituirt,

$$PN = \frac{M (\delta - \beta) \cos \alpha - M (\delta - \alpha) \cos \beta}{\cos \beta - \cos \alpha}$$

4. Also $SN = PN \cdot \tan P = PN \tan KRY = PN \cdot \frac{KY}{RY} = \frac{PN \cdot KY}{QW}$, oder, wenn man aus

(3) die Werthe von PN ; KY ; QW substituirt,

$$SN = PN \cdot \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\alpha - \beta}, \text{ oder}$$

$$SN = \frac{M (\delta - \beta) \cos \alpha - M (\delta - \alpha) \cos \beta}{\alpha - \beta}$$

5. Eben so findet sich, wenn man statt δ , des Parallels ML geographische Breite γ setzt

$$ML = \frac{M (\gamma - \beta) \cos \alpha - M (\gamma - \alpha) \cos \beta}{\alpha - \beta}$$

y.f

6. Es

Wären nun SN und LM in ihrem gehörigen Verhältnisse, wie auf der Kugel, so müßte nach der Tafel (§. 12.) $SN = 6,339$; $LM = 9,642$ Meilen seyn. Also beträgt der Fehler für SN, wenn ich bloß bis auf Tausendtheilchen gehe, 0,057 Meilen, oder um so viel fällt SN in der Zeichnung größer aus, als das wahre SN der Tafel (§. 12.). Hingegen ist der Fehler von $LM = 0,065$, um so viel ist ebenfalls das LM der Zeichnung größer, als das wahre.

8. Man sieht hieraus, daß innerhalb $MN = 15$ Grad der Breite, der Fehler sich ohngefähr auf 6 bis 7 Hunderttheilchen einer geograph. Meile belaufen kann, wenn nemlich die geographische Breite von M $= 50$ Grad ist, also das Netz sich vom 50ten bis zum 65ten Grad der Breite erstreckt, und die Punkte Q und W, für welche QR und WK in ihrem wahren Verhältnisse genommen wurden, unter dem 60ten und 55ten Grad der Breite lagen. Da jener Fehler von 6 Hunderttheilchen einer Meile, 18 mahl genommen, etwas über eine Meile ausmacht, so erhellet, daß 18 solcher Grade auf den Parallel durch N, rechts und links des Meridians MN getragen, ohngefähr nur um 1 Meile zu groß ausfallen würden, welches für die Ausübung immer noch erträglich.

Mn, deren Grade gewöhnlich in kleinere Theile eingetheilt werden, die Punkte w und u, welche der geogr. Länge des einzutragenden Orts entsprechen, so ist eine gerade Linie, von u nach w gezogen, der Meridian des Orts; wenn nun der Punkt v, auf dem mittelsten Meridiane MN, der geographischen Breite des Orts entspricht, so fasse man die Weite Mv, und trage sie auf den Meridian uw, aus u in y, so ist y der einzutragende Ort, und so ist es denn nicht schwer, eine ganze Provinz, nach Befolgung der übrigen in (§. 24.) angegebenen Vorschriften, welche mit einiger Veränderung leicht auf die gegenwärtige Entwurfungsart angewandt werden, in dieses Netz einzutragen.

X. So kann man denn auch umgekehrt leicht die geographische Länge und Breite eines Orts y auf einer Charte nach dieser Entwurfungsart bestimmen, wenn man um y ein Linial dreht, bis es durch zwei gleichnamigte Punkte, w und u, der äußersten Parallelfreise geht, d. h. durch solche, welchen gleichviel Grade und Minuten der Länge entsprechen, da denn diese Grade und Minuten die Länge des Orts selbst angeben. Darauf faßt man hy, und trägt sie auf den mittelsten Meridian aus W in v, so findet sich bey v die geographische Breite des Orts angezeigt, indem man
bey

und folglich auch WK, λ Grade des Pol durch W enthalte, so wäre jetzt

$$QR = \lambda \cdot M \cos \alpha$$

$$WK = \lambda \cdot M \cos \beta$$

$$\text{Demnach } KY = KW - QR = \lambda \cdot M (\cos \beta - \cos \alpha)$$

$$\text{3. Ferner wie oben } QW = (\alpha - \beta) \cdot M \cos \gamma = RY. \text{ Demnach } \tan KRY = \frac{KY}{RY} = \frac{\lambda (\cos \beta - \cos \alpha)}{\alpha - \beta}.$$

Diese Tangente

auch der Cotangente des Neigungswinkels γ des Meridians SL gegen die Parallelen Meßes gleich.

4. Ex. Es sey der Unterschied der beiden Meridiane SL, MN also $\lambda = 5$ Grade; wenn man α, β , wie oben (§. 28. III.) nimmt, und $RKY = D$ setzt

$$\cot D = \frac{5 (\cos 55^\circ - \cos 60^\circ)}{5}$$

$$= \cos 55^\circ - \cos 60^\circ = 0,07$$

also $D = 85^\circ. 42'$ beynähe.

Also weicht der Winkel, den der Meridian SL mit den Parallelen der Charte macht, um $13'$ von 90° ab, wenn gleich SL nur 5 Grad von MN absteht. Es erhellet hieraus, die Winkel in einem Vierecke, wie T, (Fig. XX.

der Kugel, nach dem Orte zu, wodurch das
Netz, wenn gleich die Vierecke, wie T.
XXIII.), schiefwinklicht ausfallen, dennoch
fermaassen dem entsprechenden auf der Kugel
äher wird, als wenn, wie in (§. 23.), die
Plane zwar auf den Parallelen senkrecht stehen,
Parallelgrade aber so sehr, wie dort, von
wahren Verhältnisse auf der Kugel abweichen.

— Man muß bedenken, daß es nach keiner
erfindungsart auf dem Papiere möglich ist, alle
Linien eines Netzes auf der Kugelfläche zu
zeichnen, und daß man sich immer befriedigen
muss, wenn die Abweichung von dem Originale
nicht gar zu groß ist. Die gegenwärtige Ver-
fertigungsart gehört noch immer zu den erträglich-
sten und empfiehlt sich übrigens durch die Leicht-
heit der Construction, wodurch sie auch zu Ab-

Parallelen QR des Nezes, also die Linie PQ
 so hat man aus (§. 28. III. 4.) ersichtlich

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{SN}{PN} = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\alpha - \beta}$$

In welcher Formel α und β durch Grade
 brückt seyn müssen, wie aus dem Gange der
 gen Rechnung erhellt; Wären α und β durch
 Minuten ausgedrückt, so würde man statt α
 setzen müssen $\frac{\alpha}{60}$ und $\frac{\beta}{60}$, um diese Minuten

Gradtheile zu verwandeln, da denn für diese

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\alpha - \beta} \cdot 60$$

seyn würde, und so, wenn α und β durch
 Sekunden ausgedrückt wären, würde man

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\alpha - \beta} \cdot 3600$$

II. Wenn nun $PQ = A$ gesetzt wird, so ist
 $PQ \tan \omega = RQ = M \cos \alpha$, also

$$A = \frac{M \cos \alpha}{\tan \omega} = \frac{M (\alpha - \beta) \cos \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha}$$

eine bekannte Größe.

III. Durch die Größen A und ω kann man
 nun die Fehler in den Graden SN und LM auch
 auf folgende Art ausdrücken.

Weil $SN = PN \tan \omega$, und $PN =$
 $PQ - QN = A - M (\delta - \alpha)$, so ist $SN =$
 $(A - M (\delta - \alpha)) \tan \omega$, und folglich, da der
 wahre Werth von SN seyn müßte $= M \cos \delta$,
 der Fehler

in $SN = (A - M (\delta - \alpha)) \tan \omega - M \cos \delta$.
 Und auf eben die Art, statt δ nur die geographische
 Breite γ des Parallels LM gesetzt, der Fehler

in $LM = (A - M (\gamma - \alpha)) \tan \omega - M \cos \gamma$.

IV. Ob diese beiden Fehler einander gleich
 oder ungleich ausfallen, hängt von den geographi-
 schen Breiten γ und δ ab, unter denen die beiden
 Grade liegen. Sollten die Fehler einander gleich
 seyn, so würde, wie leicht einzusehen ist,

$M \delta \tan \omega + M \cos \delta = M \gamma \tan \omega + M \cos \gamma$
 also $\frac{\cos \gamma - \cos \delta}{\delta - \gamma} = \tan \omega$

seyn

seyn müssen, wo denn $\tan \omega$ aus (I) bekannt ist. Wenn demnach γ und δ nicht so beschaffen sind, daß diesem Ausdrucke ein Genüge geschieht, so werden die beyden Fehler in den Graden SN und LM allemahl einander ungleich seyn.

V. Man kann fragen, für welchen Punkt X, des Meridians MN, also für welche geographische Breite, der Fehler in dem zugehörigen Grade ZX am größten ausfällt. Dieser Punkt X, wird allemahl zwischen Q und W fallen müssen, weil die Grade QR, KW in ihrem wahren Verhältnisse genommen worden (§. 28. III. 3.), und also die Fehler derselben $= 0$ sind. — Man heiße demnach die geographische Breite von X $= x$, so ist völlig, wie in (III.) der Fehler.

in $ZX = (A - M(x - \alpha)) \tan \omega - M \cos x$
Man sucht x , damit dieser Ausdruck, den ich y nennen will, ein Maximum werde.

Die Differentialrechnung lehrt, daß man zu dieser Absicht den Ausdruck differenziren, und sein Differential $= 0$ setzen müsse. Dies giebt dann eine Gleichung, woraus man das x finden kann.

Da nun in dem Ausdrucke y , bloß x die veränderliche Größe ist, so hat man wegen $d \cos x = - dx \sin x$ (Trig. C. XXX.), wo dx durch
Deci.

Decimaltheilen des Sinus totus π auszudrücken
müßlich

$$y = -M dx \tan \omega + M dx \sin x.$$

Der Theil $M dx \tan \omega$ dieses Differentials aus dem Gliede $M(x - \alpha) \tan \omega$ entspringt, wo x (wegen $M = 15$) Grade bedeutet, so bezeichnet das Differential dx in dem Ausdrucke $M dx \tan \omega$ ebenfalls Gradtheilen. Es muß demnach auch das dx in dem Gliede $M dx \sin x$ Gradtheilen bedeuten; da nun aber 1 Decimaltheil des Sinus totus π ausge-
drückt $= 0,01745329$ (Räffners Geom. 44. S. V.), so ist das dx in dem Gliede $M dx \sin x$, Gradtheilen $= dx \cdot 0,01745329$, welches $= \varepsilon \cdot dx$ nennen will. Also hat man

$$y = -M dx \tan \omega + M \varepsilon dx \sin x.$$

Es muß man nun $= 0$ setzen, um den Werth x zu finden, für welchen y ein Maximum

Wenn dies geschieht, so findet sich

$$\sin x = \frac{\tan \omega}{\varepsilon} = \frac{\tan \omega}{0,01745329}$$

wo ω durch α und β gegeben ist (I).

VI. Exemp. Gesezt unter dem Höhen und
rad der Breite, also für $\alpha = 60^\circ$ und $\beta =$
sehen die Grade QR und KV in ihrem
Verhältnisse genommen worden, so hat man.
ders Geom. 41. 20. Et erste

$$= 0,01427876$$

$$\text{also } \omega = 49'.5''. \text{ Ferner } \sin x = \frac{\text{tang } \omega}{0,01745}$$

$$0,01427876 : 0,01745 \dots = 0,81810$$

Also $x = 54^\circ.54'$. Es erhellet also, daß
 Punkt X, für welchen der Gehl
 dem Grade ZX am größten ist, o
 fähr in die Mitte zwischen Q u
 fällt. Ferner hat man für die Entfernu
 oder A (II.).

$$\log M = \log 15 = 1,1760$$

$$\log \cos \alpha = 1 \cos 60^\circ = 9,6989$$

$$10,8750$$

$$1 \text{ tang } \omega = 8,1546$$

$$\log A = 2,7203$$

$$\text{Also } A = 525,2$$

$4^{\circ},9$ und $A = 525,2$ Meilen gesetzt,
ausdrückt:

$2-15.(54,9-60)) \operatorname{tang} 49'.5'' - 15 \cos 54^{\circ},9$
es wegen $\operatorname{tang} 49'.5'' = 0,0142787$
gehöriger Rechnung, den Fehler $= -0,034$

d. h. der Grad ZX, unter $54^{\circ}.54'$ der
wird durch Ziehung des Meridians SL
die Endpunkte der Grade QR und WK (VI.)

fähr um $\frac{34}{1000}$ einer Meile kleiner ausfallen,

er wahre Werth desselben unter dem $54^{\circ}.54'$
Breite seyn müßte, woraus wohl hinlänglich
ist, daß, da dieser Fehler zugleich ein Maxi-
mum unter den angenommenen Umständen ist,
alle übrigen, durch die Zeichnung sich erge-
bende, Parallelgrade, ohne merklichen Fehler, mit
wahren Maße übereinkommen werden.

VII. Uebrigens ist es wohl immer am zuträgl-
ichsten, die Punkte R und K, folglich die Grade

WK, welche auf dem Meße in ihrem wah-
ren Verhältnisse genommen werden, soweit als
möglich, aus einander zu nehmen, weil sich die
Länge eines Meridians, wie SL, genauer ergiebt,
man ihn durch weiter von einander liegende
Punkte, z. E. S und L, als durch nahe zusam-
menliegende, wie R und K, ziehen kann. Es

N a - wäre

wäre also in dieser Rücksicht am besten, sogleich die äussersten Parallelgrade des Meeres selbst, in ihrem wahren Verhältnisse zu nehmen. Man vermeidet dadurch diejenigen Fehler in den übrigen Parallelgraden, welche durch unsichere Anlegung des Lini als, bey der Drehung der Meridiane begangen werden könnten, und die man nicht mit den bisherigen (III.) verwechseln darf, welche auch statt finden, wenn man gleich die Meridiane auf das schärfste durch die Endpunkte, wie R und K, ziehen könnte.

VIII. Wie viel der Fehler in Messung einer Distanz auf einer Charte nach der bisherigen Entwerfungsart betragen könne, läßt sich beurtheilen, wenn man z. E. ein paar Dörfer in den äussersten gegen einander überstehenden Punkten des Meeres (Fig. XXIII.), z. E. bey t, neben dem Punkte D, und bey A sich denkt, die Entfernung At auf der Charte berechnet, und sie mit der wahren, welche nach der Formel (§. 14. III. §.) aus dem Unterschiede λ der beyden Mittagskreise Ap, Bt, und den Abständen der Punkte A und t vom Pole, oder den Ergänzungen a und b ihrer geographischen Breiten α und β zu 90° , sich ergeben würde, vergleicht.

Winkel $UPM = \lambda . LPM = \lambda . \omega$ (wo ω aus den obigen Formeln ebenfalls bekannt ist) setzt, so hat man

$$y = r \sin \lambda . \omega$$

$$x = r (1 - \cos \lambda . \omega)$$

Ex. Für die obigen Data (§. 32. II.) fand sich $\omega = 49'. 5''$, und wenn M unter dem 40ten Grad der Breite, Q aber, für welches oben $PQ = 525,2$ Meilen gefunden wurde, unter dem 60ten Grad der Breite läge, so würde $MQ = 20$ Graden $= 20 . 15 = 300$ Meilen, und folglich $PM = r = 525,2 + 300 = 825,2$ M., wofür ich schlechtweg 825 M. nehmen will.

Sollte nun der Punkt U für $\lambda = 10$ bestimmt werden, so ist wegen $\lambda . \omega = 10 . (49'. 5'') = 8^\circ . 10'. 50''$; $\sin \lambda \omega = 0,1422930$; $\cos \lambda \omega = 0,9898245$ und $1 - \cos \lambda \omega = 0,0101755$, also

$$y = 825 . 0,1422930 = 117,391 \text{ Meilen}$$

$$x = 825 . 0,0101755 = 8,393 \text{ M.}$$

wo begreiflich die 1000theilchen von Meilen weggelassen werden.

Man nehme also $MF = 8,39$ M., errichte durch F ein Perpendikel auf MN, und nehme FU und $FV = 117,39$ M., so sind U, M und V drey Punkte des zu beschreibenden Bogens, zu wel-

in *Geogr. universae tum veteris tum novae, absolutissimum Opus a Jo. Ant. Magino 1597.* bey den zum Ptolomäus gehörigen Charten. Gegenwärtig wendet man sie nur auf kleinere Theile der Erdofläche an, z. E. einzelne Nemer zu mappiren. So hat man einen sächsischen Atlas, wo Meridiane und Parallelen durch gerade Linien abgebildet sind.

§. 31.

Aufgabe. Eine Entwerfungsart angeben, auf der alle Meridiane als gerade Linien erscheinen, die Meridiangrade durchaus, wie auf der Kugel, von gleicher Größe sind, und überall auf den Parallelgraden senkrecht stehen.

Aufl. I. Es sey wieder (Fig. XXV.) MN ein Meridian durch die Mitte des zu verzeichnenden Meeres, und P ein Punkt, in der Verlängerung von MN, aus welchem man mit den Halbmessern, wie PN, PQ, PW &c., Kreisbögen beschreibe, um die Parallelkreise abzubilden, so werden erstlich alle aus P gezogene Meridiane oder gerade Linien, wie PL, senkrecht auf diesen Bögen stehen, und in einem Vierecke, wie RQKW, werden alle Winkel rechte seyn, wie auf der Kugel,

PL, PU, mit dem PM machen würden.

II. Damit aber doch wenigstens ein paar Bö-
wie QR, WK, welche auf den Parallel-
n durch Q und W Grade bedeuten mögen,
chtiges Verhältniß gegen einen Meridiangrad
MN erhalten, so setze man z. E. Q liege
dem 6ten Grade der Breite, und W unter-
5oten, wie (§. 30. VI.), dergestalt, daß
QW 10 Grade des Meridians vorstelle,
e man in 10 gleiche Theile eintheile, um die
nen Grade zu erhalten.

III. Einen solchen Grad des Meridians
man in 15 Theile, um die geographischen
en zu erhalten, welche, wenn sie groß genug
llen, noch weiter in 10 und 100 Theilchen
theilt werden können.

= 9,642 M. genommen werden, wofür man, weil sich kleinere Theilchen, als Hunderttheilchen, wohl nicht mehr mit dem Zirkel werden abfassen lassen, nur 9,64 Meilen nimmt.

V. Wer mit einem Zirkel 7,5 Meilen abfaßt, und sie auf einen Kreisbogen durch Q, aus Q in R setzt, macht eigentlich nicht den Bogen QR, sondern die Sehne desselben, so groß. Nun sollte aber eigentlich der Bogen QR selbst dieses Maas bekommen. Weil indessen hier QR nur einen Grad vorstellt, so kann man, ohne merklichen Fehler, Sehne und Bogen einander gleich setzen, und also annehmen, daß durch das Verfahren (IV.) der Bogen QR selbst das gehörige Maas erhalte.

VI. Wenn man QR und WK in dem gehörigen Verhältnisse nimmt, so bestimmt sich das durch die Lage des Meridians SRKL. Dieser würde nicht auf den Bögen QR, WK, LM senkrecht stehen, wenn seine Verlängerung nicht durch den Mittelpunkt P dieser Bögen gienge. Dies zeigt, daß die Annahme des Punktes P, aus welchem man die Bögen ziehen muß, nicht willkürlich ist, sondern sich nach den Graden QR, KW selbst richten muß. Um demnach den Punkt P zu bestimmen, so gedenke man sich durch

Linie RY gleichlaufend mit PV, so hat
 auch RQ, KW, ohne merklichen Fehler
 gerade auf MN senkrecht stehende Parallelen
 zu halten sind,

$KY; RY = RQ:PQ$ oder

$RQ:QW = RQ:PQ$ wie §. 28. III. 3.

weil $QW = 10$ Graden des Meridians

$= 15 = 150$ Meilen, und $KW = 9,6421$

$= 7,5$ (IV.), so ist

$$PQ = \frac{150 \cdot 7,5}{2,142} = 525,2$$

Wie das A, in (§. 30. VI. II.), für
 dort die allgemeine Formel angegeben ist,
 überhaupt α und β die geographischen Breiten
 der Punkte Q und W bedeuten,

VII. Dieser Werth von PQ beträgt fast
 15, d. h. 35 solcher Grade, als zwischen Q
 V hier 10 angenommen sind. Man würde
 um den Punkt P zu finden, aus welchem
 die Kreisbögen durch die Punkte Q, W, des
 Meridians, und so durch die übrigen, ziehen
 von Q nach P ohngefähr 35 Meridiane
 oder 525 Meilen ablesen, und dann erst
 aus Q gezogenen Bögen die Werthe QR,
 soviel mahl nebeneinander aus Q in R,
 etc., und aus W in K, I, II etc. hintra-
 gen,

Linien zöge, und sie bis an die äußersten Par
NTb, MUn, des zu verzeichnenden
verlängerte.

VIII. Dies Netz wird nun den Bedin
entsprechen, welche in der Aufgabe genann
und man kann, wie in der vorhergehenden
gabe, beweisen, daß nach dieser Entwurf
auch diejenigen Grade, wie NS, ML,
sich durch Zeichnung ergeben, ohne mer
Fehler mit ihren wahren Werthen übere
men müssen.

So werden denn die Vierecke, wie F
in Ansehung der Seiten und Winkel, sich
aus, wie die auf der Kugel verhalten, u
Land, was daher in ein Netz dieser Art ein
gen wird, muß der Natur gemäß ausfallen
ein nach den vorhergehenden zwei Entw

deren Grade gewöhnlich in kleinere Theile
 theilt werden, die Punkte w und n , welche
 dgr. Länge des einzutragenden Orts entspre-
 so ist eine gerade Linie, von u nach w gezo-
 der Meridian des Orts; wenn nun der Punkt
 auf dem mittelften Meridiane MN , der ge-
 schen Breite des Orts entspricht, so fasse
 die Weite Mv , und trage sie auf den Meri-
 zw , aus u in y , so ist y der einzutragende
 und so ist es denn nicht schwer, eine ganze
 z , nach Befolgung der übrigen in (§. 24.)
 ebenen Vorschriften, welche mit einiger Ber-
 ung leicht auf die gegenwärtige Entwurfungs-
 gewandt werden, in dieses Netz einzutragen.
 X. So kann man denn auch umgekehrt leicht
 ographische Länge und Breite eines Orts y
 mer Charte nach dieser Entwurfungsart be-
 n, wenn man um y ein Linial dreht, bis
 ch zwei gleichnamigte Punkte, w und u ,
 äußersten Parallelfreise geht, d. h. durch
 , welchen gleichviel Grade und Minuten dep.
 entsprechen, da denn diese Grade und Mi-
 die Länge des Orts selbst angeben. Darauf
 nan hy , und trägt sie auf den mittelften Meri-
 aus W in v , so findet sich bey v die geo-
 ische Breite des Orts angezeigt, indem man
 bey

ben W den Grad der Breite, von W bis v die noch übrigen Minuten derselben abzählt. wöhnlich faßt man ein Stück eines solchen in ein Rechteck ein, zieht die Parallellkreise Meridiane bis an die Seiten dieses Rechtecks und schreibt daneben Zahlen für die Grad Länge und Breite. Die XXVlste Figur bildet solches Netz in dem gehörigen Verhältniß Theile, vom 40sten bis zum 60sten Grad der B und innerhalb 30 Graden der Länge ab.

§. 32.

Anmerkungen über diese Entwerfungsart.

I. Man könnte sie die de l'Isle'sche nennen weil de l'Isle, ein berühmter Astronom und Graph († 1768.), sie vorzüglich empfohlen, angewandt hat. Sie ist unstreitig eine der leichtesten für die Ausübung. Man hat denselben unter andern zu einer Generalcharte russischen Reichs. bedient, bey welcher Gelegenheit Hr. Euler (*Acta Ac. Petr. ad annum 17 Pars prior pag. 143.*) mehrere theoretische Versuchungen darüber angestellt, und sie unter dem des erheblichen Vortheils wegen mit empfohlen hat, daß, weil auf ihr alle Meridiane, größte Kreise, durch gerade Linien abgebildet

alle übrigen größten Kreise auf ihr benähe-
 gerade Linien, mit einem Zirkel abgenommen,
 ohne merklichen Irrthum auf einem geradlinig-
 Meilenmaaßstabe gemessen werden könnten;
 esgesetzt, daß der Unterschied der Meridiane
 zu groß sey.

II. 1. Um zu berechnen, wie hoch sich der
 er in einem vorgegebenen Falle belaufen könnte,
 den Q und W diejenigen Punkte, für welche
 Parallelgrade, wie QR, WK, in ihrem rich-
 Verhältnisse genommen worden, so findet
 daraus erstlich PQ (§. E. nach den obigen
 (§. 30. VI.) = 525,2 Meilen), und
 Winkel RPQ = ω , welcher an dem Mittel-
 e P der gezogenen Parallelkreise den Gradient
 Länge auf ihnen, wie RQ, KW, SN, ML zc
 richt. Es ist nemlich, weil RQ = 7,5
 r. IV.) ohne merklichen Fehler als eine gerade
 Q senkrecht stehende Linie anzusehen ist.

$$\text{tang } \omega = \frac{RQ}{PQ} = \frac{7,5}{525,2} = 0,01428..$$

folglich $\omega = 49'. 5''$, wie oben (§. 30. VI.).
 rhellet, daß, wenn überhaupt α und β der
 te Q und W geographische Breiten bezeichnen,
 auch hier ohne merklichen Irrthum die oben
 für

für $PQ = A$, und tang ω gefundenen ω anwenden könne.

2. Nun seyen N und I ein paar Orte dem Netze, deren Abstand NI auf der Ch berechnet, und mit dem wahren Abstände der auf der Kugel verglichen werde, so wird sich Fehler geben, um welchen NI auf der Ch von dem wahren Abstände beyder Orte verschieden seyn wird.

3. Es sey des Orts N geographische Q $z. B. 65^\circ$, und die des Orts $I = 50^\circ$, der Unterschied der Meridiane derselben, also der Q $WI = \lambda = 10$ Grade, so hat man in dem eintägigen Dreyecke IPN erstlich den Winkel $\omega = \lambda \cdot \omega = 10 \cdot (49'. 5'') = 8^\circ. 10'. 50''$.

4. Ferner ist die Seite $PI = PW = PQ + 525,2 \text{ M.} + 15 \cdot 10 \text{ M.} = 525,2 + 15675,2 \text{ Meilen}$, und die Seite $PN = PQ - 525,2 - 5 \cdot 15 = 525,2 - 75 = 450 \text{ Meilen}$.

5. Also hat man in dem Dreyecke IPN Seiten, PI , PN , und den eingeschlossenen Winkel. Daraus berechne man die dritte Seite IN .

Weil die halbe Summe der beyden abgewinkelten Winkel in diesem Dreyecke $\omega = 85^\circ. 54'. 35''$ Summe der beyden Seiten $PI + PN = 11150,2$

Da ihre Differenz $= PI - PN = 225$ ist, so
 kann man für die halbe Differenz x jener beyden
 Winkel die Proportion

$$1125,4 : 225 = \tan 85^{\circ}.54'.35'' : \tan x$$

$$\text{Also } \log \tan 85^{\circ} \dots = 11,1456312.$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \log 1125,4 = \end{array} \quad \begin{array}{r} 2,3521825 \\ 13,4978137 \end{array}$$

$$\log 1125,4 = 3,0513069$$

$$\log \tan x = 10,4465068$$

$$\text{Also } x = 70^{\circ}.19'.7''$$

Hieraus wird der spitzige Winkel PIN in
 dem erwähnten Dreyecke $= 85^{\circ}.54'.35'' - 70^{\circ}.19'.7''$
 $= 15^{\circ}.35'.28''$. Und nun aus der
 Proportion

$$\sin PIN : PN = \sin IPN : IN$$

$$\log \sin IPN = 9,1531835$$

$$\log PN = 2,6534055,$$

$$11,8065890$$

$$\log \sin IPN = 9,4293813$$

$$\log IN = 2,3772077.$$

$$\text{Also } IN = 238,3 \text{ Meilen.}$$

6. Berechnet man nun, nach dem Verfahren
 §. 14. III. §.), aus den bekannten Breiten der
 Letter I und N, und dem Unterschiede ihrer Läng-
 kreise, ihre Distanz auf der Kugel, so findet
 sich solche in Graden $= 15^{\circ}.54'$, oder in Meilen

$=$

gen Beispiele, erstrecken dürfen, ehe der in den Distanzen der Dörter von solcher Entfernung würde, daß man ihn nicht beyseits setzen zugleich erbillet demnach auch, daß NI Charte, sich ohne merklichen Fehler nach geradlinigten Meilenmaaßstabe messen läßt, welchem 15 Meilen einem Grade auf MN sind, und den man gewöhnlich irgendwo am Rande der Charte zu verzeichnen pflegt.

III. Es sind auch bey dieser Entwurfung wie in (§. 28. III.), nur diejenigen Parallelen vollkommen richtig, welche unmittelbar aufgetragen sind, wie QR, WK (§. 30. VI.). Übrigen, welche sich durch Zeichnung ergeben, z. E. die auf den Parallelen durch M und N, den immer etwas von der Wahrheit abweichenden Meilenmaaßstabe nach dem 15ten Grade

LM (Fig. XXV.) für die eben so benannten Linien der XXIVten Figur genommen werden können, und die Formeln, die also (§. 30.) gefunden worden sind, auch für die XXVte gelten.

IV. Unstreitig wird der Fehler in den übrigen Parallelgraden am kleinsten, wenn (Fig. XXV.) unter Q, W, für welche man die Parallel-QR, WK in ihrem richtigen Verhältnisse, obngefähr in gleicher Weite sowohl unter als auch von den äußersten Parallelgraden und ML des Netzes angenommen werden, wenn z. E. ein Netz zwischen dem 40ten und Grad der Breite gezeichnet werden sollte, oder man die Punkte Q und W am vortheilhaftesten unter dem 45ten und 55ten Grad der Breite annahm. Hätte man nemlich die Grade

Die äußersten Parallelgrade DN , LM in
wahren Verhältnisse, aus der Ursache, weil
(§. 30. VII.) angegeben worden ist.

§. 33.

Wie man verfahren müsse, wenn der P
aus welchem die Parallelbögen gerissen
sind, zu weit hinaus fällt.

I. Wenn P nicht über 6 bis 8 Sch
den Rand des Reissbrettes, auf welchem
bietet, hinausfällt, so läßt sich noch im
Stangenzirkel, der nach (§. 18. VI.) dur
schraubende Stücke verlängert werden für
Ziehung der Parallelkreise anwenden; n
dann an die Seite des Reissbretts, über
 P hinausfällt, die Vorrichtung (§. 18. VI
schiebt, und auf ihr den Punkt P in dem

Dies betrüge demnach in Follen $\frac{2}{3} \cdot 525$ = 350 Follen, also noch nicht 6 Schuh, den zu 12 Follen angenommen. Also würde er diesen Umständen noch immer des Strahls anwenden lassen, um $\frac{1}{2}$ F. den Bogen durch Q zu reißen.

Es sich aber aus P auch die Entfernung $\frac{1}{2}$ F. MLU, würden beschreiben lassen, sich aus dem Abstände $PM = PQ + QM$ die Länge M $\frac{1}{2}$ F. 12 Grade = 12 . 15 weiter von P weg, als Q, so würde der PM in Follen = $70 + 24 = 94$. Also es schon Mühe haben, den Bogen aus P zu reißen.

Indessen hätten sich $\frac{1}{2}$ F. nur die Bögen VK, oder auch ein paar andere, SN, WK, ben lassen, so würde man auch ULMZV nehmen können, wenn man durch die Punkte $\frac{1}{2}$ K, I, U $\frac{1}{2}$, die gleichen Längen ent, die Meridiane RK; 1. I $\frac{1}{2}$ zöge, und in Verlängerungen die Distanzen KL', IU', $\frac{1}{2}$ V = WM nähme, dann würden auch die U, L, M, Z, V in einem Kreisbogen und man dürfte also nur durch diese Punkte der Hand den Bogen ziehen, oder sich des Zugs (S. 18. X. 20.) dazu bedienen. Wie

telt des Stangenkreises reißen können, (man, nach (§. 18. X. 21. it.), erst Punkt in stehenden Bogens, wie ULMZV, durch eine Linie bestimmen müssen, ehe man sich der besten Werkzeuge würde bedienen können. Die hieher gehörige bereits a. a. O. hinlänglich erklärt worden ist, so brauche ich mich hier nicht weiter zu fassen.

IV. Gesezt, man wolle ein Paar Punkte U und V, deren jeder um $\lambda = 10$ Grade vom Mittelpunkte durch M, von dem mittelften durch MN abstehe, durch Rechnung bestimmen.

Man gedente sich durch U das Perpendikel UF auf MN gezogen, und heiße die dem U zugehörige Absteife $MF = x$, und $UF = y$, so ist $UF = PU$. In UPR $PF = PU$ und UPE. D. h. wenn man

$$x = r (1 - \cos \lambda \cdot \omega)$$

Ex. Für die obigen Data (§. 32. II.) fand $\lambda = 49'. 5''$, und wenn M unter dem 40ten der Breite, Q aber, für welches oben PQ 25,2 Meilen gefunden wurde, unter dem 10ten Grad der Breite läge, so würde $MQ = 20 \cdot 15 = 300$ Meilen, und $PM = r = 525,2 + 300 = 825,2$ M.; ich schlechtweg 825 M. nehmen will.

Sollte nun der Punkt U für $\lambda = 10$ best. werden, so ist wegen $\lambda \cdot \omega = 10 \cdot (49'. 5'')$ $= 10^\circ. 10'. 50''$; $\sin \lambda \omega = 0,1422930$; $\cos \lambda \omega = 0,9898245$ und $1 - \cos \lambda \omega = 0,0101755$, also

$$x = 825 \cdot 0,1422930 = 117,391 \text{ Meilen}$$

$$y = 825 \cdot 0,0101755 = 8,393 \text{ M.}$$

careiflich die 1000theilchen von Meilen weg

zeichnen man, wenn es nöthig seyn sollte, noch ein paar, z. E. L. und Z; für $\lambda = 5$, suchen könnte, um vermittelst des Werkzeugs (Fig. XII.) den Bogen ziehen zu können. Für das Werkzeug (Fig. X.) würden schon die drei U, M, V, hinlänglich seyn.

Verfähre man eben so z. E. für den Bogen durch Q, für welchen $r = PQ = 525$ Meilen wäre, so fände sich für $\lambda = 10$

$$y = 525 \cdot 0,1422930 = 74,70 \text{ M.}$$

$$x = 525 \cdot 0,0101755 = 5,34$$

und man könnte demnach auch den Bogen durch Q beschreiben.

V. Wenn man nun, wegen $\lambda = 10$, jeden Bogen, wie MU, MV, in 10 gleiche Theile theilte, und auf eine ähnliche Art auch mit dem durch Q beschriebenen Bogen verfähre, so würde man die einzelnen Parallelgrade erhalten, durch welche man alsdann die Meridiane ziehen könnte. Die zwischen Q und M fallenden Parallelkreise würden sich hierauf nach dem Verfahren (III.) zeichnen lassen.

VI. Die Anwendung der übrigen (§. 18. X) gegebenen Vorschriften, Kreisbogen zu ziehen, übergehe ich hier. Insbesondere würde auch das Verfahren

(§. 18. X. 28. 2c.) vorthailhaft angewandt
können.

VII. Ist der Bogen von U bis V gezogen,
man ihn leicht, wenn es nöthig ist, noch
I und V hinaus verlängern, man dürfte nur
Instrumente (Fig. XII.) die Krümmung lasse
es nach den Punkten U, L, M, Z, V
(XXV.) erhalten hätte, und einen Theil
en über U hinaus reichen lassen, indem der
an dem Bogen liegen bliebe. Beym Ge-
e des Instruments (Fig. X.) verführe man
(§. 28. X. 17.).

VIII. Um ein paar Bögen paralleler Kreise,
g, MU, welche zwischen zwey Meridianen
Ug enthalten sind, noch weiter über U und
us zu verlängern, kann auch folgendes Ver-
dienlich seyn. Man ziehe einen beliebigen
ian, z. E. RL, so ist nach der bisherigen
rfungsart erstlich $RL = gU$. Man ge-
sich von U nach L die Sehne gezogen, so
nt man das Dreieck RUL, dieses beschreibe

selbst verlängern. Eben so mache man das Dreieck $ngt = URg$, so daß $gt = Rg$ und $nt = Ug$ werde, so ist auch der Punkt t in der Verlängerung des Bogens Qg .

IX. Man könnte auch auf den Meridianen LR , Ug , sonst ein paar gleiche Stücke LK , UI , nehmen, und das Dreieck $IUn = KLU$ machen, so würde man es als n in der Verlängerung des Bogens MU legen.

Zuweilen ist es sehr genau, durch die bestimmten Punkte des Bogens, nur einen Zug aus freyer Hand zu ziehen, und wer dieß geschickt zu bewerkstelligen weiß, welches nach einiger Übung nicht schwer ist, kann fast die obigen Instrumente entbehren. Liegen die bestimmten Punkte eines Bogens nahe beisammen, oder hat der Bogen wenig Krümmung, so braucht man sie oft nur durch gerade Linien zusammen zu hängen.

X. Man wird aus (IV. V.) zugleich sehen, wie man die einzeln Grade eines Bogens MU richtig erhalten kann, ohne daß man sie einzeln aufzutragen nöthig hat. Man bestimmt nemlich den Bogen MU , welcher sogleich einer ganzen Anzahl λ von Graden zugehört, durch Hülfe der berechneten $MF = x$ und $FU = y$, oder man nimmt noch besser die Sehne $MU = 2r \cdot \sin \frac{1}{2} \lambda$,
und

ist die oben (§. 27. 7.) versprochene Er-
nung.

II. Uebrigens ist aus dem bisherigen klar,
Theile, welche auf den Bögen MU, QG
Grade der Länge bedeuten, nicht für wahre
in Beziehung auf den Mittelpunkt P die-
gen, zu nehmen sind, sondern nur den
in der Grade bekommen haben, in sofern sie
auf den Parallelkreisen der Kugel aus-
oder sich wie diese verhalten. So ist
der Winkel RPQ, welcher dem Längengrade
entspricht, nach den obigen Daten nur $\frac{1}{2}$.

Ich wende mich nun zu einer Entwerfungs-
selche der bisherigen sehr ähnlich ist, ja fast

wir bereits oben (§. 5. III.) einen allgemeinen Begriff gegeben haben.

§. 34.

Aufgabe. Ein Netz nach der (oben §. 5. III.) erwähnten Entwerfungsart zu zeichnen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXVII.) APQ die halbe Erdfugel, P einer der beyden Pole, hier z. E. der Nordpol, und A. Q der Aequator. Ein Stück der Erdoberfläche liege zwischen den beyden Paralleltreifen durch b und c, welche so nahe neben einander seyen, daß man, ohne merklichen Fehler, den Bogen bc des Meridians PQ, zwischen beyden Parallelen, für eine gerade Linie nehmen darf. Man soll die Zone bcßy in eine ebene Fläche ausbreiten, und eines jeden Orts, innerhalb dieser Zone, seine Lage auf dem Papiere durch seine geographische Länge und Breite bestimmen.

II. Man halbiere den Bogen bc in m, und gedente sich in der Ebene des Mittagskreises PmQ, an m eine Tangente gezogen, welche verlängert bey p in die Erdoberfläche RP einschneide; mk sey auf RP senkrecht.

III. Man lasse das rechtwinklichte Dreieck pkm sich um pk, als eine Ase, drehen, so wird

Tangente pm , die krumme Seitenfläche eines β beschreiben, der die Kugel rings in einem Merkreise durch m , berühren würde. Weil nun der Bogen bc nicht sehr groß, höchstens bis 15 Grad annehme, so kann man ihn ohne sichtlichen Fehler, als eine gerade Linie, als Stück der Tangente pc ansehen. Wie viel Fehler betragen könnte, werde ich hernach m.

IV. Es lassen sich demnach die Paralleltreise mu , cy , betrachten, als lägen sie auf der Kugel selbst, und die Zonen, wie bey $bm\beta u$, cy , als wären sie Stücken dieser Kegelfläche, man sich nunmehr, auf die gewöhnliche Art, in eine Ebene ausgebreitet vorstelle.

Die Geometrie lehret, daß sich alsdann die Kegel- in einen Kreisabschnitt verwandelt, welchem die Paralleltreise, wie $b\beta$, mu , cy , Kreisbögen von den Halbmessern pb , pm , pc theilen, und daß der Winkel des Kreisabschnitts, welcher die abgewickelte, oder in eine Ebene ausgebreitete Kegelfläche zwischen sich faßt, dem Umfange eines solchen Parallels, wie mu , und seinem Abstände pm von der Spitze des Kegels, stimmt werden könne.

abgewinkelten Zonen enthalten seyn würden innerhalb deren man dasjenige zeichnen was sich zwischen ihnen auf der Kugelfläche

VI. Es sey demnach des Parallels geographische Breite $= \alpha$, und die des $cy = \beta$, dergestalt, daß der Bogen bc den $= \alpha - \beta$, und folglich in Me $(\alpha - \beta) \cdot 15$ sey, so ist des mittlern pm geographische Breite $= \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$. man sich nun nach dem Berührungspunkte m Halbmesser der Erde $Gm = r$, gezogen, man in dem rechtwinklichten Dreiecke Gm welchem der Winkel $pGm = 90^\circ - \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ $pm = r \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$

wo ich denn den Halbmesser der Erde r durch 1 ausgedrückt, verstehe.

VII. Da die Ränge eines Meridianen

Mer überall die Theile auf den Parallelen in ihrem wahren Verhältnisse genommen worden sind, nicht geradlinigt ausfallen können, sondern gewisse krumme Linien bilden, deren Natur man, wenn es nöthig wäre, durch eine Gleichung ausdrücken könnte.

VI. Exemp. Wenn M unter dem 1oten, folglich a, b, c &c. unter dem 2oten, 3oten, 4oten &c. Grad der Breite liegen, so ist bey M ein Grad des Parallels = 14,772 Meilen, also 10 Grade = 147,72 Meilen. Eben so finden sich der Ordnung nach,

10 Grade auf dem Parallel durch a = 140,96 M.

• • • • • b = 129,90 •

• • • • • c = 114,91 •

• • • • • d = 96,42 •

• • • • • e = 75,00 •

• • • • • f = 51,40 •

Diese Werthe trage man, wie gezeigt worden, auf die Parallelkreise durch M, a, b, c, &c., so ergeben sich die krummlinigten Meridiane 1, 1, 1, 1; 2, 2, 2, 2; &c., welche denn mit den Parallelen das verlangte Netz bilden werden, welches man, wie gewöhnlich, mit einem rechtwinklichten Parallelogram umschließt, längst dessen Seiten die Grade der Längen und Breiten bemerkt werden können.

Eine zu dieser Constructionsart gehörige nähere Bemerkung sehe man unten §. 36. X.

§. 35.

A n m e r k u n g e n.

I. Diese Entwerfungsart ist eine der häufigsten, nach denen gegenwärtig Landkarten gezeichnet werden.

Meines Vaters *Mappa Germaniae critica* ist auch nach ihr entworfen, und Herr de la Lande erwähnt im 388ten §. seiner *Astronomie* (Paris 1771.), daß bey verschiedenen Charon von Senef, Buache, Robert v. Baubudy, Bonne, u. diese Entwerfungsart gebraucht worden sey. Die Vortheile davon sind dieselben, welche bey der vorhergehenden (§. 31 ab 32.) erwähnt worden. Die Zeichnung ist leicht und bedarf keiner weitläufigen Rechnung. Einzelne Provinzen, welche sich nicht viel über 10 Grad in der Länge und Breite erstrecken, weichen auf einem Netze dieser Art nicht viel von ihrer wahren Gestalt auf der Kugel ab, und die Distanzen der Oerter können innerhalb eines solchen Raumes durchaus ohne merklichen Fehler nach dem geradlinigten Meilenmaaßstabe gemessen werden.

II. Wollte man eine ganze Zone um die Erde, auf diese Art entwerfen, so würden freylich die Distanzen zweyer weit von einander entlegenen Oerter auf dieser Zone, nicht mehr denen auf der Kugel entsprechen, und überhaupt würde das Ganze, in Absicht auf seine Figur, merklich von dem Originale abweichen, wie es überhaupt bey einer jeden Entwerfungsart nicht anders seyn kann. Indessen hat die gegenwärtige doch den Vortheil, daß einzelne Stücke einer solcher Zone, zwischen ein paar Meridianen, die nicht über 10 bis 15 Grad von einander abstehen, beynabe mit ihrer wahren Gestalt auf der Kugel übereinkommen.

III. Bloß auf dem mittelften Parallel durch W, wurden bey dieser Entwerfungsart die Grade WK u. in ihrem wahren Verhältnisse genommen, und die auf den andern Parallelen, z. E. QR, LM, ergaben sich durch Zeichnung. In wie weit dieser ihre Werthe von den wahren abweichen, würde sich so ergeben. Es ist (Fig. XXV.)

$$KW : PW = RQ : PQ \text{ und}$$

$$KW : PW = LM : PM \text{ also}$$

nach den obigen Datis wegen $KW = 8,604$ Meilen; $PW = R = 601,8$ (XIII.) und $PQ = PW - WQ = 601,8 - 5 \cdot 15 = 526,8$ Meil. und $PM = 601,8 + 5 \cdot 15 = 676,8$ R.

RQ

$$RQ = \frac{8,604 \cdot 526,8}{601,8} \text{ M.}$$

$$LM = \frac{8,604 \cdot 676,8}{601,8} \text{ M.}$$

Nach gehöriger Rechnung $RQ = 7,532$ M.
 $LM = 9,677$ M. Aber die wahren Werthe
 Grade RQ und LM , unter dem 6ten und
 8 Grad der Breite, sind nach obiger Tafel
 (2.) $RQ = 7,5$ und $LM = 9,642$. Also
 ist der Fehler von RQ ; 0,032 Meilen, und
 von LM ; 0,035 M., welches auf dem Papiere
 eine unerhebliche Größe ist, weil die Net-
 zellen so groß auf dem Papiere sind, daß einige
 Vierteltheilen derselben nicht für einen Punkt
 gelten werden dürften.

Gesetzt, ein Grad auf dem Papiere, also 15
 Linien, hätten die Länge von 4 Zollen, so betrüge
 der Fehler von 0,032 Meilen, ohngefähr 0,008
 Zolles, welches auf dem Papiere ein unsicht-
 barer Punkt ist.

IV. Man begreift, daß die gegenwärtige
 Verfertigungsart, von welcher auch Herr Hofrath
 Werner in seinen geometrischen Abhand-
 lungen bey Gelegenheit der Pyramidenneße gere-
 det, beynahe mit der im vorhergehenden (§. 32.)

einerley ist. Der Unterschied besteht bloß darin, daß dorten die Halbmesser, PQ , PW , PM , mit welchen man die Paralleltreise beschrieb, aus denjenigen geographischen Breiten gefunden wurden, für welche man die Grade auf den Parallelen in ihrem wahren Verhältnisse zu denen des Meridians annahm, hier hingegen wird der Halbmesser, wie PW (woraus sich denn auch die übrigen ergeben), mithin der Mittelpunkt P der zu beschreibenden Kreise, aus derjenigen geographischen Breite gefunden, unter welcher man sich die Seitenfläche des obervähnten Kegels, die Oberfläche der Kugel berührend, denkt, kurz aus der geographischen Breite des mittlern Parallels. Die Halbmesser, die man solchergestalt für die zu beschreibenden Bögen nach beyden Entwerfungsarten findet, weichen nicht viel von einander ab. So fand sich 4. E. oben (§. 31. VI.) $PQ = 525,2$ Meilen, hier aber $PQ = 526,8$ (III.), also beynabe einander gleich, welches zeigt, daß beyde Entwerfungsarten beynabe mit einander übereinstimmen, wenn man bey der gegenwärtigen die geographische Breite zum Grunde legt, welche dem arithmetischen Mittel zwischen denjenigen Breiten gleich ist, für welche man bey der Entwerfungsart (§. 31.) die Grade auf den Parallelen in ihrem richtigen Verhält-

hält.

je genommen hatte. Es ist also die be-
ste Entwerfungsart im Grunde auch eine Ab-
hängigkeit der Kegelfläche.

V. Der Winkel $KPW = \omega$, welcher be-
genwärtigen Entwerfungsart einem sogenann-
ten (§. 33. XI.) Grade WK , an dem Punkte P ,
sicht, findet sich so:

Weil man den Bogen WK ohne merklichen
für seine Tangente nehmen kann, so hat

$$\text{für den Sinus totus } 1, \text{ tang } \omega = \frac{KW}{PW}$$

weil ω klein ist, und in Decimaltheilen des
Sinus totus ohne merklichen Fehler statt tang ω

werden kann $\frac{\omega}{206264}$, wenn ω in Secunda

gegeben wäre (Trig. S. IV. VII.), oder auch

$\frac{100}{164}$, das heißt $\frac{\omega}{57,2957}$, wenn ω in Gra-

den gegeben wäre, so hat man in Gradtheilen

$$\omega = 57,2957 \cdot \frac{KW}{PW}$$

$$KW = 15 \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \quad (\S. 34. XII.)$$

oder

$$PW = 15 \cdot 57,2957 \cdot \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \\ (\S. 34. VII. VIII. XI.)$$

Also

Also hat man wegen $\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}{\cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} = \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$

$$\omega = \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

enn WK einem Grade auf dem Parallel
ch W entspricht, so gehört diesem WK,
unkte P, ein Winkel zu, welcher so viel
eilchen enthält, als dem Sinus des
jeningen geographischen
V in der Mitte liegt,

... des Sinus totus 1 zu

E. oben war W in der Mitte zwischen
70ten und 60ten Grad der Breite ange-
n worden, also $\frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 55^\circ$.
Nun ist $\sin 55^\circ$ für den Halbmesser 1, =
0,8191521. Also so viel Decimaltheile eines
Grades wird der Winkel ω groß seyn. D. h. es
ist $\omega = 0,8191521 \text{ Grad} = 49'. 9''$.

VI. In der vorhergehenden Entwerfungsart
fand sich (§. 32. II.) $\omega = 49'. 5''$, welches
also wieder von dem gegenwärtigen um eine uner-
hebliche Kleinigkeit verschieden ist, und dasjenige
bestätigt, was wir vorhin (IV.) behauptet haben.

VII. Oben war vorausgesetzt worden, daß
der Bogen mb des Meridians PmQ (Fig. XXVII.)

...

ohne

Gecunden bey der Berechnung, die dritte Seite $BA = 1406$ Meilen finde.

5. Aber auf der Kugel findet sich der Abstand der beyden Orter B, A $= 1432$ Meilen. Also beträgt der Fehler, um wie viel AB auf der Charte (4) kleiner ist, als AB auf der Kugel (2), ohngefähr 26 Meilen, also etwa $\frac{1}{55}$ des ganzen Abstandes AB, welches bey einer so großen Distanz von 14 bis 15 hundert geographischen Meilen, immer noch ein sehr mäßiger Fehler ist, der sich schwerlich bey irgend einer andern Entwerfungsart, weiter herabbringen läßt. Daraus folgt denn, daß diese Entwerfungsart des Hrn. Bonne, insbesondere zu großen Stücken der Erdoberfläche, sehr zu empfehlen ist, wenn sie gleich darin von der Natur abweicht, daß die Meridiane des Reges, zumahl nach dem Rande hin, nicht genau rechtwinklicht bleiben, welches indessen, da die Abweichung nicht sehr groß ausfällt, gegen den Vortheil, daß die Distanzen der Orter sich noch so ziemlich genau, nach einem geradlinigten Meilenmaaßstabe messen lassen, in keine Betrachtung zu ziehen ist. Dazu kommt denn noch, daß, wenn eine Charte sich z. E. über ein so großes Stück der Erdoberfläche erstreckt, als bey der Berechnung (1—4) ange-

Entwerfungsart gleichsam vorstellen, auf die Seitenlinie pc des Kegels (Fig. XXVII.) würde von m nach b der wahre Werth des Bogens mb getragen, und nun durch den Punkt b dieser Seitenlinie ein Kreis um die Kegelfläche gelegt, gleichlaufend mit dem, welcher durch den Berührungspunkt m um die Kugel geführt ist. So wird jeder Parallelkreis des (den einzigen durch m ausgenommen um ein von dem zugehörigen auf der Kugel x : f m), und nur auf diesen Unterschied fd die Unrichtigkeit der Charte. Man sieht aber leicht, daß, wenn der Bogen cb nicht über 10 Grade faßt, die Paralleltreise auf des Kegels Oberfläche ohne merklichen Irrthum für die auf der Kugel selbst gehalten werden können, so wie denn auch eine Zone, wie $mbu\beta$ auf der Kegelfläche, von der entsprechenden auf der Kugel nicht merklich verschieden seyn wird.

VIII. Da, wie in der vorhergehenden Aufgabe, die Halbmesser PW , PQ , PM (Fig. XXV.) für die zu beschreibenden Paralleltreise, sehr groß werden können, so muß man in solchem Falle wieder die Werkzeuge (§. 18. VI. 1c.) zu Hülfe nehmen, und Punkte der zu beschreibenden Bögen, wie (§. 33.), durch Rechnung bestimmen, woben man denn völlig wie a. a. O. verfahren kann, nur daß

n jetzt den Winkel ω , und die Halbmesser
 PV , PM , aus (III. und V.) nimmt.
 Wenn man von M nach n (Fig. XXVII.)
 beträchtlich großen Bogen des Meridians
 nähme, und dessen Länge auf des Regell
 Linie, von m nach n' trüge (VII.), so
 kann freylich der Parallelkreis durch n'
 Oberfläche des Regels; sehr viel
 chenden ny auf der Kugel; versch
 würde daher nicht mehr v
 nen mn' , mn' einander
 wie (VII.). Die Entf
 Demnach, bey so breiten Zonen,
 den Distanzen der Oerter fehlerha
 nn man (Fig. XXV.) aus P mit einem
 ffer $PN = pn'$ (Fig. XXVII.) einen
 beschriebe, um den Parallelkreis ny abzu
 so würden die durch Zeichnung sich erge
 Grade dieses Bogens, wie NS , sehr von
 vahren Verhältnisse auf der Kugel abweic
 ndem diese Grade NS , eigentlich den Gra
 Parallelkreises $n'r$, auf der Oberfläche des
 , gehören würden. Es hat daher Herr
 , ein berühmter französischer Geograph, eine
 fungsart angegeben, bey welcher die Paral
 der Charte zwar alle nach der vorherge
 hena

für beträchtlich große Stücke der Erbofläche
sich doch noch immer, ohne gar zu großen
geradlinigte Meilenmaaßstäbe zu Messung
sätzen anwenden lassen. Die Meridiane
aber alsdann gewisse krumme Linien bilden
aus nachfolgender Aufgabe mit mehrerem
wird.

§. 36.

Aufgabe. Ein Netz nach der
erwähnten Entwurfungsart des
Bonne zu zeichnen (Fig. XXVIII.).

Aufl. I. Durch die Mitte des zu
senden Netzes ziehe man einen geradlinigten
dian MN, und trage gleichgroße Theile a
selben, von M nach a, b, c u. um die
Meridiangrade abzubilden. Soll sich ein

ßen, jeder der Theile Ma, ab u. s. w. bet
hier 10 Meridiangrade, also 20 . 15 oder
Meilen, so würde sich denn hieraus zugleich
Teilenmaaßstab ergeben.

II. Nach solchen Vielfachen von Graden man
heile auf dem Meridiane MN nimmt, läßt
auch die Theile auf den nunmehr zu ziehenden
Teilkreisen fortgehen, d. h. man trägt alsdann,
auf die Parallelkreise, nicht die einzelnen
auf, sondern ihrer allemahl 10, und führt
Meridiane hindurch.

III. Man berechne nun den Halbmesser des
en Parallels, welcher dem arithmetischen Mit-
tischen den äußersten geographischen Breiten-
des Meeres entspricht, nach der Formel
4. VIII.), also hier den Halbmesser für den
den Punkt c, als dem 40ten Grad der Breite,
stehenden Parallel, so ist, nach der erwähnten
el, dieser Halbmesser $= 859,43 \cdot \cot 40^\circ$,

$$\log 859,43 = 2,9342139$$

$$\log \cot 40^\circ = 10,0761865 - 10$$

$$\log R = 3,0104004$$

$$\text{Und } R = 1024,2 \text{ Meilen.}$$

IV. Man verlängere MN, und nehme von c,
dem 40ten Grad der Breite, den Abstand
CP

$cP = 1024,2$ Meilen. Weil jeder Theil, Ma, ab, 10, 150 Meilen vorstellt (I.)

$$\frac{1024,2}{150} = 6,83; \text{ so sagt man solcher } 3$$

wie Ma, hier 6,83 mit dem Stangenstreck, trägt sie aus c in P (oder man macht auch 13,83 solcher Theile, wie Ma), so hat man Punkt P, aus welchem man mit den Halbm Pf, Pe, Pd, Pc 10 die Parallelfreise besch

V: Weil nun hier die Theile auf den Pa freisen auch von 10 zu 10 Graden, wie bei dem Meridiane MN, fortgehen sollen (II.) suche man für die geographischen Breiten der P M, a, b, c, d, e u. s. w. die Werth Paralleelgrade aus der Tafel (S. 12.), multipl jeden mit 10, und trage je 10 solcher Pa grade auf die zugehörigen Bögen, aus M 2, 3 10.; aus a in 1, 2, 3 10. u. s. w. rechts links des mittlern Meridians MN, und vertheile die gleichnamigten Punkte auf den Parallelen z. E. 1, 1, 1 10, 2, 2, 2 10. durch einen zusammenhängenden Zug (wofür man sich auch des Zeichens (Fig. XII.) bedienen könnte, wenn man mittelst der Schrauben m, m, nach den Stellen 1, 1, 1; 2, 2, 2; 10. stellte), so man die Meridiane des Netzes, welche aber,

überall die Theile auf den Parallelen in wahren Verhältnisse genommen worden sind, geradlinigt ausfallen können, sondern gewisse ne Linien bilden, deren Natur man, wenn möglich wäre, durch eine Gleichung ausdrücken

VI. Exemp. Wenn M unter dem 1oten, 2ten, 3ten, 4ten, 5ten, 6ten, 7ten, 8ten, 9ten, 10ten, 11ten, 12ten Grad der Breite liegen, so ist bey M Grad des Parallels = 14,772 Meilen, also Grade = 147,72 Meilen. Eben so finden

der Ordnung nach, Grade auf dem Parallel durch a = 140,96 M.

• • • • • b = 129,90 •

• • • • • c = 114,91 •

• • • • • d = 96,42 •

• • • • • e = 75,00 •

• • • • • f = 51,40 •

Die Werthe trage man, wie gezeigt worden, auf Parallelskreise durch M, a, b, c, ic., so ergeben sie frummelinigten Meridiane 1, 1, 1, 1; 2, 2, 2, 2; ic., welche denn mit den Parallelen das veredelte Netz bilden werden, welches man, wie gewöhnlich, mit einem rechtwinklichten Parallelogramm deckt, längst dessen Seiten die Grade der Länge und Breiten bemerkt werden können.

VII.

Wierck in die eingen 10 Grad, und
angeht, noch in kleinere Theile, und verfu
dem Eintragen des Orts, ohngefähr wie
fahren würde, wenn die Seiten, dieses
geradlinigt wären, wofür man sie, ihrer
Krümmung wegen, annehmen darf. M
auf den gegeneinander über stehenden P
dieses Wierckes, ein paar Punkte i, h,
der Länge des Orts entsprechen, und zi
Meridian ih desselben, als eine gerade
oder krümmt sie etwas, nach Maassgabe
nachbarten Meridiane dieses Wierckes.
ergiebt sich der Parallel des Orts, inde
durch ein paar Punkte g, k, auf den Mer
des Wierckes, welche der Breite des Or
sprechen, eine gerade Linie, oder einen Bo
ohngefähr von der Krümmung, die er ne

$$= \frac{KV}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} = \frac{r^2 (\sin \alpha - \sin \beta)}{MN \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} \quad (\text{IX.})$$

Über $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$
(Trig. S. XIII. 12.)

$$\begin{aligned} \text{Also } R &= \frac{2r^2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{MN \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} \\ &= \frac{2r^2 \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{MN} \end{aligned}$$

XIII. In diesem Ausdrucke will ich den Halbmesser der Erde wieder in geographischen Meilen ausgedrückt annehmen. Es muß demnach auch die Linie MN in solchen Meilen ausgedrückt werden. Nun soll aber die Linie MN dem Meridianbögen bCa gleich seyn, dessen Werth in Graden $= \alpha - \beta$, also in Meilen $= 15 (\alpha - \beta)$ ist, also kommt

$$R = \frac{2r^2 \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{15 (\alpha - \beta)}$$

XIV. Man sieht leicht, daß die Kegelfläche, welche von pM beschrieben wird, die Kugelfläche in zwey Parallelkreisen durch η und ϑ schneiden würde, und daß sie also mit der Kugelfläche jene beyden Parallelkreise durch η , ϑ , gemeinschaftlich haben wird. Alle übrigen Parallelkreise auf dem Regel, z. E. die durch N, M, werden aber von den

den entsprechenden durch a und b auf der Kugel, verschieden seyn. Die Grade auf den Parallellkreisen durch N und M, werden größer seyn, als die auf den Parallellkreisen durch a und b. Unter den geographischen Breiten bey S und η würden die Grade auf den Parallelen der Regel- und Kugel- fläche, einander gleich seyn, bey K aber, so wie innerhalb des ganzen Raumes zwischen η und S, würden die Grade der Parallellkreise auf des Regels Oberfläche kleiner seyn, als die auf der Kugel. Es wird indessen der Bogen ba, oder der Unterschied der geographischen Breiten der Punkte a und b schon sehr groß seyn müssen, ehe diese Unterschiede zwischen den Graden auf beyderseitigen Parallellkreisen so beträchtlich ausfallen, daß es nicht verstatet seyn sollte, die Parallellkreise auf dem Regel, für die auf der Kugel zu nehmen, und da wegen des Umstandes, daß hier die Regelfläche zwey Parallellkreise, nemlich die durch η und S, mit der Kugel gemein hat, jene Unterschiede in den Graden der Parallellkreise zweymahl $= 0$ werden (nemlich unter den geographischen Breiten der Punkte η und S), so kann bey derselben Ausdehnung, welche man dem Murdochischen Netze giebt, der Fehler nie so beträchtlich ausfallen, als bey der Entwerfungsart (§. 34.), wo die Regelfläche die Kugel

Man fasse, also von dem Meilenmaaßstab, Meilen ab, und trage sie auf den Parallelen M, als Sehne aus M in m, so ist der Mm genau 50 Graden der Länge, unter 10ten Grad der Breite, gleich, und man thut also nur in 5 gleiche Theile theilen, um 5 einzelnen Grade der Länge zu erhalten.

IX. Um ohngefähr zu beurtheilen, wie viel fehlen würde, wenn man nach (VIII.) versuchte und schlechtweg die Bögen, wie M1; 1, oder jede 10 Grade des Parallels durch M (XI.), ihren Sehnen gleich setzte, so folgendes:

Es war der Winkel mPM, welcher 50 Theile des gedachten Parallels zugehörte, ≈ 707 , also der Winkel, welcher 10 Gradentheilchen würde, $\approx 5^{\circ},7414 \approx 5^{\circ}.44'.28''$. Sehne dieses Winkels ist gleich dem doppelten des halben Winkels, also $\approx 2 \cdot \sin 2^{\circ}.52'.14'' = 1001594$ Theilchen des Halbmessers PM. Ein Bogen von $5^{\circ}.44'.28''$, würde seyn ≈ 2006 des Halbmessers. Also Unterschied zwischen Bogen und Sehne $\approx 0,0000412$ Theilchen des Halbmessers PM $\approx 0,0000412 \cdot 1474$ $\approx 0,06072$ Meilen, welches offenbar ganz unerhebliche Größe ist, welche, wenn

des Geom. 4r Th. H sie

X. Es ist klar, daß die Bemerkungen (V) auch bey andern Entwerfungsarten ihre Anwendung finden.

So war z. E. für die Entwerfungsart der Winkel $WPK = \omega = \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ WK einem Grade auf dem Parallelkreise entspricht (§. 35. V.). Um nun den Bogen für λ solcher Grade $WK = KI = I. II$ zu erhalten, so berechne man für den Halbmesser $PW = R$ (§. 34. VIII.) sogleich die Größe des Winkels $WP II = \lambda \cdot \omega$, d. h. nachdem man den Halbmesser R den Parallel durch W gezogen hat, trage man in ihn aus W in die Sehne $= 2 R \sin \frac{1}{2} \lambda \cdot \omega$, so hat man die Größe des Bogens $W II$, den man also in gleiche Theile theilt. (S. Fig. VVX.)

Anmerkungen.

Man begreift aus dem bisherigen, daß Entwurfungsart des Hrn. Bonne keine wahre Abbildung einer Kugelfläche in eine Ebene, wie (§. 34.) seyn kann, aber doch in so ferne Vorzug jener hat, daß sie sich wegen des richtigen Verhältnisses der Längengrade unter jeder geographischen Breite, über einen großen Theil der Erde erstrecken kann, ohne daß der Fehler, in der Berechnung der Distanzen, nach einem gewöhnlichen kugelförmigen Meilenmaaßstabe so sehr erheblich sey.

1. Gesezt (Fig. XXIX.) sey MN der mittlere Meridian der Charte; P der nach (§. 36. IV.) bestimmte Punkt; A, B ein paar Oerter auf der Karte, deren geographische Breiten $= 60^\circ$ und gleich seyen. A liege ostwärts des mittelften Meridians um 70 Grade der Länge $= \lambda'$, und B um 10 Grade $= \lambda$ westwärts desselben entfernt, so wird der Unterschied der Mittagskreise beyder Oerter 80 Grade betrage.

2. Hieraus findet sich, nach der Formel (§. 14. Fall) der wahre Abstand derselben auf der Kugel $= 95^\circ. 10' = 1432,5$ Meilen.

3. Um nun diesen Abstand auf der Charte, also die gerade Linie AB (Fig. XXIX.) zu berechnen, so ist in dem Dreiecke BPA erstlich die Seite $PA = PN =$ dem Halbmesser des zu 60° der Breite gehörigen Chartenparallels AN. Nun war der Halbmesser CP, für den Parallel durch C, unter dem 40ten Grad der Breite $= 1024,2$ Meilen (§. 36. IV.) und folglich, weil $CN = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ = 20 \cdot 15 = 300$ Meilen, so hat man $PN = 1024,2 - 300 = 724,2 \text{ M.} = PA$.

Ferner $PB = PM = 1474,2$, wie oben (§. 36. VIII. 5.), und so auch der Winkel BPM $= \varphi = \lambda \cdot \omega = 28^\circ. 42'. 26''$, weil für den Punkt B die Größen ρ und λ , a. a. O. auch hier denselben Werth haben. Aber für den Punkt A unter dem 60ten Grad der Breite, für welchen ich den Winkel APN $= \varphi'$ nennen will, findet sich (daß ρ am a. O. jetzt $= PN = 724,2$ Meilen; $\lambda = 70$; $\eta =$ einem Grade des Parallels durch A $= 7,5$ Meilen gesetzt) auf eine ähnliche Art $\varphi' = 41^\circ, 536 = 41^\circ. 32'. 10''$.

4. Also hat man in dem Dreiecke BPA, die Seiten $BP = 1474,2$; $PA = 724,2$ und den eingeschlossenen Winkel BPA $= \varphi + \varphi' = 70^\circ. 14'. 36''$, woraus ich mit Weglassung der

Ge.

ben bey der Berechnung, die dritte Seite $= 1406$ Meilen finde.

3. Aber auf der Kugel findet sich der Abstand beyden Orter B, A $= 1432$ Meilen. Mit dem Fehler, um wie viel AB auf der Karte (4) kleiner ist, als AB auf der Kugel (2), ohngefähr 26 Meilen, also etwa $\frac{1}{7}$ des Abstandes AB, welches bey

dem Distanz von 14 bis 15 in der geographischen Meilen, im

geringfügiger Fehler ist, der ziem-

lich bey irgend einer andern

Art, weiter herabbringen

es folgt denn, daß diese Entwerfu-

Bonne, insbesondere zu großen Stücken der Fläche, sehr zu empfehlen ist, wenn sie gleich

von der Natur abweicht, daß die Vierecke

Rechte, zumahl nach dem Rande hin, nicht

rechtwinklicht bleiben, welches indessen, da

die Abweichung nicht sehr groß ausfällt, gegen den

Heil, daß die Distanzen der Orter sich noch

ziemlich genau, nach einem geradlinigten Mei-

ßmaßstabe messen lassen, in keine Betrachtung

zu ziehen ist. Dazu kommt denn noch, daß, wenn

die Charte sich z. E. über ein so großes Stück der

Fläche erstreckt, als bey der Berechnung (1-4)

ange-

angenommen worden ist, die Meilen auf dem Maasstabe der Charte wohl nicht sehr groß seyn dürfen, wenn das Netz auch auf dem größten Papierformate noch Platz haben soll. Dies bringt denn den Fehler von 26 Meilen, den wir oben in der Distanz zweier sehr entlegener Oerter auf der Charte gefunden haben, beynabe auf einen physischen Punkt herab.

6. Auf einer Charte von Nordamerica, welche ich von Herrn Bonne, nach dieser Entwerfungsart, vor mir habe, und die sich vom 10ten Grad nördlicher Breite bis zum 70ten erstreckt, und über 100 Grade der Länge zwischen sich faßt, betragen 20 Grade des mittelften Meridians, also 150 geographische Meilen, ohngefähr 13 pariser Linien. Also 1 Meile = $1\frac{1}{3}$ pariser Linien = 6,0866 pariser Linien. Demnach würde der obige Fehler von 26 Meilen auf dem Papiere, ohngefähr 2,2 pariser Linien betragen, welches zeigt, wie sichtbar etwa dieser Fehler ausfiele. Da nun wohl nicht oft Distanzen so weit entlegener Oerter zu messen vorkommen, so wird in den meisten Fällen der Fehler, in Messung der Weiten auf dieser Charte, nach dem auf ihr verzeichneten Meilenmaasstabe, ganz unbeträchtlich seyn, wenigstens für

n Gebrauch, den man von einer solchen Charten pflegt.

Wollte man freylich einer Charte nach dieser Art eine gar zu große Ausdehnung, z. B. über 140 Grade der Breite und 18 Längengrade, so würden auch diese Vortheile wegfallen, und die Distanzen merklich fehlerhaft werden.

Diese Erinnerung steht übrigens dem sehr weit ausgedehnten Gebrauche der eben beschriebenen Art nicht im Wege, und es ist die Meinung nicht seyn kann, daß sie für einen noch so großen Theil der Erde angewandt werden soll. (Vergl. v. Zachs *Monatl. Corresp.* Oct. 1807. p. 344.) Diese Art hat übrigens den Vortheil, daß die einzelnen Zonen derselben ihrem Flächeninhalt mit denen auf der Kugeloberfläche übereinkommen, Herr Professor *Molweide* gezeigt hat (vorh. *Monatl. Corresp.* Februar. 1806. 44.).

II. Uebrigens verfährt man mit dem Eintragen eines Landes in ein Netz nach dieser Art, völlig so, wie es (§. 24. 2. 1c.) gewiesen worden ist, und wenn bey der Verfertigung dieses selbst, die Parallellkreise sich nicht aus Punkten *P* beschreiben lassen, so kann man sie nach

art ist unter andern auch die *Map of India*
Arrowsmith 1804. (V. s. die *M*
Corresp. Oct. 1807. p. 340.).

§. 38.

Murbochs Verfahren, ein Stück einer
fläche zu entwerfen.

I. Murdoch hat in den *Philos. Trans.*
Vol. L. P. II. pag. 268. ein anderes
ren angegeben, ein Stück einer Kugelfläche
schen zwei Parallelkreisen, als ein Stück
kegelförmigen Zone zu betrachten (§. 34. V)
letzte in eine ebene Fläche auszubreiten
abzuwickeln. Er setzt dabei die Bedingung
Stück der Kegelfläche solle auch dem entspr
den Stücke der Kugelfläche dem Inhalte nach
seyn.

alsmesser QG , PG auf einander senkrecht. —
 mögen $Qb = \beta$, $Qa = \alpha$ die geographische
 en zweier Paralleltreise, welche man fl
 a und b um die Erbfugel herum vorstelle
 unkt C liege in der Mitte zwischen a und b
 ie geographische Breite von C, oder der B
 $QC = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$; durch C gebe ebenfalls
 arallel um die Kugel.

III. Man ziehe GC , und gedente sich auf
 bey K einen Punkt dergestalt genommen, daß,
 man durch K ein Perpendikel auf GC setzt,
 in Verlängerung die Erbare in p durchschneit
 und nun die geraden Linien KN , KM , den
 dianbögen Ca , Cb gleich nimmt, daß, sage
 das Stück der Kegelfläche, welches von MN
 rieben würde, indem man sich die ganze Figur
 die Axe Gp herumgedreht vorstellt, gleich sey
 Stücke der Kugelfläche, welches zwischen den
 en Paralleltreisen durch a und b enthalten ist.

IV. Man soll nun nicht allein den Punkt K
 n, sondern auch das erwähnte Stück der
 Kfläche in eine Ebene ausbreiten, oder ein Netz
 r zeichnen, auf eine ähnliche Art, wie es in
 Aufgabe (S. 34.) geschehen ist, so daß in die-
 Netz dasjenige nach geographischer Länge und
 te hineingezeichnet werden könne, was man
 auf

auf dem Stücke der Kugelfläche vorfindet, dem das entworfenen der Kegelfläche (III.) dem Inhalte nach gleich seyn soll (I.). In der Construction dieses Reges besteht nun die *Murdoch'sche* Entwurfungsart, man soll also nach den Bedingungen derselben berechnen, was zur Zeichnung dieses Reges erforderlich ist.

V. *Auflösung.* Man ziehe durch N und M die Linien NS und MT senkrecht auf Gp, so sind dies die Halbmesser der Parallellkreise, welche auf der Kegelfläche von den Punkten N und M beschrieben werden, indem sich die Figur um die Axe Gp dreht, so wie die Perpendikel as, bt, die Halbmesser der von den Punkten a und b auf der Kugelfläche beschriebenen Parallellkreise sind. Die von MN beschriebene kegelförmige Zone soll nun erstlich der von dem Meridianbogen aCb beschriebenen Kugelzone gleich seyn.

VI. Die kegelförmige Zone findet sich aus den beyden Halbmessern NS, MT der Parallellkreise, zwischen denen sie enthalten ist, wenn man die Summe der beyden Halbmesser $NS + MT$ in das Stück MN der Seitenlinie des Regels, und in die Ludolphische Zahl $\pi = 3,1415 \dots$ multiplicirt (*Räsn. Geom.* 63. S. 4. Zus.). Also ist dieser

Regel.

$$\text{Zone Inhalt} = (SN + MT) \pi \cdot MN = \frac{SN + MT}{2} \cdot \pi \cdot MN$$

VII. Man ziehe KV parallel mit SN, so ist, K in der Mitte zwischen M und N liegt, KV die mittlere arithmetische Proportional zwischen NS und MT also $KV = \frac{SN + MT}{2}$,

so die erwähnte Regelzone $= 2 \cdot \pi \cdot KV \cdot MN$.

VIII. Die Regelzone zwischen α und β ist, wenn den Halbmesser der Erdfugel mit r be-
 zeichnet, $= 2r^2 \pi \cdot (\sin \alpha - \sin \beta)$ (§. 20. 6.)
 worin $\beta + \gamma = \alpha$ gesetzt.

IX. Sollen also beide Zonen (VII. VIII.)
 gleich seyn (III.), so hat man erslich
 $\pi \cdot KV \cdot MN = 2r^2 \pi (\sin \alpha - \sin \beta)$

$$\text{nach } KV = \frac{r^2 (\sin \alpha - \sin \beta)}{MN}$$

X. Der Punkt K muß demnach in GC be-
 stimmt angenommen werden, daß das Perpendikel
 K auf GP, d. h. die Linie KV von dem
 bestimmten Werthe (IX.) sey. Verlangt man
 so ist

$$GK = \frac{KV}{\sin KGV} = \frac{KV}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$$

Well

Weil der Bogen QC oder der Winkel $QGC = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$.

XI. Gedent man sich nun die Regelfläche, welche von pM würde beschrieben werden, in eine Ebene ausgebreitet, so sind auf dieser Ebene die Linien pN , pM , die Halbmesser von Kreisbogen, welche in dem Kreisabschnitte, in den sich diese Regelfläche ausbreiten würde (S. 34. IV.), die von MN beschriebene Regelzone (V.) zwischen sich fassen würden.

XII. Um das Maß a dieser Zone verzeichnen zu können, so muß man insbesondere den Halbmesser pK für den Kreisbogen auf dem Papiere, in welchen sich der Parallel durch K , bey Abwickelung der Regelfläche, krümmen würde, berechnen. Diesen Halbmesser $pK = R$, der also dem zwischen M und N in die Mitte fallenden Parallel des Meßes entsprechen würde, werde ich den mittleren Halbmesser des Meßes nennen. Er findet sich auf folgende Art:

Weil in dem rechtwinklichten Dreiecke GKp , der Winkel $KGp = 90^\circ - \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, so ist

$$Kp = R = KG \cdot \tan KGP \text{ oder}$$

$$R = \frac{KV}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)} \cdot \cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \quad (X.)$$

$$\frac{KV}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} = \frac{r^2 (\sin \alpha - \sin \beta)}{MN \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} \quad (1)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

(Erlg. S. XIII. 12.)

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2r^2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{MN \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} \\ &= \frac{2r^2 \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{MN} \end{aligned}$$

XIII. In diesem Ausdrücke will ich den Halbmesser der Erde wieder in geographischen Meilen ausgedrückt annehmen. Es muß demnach auch die MN in solchen Meilen ausgedrückt werden. Soll aber die Linie MN dem Meridianbögen gleich seyn, dessen Werth in Graden = β , also in Meilen = $15 (\alpha - \beta)$ ist, also

$$= \frac{2r^2 \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{15 (\alpha - \beta)}$$

XIV. Man sieht leicht, daß die Kegelfläche, die von pM beschrieben wird, die Kugelfläche von Parallelkreisen durch η und ϑ schneiden wird, und daß sie also mit der Kugelfläche jene Parallelkreise durch η , ϑ , gemeinschaftlich hat. Alle übrigen Parallelkreise auf dem Halbkreis, die durch N, M, werden aber von

den

den entsprechenden durch a und b auf der Kugel, verschieden seyn. Die Grade auf den Parallellkreisen durch N und M, werden größer seyn, als die auf den Parallellkreisen durch a und b. Unter den geographischen Breiten bey S und η würden die Grade auf den Parallelen der Regel- und Kugel- fläche, einander gleich seyn, bey K aber, so wie innerhalb des ganzen Umfanges zwischen η und S, würden die Grade der Parallellkreise auf der Kugel- Oberfläche kleiner seyn, als die auf der Regel. Es wird indessen der Unterschied der geographischen Breiten der Punkte a und b schon sehr groß seyn müssen, ehe diese Unterschiede zwischen den Graden auf beyderseitigen Parallellkreisen so beträchtlich ausfallen, daß es nicht verstatet seyn sollte, die Parallellkreise auf dem Regel, für die auf der Kugel zu nehmen, und da wegen des Umstandes, daß hier die Regel- fläche zwey Parallellkreise, nemlich die durch η und S, mit der Kugel gemein hat, jene Unterschiede in den Graden der Parallellkreise zweymahl $= 0$ werden (nemlich unter den geographischen Breiten der Punkte η und S), so kann bey derselben Ausdehnung, welche man dem Murdochischen Netze giebt, der Fehler nie so beträchtlich ausfallen, als bey der Entwerfungsart (§. 34.), wo die Regel- fläche die Kugel

gel bloß berührte, und also nur einen Parabelkreis mit ihr gemein hatte. Es ist also die urbochische Entwurfungsart immer vorhergehenden (S. 34.) vorzuziehen.

XV. Die Punkte η und ϑ zu finden, suche den Bogen $C\eta = C\vartheta = \delta$, dessen Maas der Winkel $\eta GK = \vartheta GK$ am Mittelpunkte ist.

Nun ist in dem rechtwinklichten Dreiecke $KG\eta$

$$\frac{KG}{G\eta} = \sin K\eta G = \cos KG\eta = \cos \delta$$

oder

$$\frac{KG}{r} = \cos \delta; \text{ b. h. (X.)}$$

$$\frac{KV}{r \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)} = \cos \delta$$

Wenn man nun

$$\begin{aligned} KV &= \frac{r^2 (\sin \alpha - \sin \beta)}{MN} \text{ oder} \\ &= \frac{2r^2 \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}{15 (\alpha - \beta)} \end{aligned}$$

substituiert, so findet sich

$$\cos \delta = \frac{r \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{15 \cdot \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}$$

Aber

Aber aus (§. 34. VII.) ist $\frac{r}{15} = 57,29\dots$ Also

$$\cos \delta = \frac{57,29\dots \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\frac{1}{2}(\alpha - \beta)}$$

wo die Größe $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ im Divisor, durch Grade und Decimaltheile derselben ausgedrückt werden muß.

XVI. Hieraus und aus (XIII.) läßt sich der Werth von R auch so darstellen.

$$R = r \cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \delta$$

XVII. Exemp. Es sey $\alpha = 70^\circ$; $\beta = 10^\circ$, so ist $\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 30^\circ$; $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 40^\circ$; also

$$\log 57,29\dots = 1,7581226 \text{ (§. 34. VII.)}$$

$$\log \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 1,4771213 = \log 30.$$

$$\text{Rest} = 0,2810013$$

$$\text{hierzu } 1 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 9,6989700 - 10$$

$$\text{gibt } \log \cos \delta = 9,9799713 - 10$$

$$\log r = 2,9342139 \text{ (§. 34. VII.)}$$

$$1 \cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 10,0761865 - 10$$

$$\text{also } \log R = 2,9903717$$

Dies gibt $\delta = 17^\circ. 16'$; $R = 978,1$ Meilen.

Ferner die geographische Breite des Punktes $\eta = 40^\circ + 17^\circ. 16' = 57^\circ. 16'$; und die des Punktes $\vartheta = 40^\circ - 17^\circ. 16' = 22^\circ. 44'$.

Dies

es erhellt daraus, weil des mittelften
geograph. Breite $= \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 40^\circ$

Man hat also zugleich die geographische
Breite derjenigen Punkte des Meridians, für wel-
che die Grade auf den Parallelen der Kegelfläche, des-
sen auf der Kugel gleich seyn würden, für welche
man auch auf dem Neze, die Parallelgrade
in richtiges Verhältniß zu den Meridiangraden,
wie auf der Kugel, habe würden.

XVIII. Nach der Entwerfungsart (§. 34.)
ist für dieselben Data, nemlich für $\alpha = 70^\circ$
und $\beta = 10^\circ$, der Halbmesser zu dem mittelften
Parallel des Nezes, oder der mittlere Halb-
messer des Nezes $= 1024,2$ Meilen (§. 36.
I.), aber für die gegenwärtige Entwerfungsart
derselbe $= 978,1$ Meilen. Also der Unter-
schied beyder $= 46$ Meilen. In der dortigen ist
 $r = r \cdot \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$, in der gegenwärtigen
 $r = r \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \delta$; also verhalten
sich beyde wie $1 : \cos \delta$.

XIX. Die Halbmesser $p\eta$, $p\delta$, womit die
Entfernungen auf dem Neze, für die geographischen
Breiten der Punkte η und δ , gezogen werden müs-
sen, finden sich folgendergestalt:

Man gedente sich von δ die Linie δe senk-
recht auf Op ; so hat man in dem rechtwinklichten
Rechts Com. 4r Th. Drey.

$$p\vartheta = \frac{r \cos(\frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \delta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)} = \frac{R + r \sin \delta}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$$

Auf eine ähnliche Art findet sich

$$p\eta = \frac{r \cos(\frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \delta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}.$$

Man kann diese Halbmesser auch ausreits (XVI.) gefundenen mittleren H $Kp = R$ finden. Denn es ist $p\eta = R - r \sin \delta$ und eben so $p\vartheta = R + r \sin \delta$.

Mit diesen Halbmessern werden nun Nege diejenigen Kreisbogen beschrieben, an man die Grade der Länge, in ihrem richtigen Verhältnisse zu denen der Breite, nimmt (§. 1).

Aus dem bisherigen ergiebt sich nunstruction des Murbachischen Nezes.

dian abbildet, und trage gleiche Theile auf
 ben, deren jeder 3. E. 10 Meridiangrade
 ste. Ich will sehen, das Netz solle vom
 β bis zum 70ten Grad der Breite $= \alpha$
 strecken.

I. Man verlängere nun den Meridian (I.)
 orts und trage von dem 40ten Grad der
 $\epsilon = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, den oben gefundenen Werth
 $R = 978$ Meilen aufwärts, um den Punkt,
 P (Fig. XXVIII.) zu erhalten, aus wel-
 auf dem Netze durch alle einzeln 10 Grade
 Meridians Kreisbogen gerissen werden. Dann
 zieht man aus diesem Punkte auch mit den
 messern p η , p δ (§. 38. XIX.), deren Werthe
 leicht berechnen kann, ein paar Kreisbogen,
 erden dadurch diejenigen zwey Parallelskreise
 bildet, auf welchen man die Längengrade von
 röße nehmen muß, wie sie den geographischen
 en der Punkte η und δ , also den Breiten
 $57^{\circ}. 16'$ und $22^{\circ}. 44'$ zukommen (§. 38.
 I.).

II. Weil nun unter $57^{\circ}. 16'$ der Breite,
 Grad eines Parallels $= 15 \cdot \cos 57^{\circ}. 16'$
 $211,1$ Meilen, unter $22^{\circ}. 44'$ aber derselbe
 $5 \cdot \cos 22^{\circ}. 44' = 43,834$ Meilen ist, und
 wenn, das Netz von 10 zu 10 Graden der

Breite fortgeht (I.), es auch, wie geth von 10 zu 10 Graden der Länge gezeichnet so machen 10 Grade der Länge auf dem δ durch 7, 81, 11 Meil. und auf dem δ 138,34 Meilen. Diese Werthe trage man die mit den Halbmessern $p\eta$, $p\delta$, beschreibend Kreisbogen oder Parallelen des Meeres, rechts links des mittlern Meridians, und ziehe durch die gleichnamigten Punkte dieser Kreise gerade Linien, als Meridiane, so wird die Karte vollendet seyn, und man kann es nun auf 10 Grade der Länge ausdehnen, als zwischen sich ungefähr die zu entwerfende Charte enthält.

Andere Bemerkungen, welche bey der Entwerfung eines solchen Meeres noch vorkommen übergehe ich hier, da sie bey den vorhergehenden Entwerfungsarten, z. E. (S. 33. 1c.), bereits gebracht sind, und mit der gehörigen Verändrung auch auf die gegenwärtige leicht angewandt werden können.

IV. Anmerkung. Murdoch hat in der obenwähnten Abhandlung (S. 38. I.) gezeigt, daß man sich auf einer Charte nach dieser Entwerfungsart, auch wenn diese von einer beträchtlichen Vergrößerung wäre, dennoch zur Messung der Längen, ohne großen Fehler, eines gewöhnlichen Linealmaassstabes bedienen könne. Er rechnet

t auch §. C. ein paar Dertex unter dem 10ten
 60ten Grad der Breite lägen, und um 110
 je der Länge von einander abständen, sich den
 der Fehler, in Messung ihrer Distanz, kaum
 $\frac{1}{2}$ der ganzen Distanz belaufen würde, oder
 so viel würde die auf der Charte gemessene
 ertnung von der nach (§. 14. III. F.) trigono-
 isch berechneten auf der Kugel, abweichen
 es zeigt, daß auf dieser Entwerfungsart die
 ngen noch etwas fehlerhafter, als auf
 Bonnischem (§. 36. 1c.), ausfallen, da bey
 settern, für einen noch viel größern Abstand
 t war der Unterschied der Mittagskreise beyder
 ter sogar 120 Grad), der Fehler ohngefähr
 des Ganzen betrug (§. 37. 5.). Allein da die
 nische Entwerfungsart krummlinigte Meri-
 e giebt, auf der Murdochischen hingegen, die
 wahre Abwicklung der Kegelfläche ist, die
 idiane alle geradlinigt ausfallen, und auf den
 allelen senkrecht stehen, so möchte letztere viel-
 t einen Vorzug vor der Bonnischen haben.
 dessen sind beyde Entwerfungsarten
 streitig allen perspectivischen vorzu-
 hen, denen man, meines Erachtens,
 her einen viel zu großen Werth bey-
 egt hat.

auf $IVIV$ oder auf dem mittlern Wert
Charte, einander gleich genommen werden
I.); die diesen Theilen entsprechenden
Regelzonen alsdann nicht den Zugehörigen
Kugel gleich seyn können.

2. Soll also den Hauptbedingungen b
bothischen Entwurfungsart (nehm
die ganze Regelzone zwischen M und N
gelzone zwischen b und a, und die Bre
dem Bogen ba gleich sey) noch die B
hinzugefügt werden, daß auch die einzelne
zwischen M und N, z. E. von 5 zu 5
10 zu 10 Graden, denen auf der Kug
seyn sollen, so dürfen die erwähnten E
MN nicht einander gleich genommen werd

3. Gesezt $KH = x$ sey von dem
Parallel durch K angerechnet, die Bre

in Tafel (§. 20.) den Inhalt der kugelförmigen, den geographischen Breiten $\frac{\alpha + \beta}{2}$

$\frac{\alpha + \beta}{2} + \varphi$ und nenne sie $= Z$.

Der Flächeninhalt der Kegelszone zwischen H würde, wenn HW senkrecht auf Gp $= \pi (KV + HW) Kl$ (oder wegen KV

$\sin KpV = R \sin \frac{(\alpha + \beta)}{2}$ und HW

$\sin \frac{(\alpha + \beta)}{2} = (R - x) \sin \frac{(\alpha + \beta)}{2} =$

ausdrücke $\pi (2R - x) \cdot x \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$.

Also soll seyn (2)

$$\pi (2R - x) x \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = Z$$

oder

$$Rx - x^2 = \frac{Z}{\pi \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}$$

Da nun der Ausdruck rechter Hand des Gleichzeichens eine gewisse Fläche darstellt, so

diese $= y^2$ nennen. Also hat man

$$Rx - x^2 = y^2. \text{ Daraus wird}$$

$$x = R - \sqrt{R^2 - y^2}$$

So ließen sich die Werthe von x für jeden

φ z. B. von 5 zu 5 Graden berechnen,

und

und also die Punkte auf dem mittelften Mer der Charte, durch welche die einzelnen Par krelse mit den Halbmessern $R - x = \sqrt{R^2 -$ gezogen werden müssen, bestimmen. Für die kallelen zwischen K und M würde man φ ne setzen müssen.

8. Ein Netz nach dieser Constructionart n vielleicht vor dem M ur doch is ch en noch Bo haben. Aber der Distanzenfehler dürfte wohl etwas größer als auf dem M ur doch is f Netze ausfallen.

9. Da $y^2 = 2Rx - x^2$ die Gleichung einen Kreis ist, so ließen sich die Werthe v auch wohl durch eine Construction finden, n ich mich aber hier nicht weiter aufhalten will.

10. Will man Z nicht aus der Tafel (h. berechnen, so kann man es auch durch die For

$Z = 4r^2 \pi \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) \sin \frac{1}{2} \varphi$ finden. Dann wird sogleich,

$$y^2 = \frac{4r^2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) \cdot \sin \frac{1}{2} \varphi}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}$$

Ex. Es sey z. B. wie oben $\alpha = 1$ $\beta = 70^\circ$ und $\varphi = 10^\circ$, so ist $\frac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) = 40^\circ$; $\frac{1}{2} \varphi = 5^\circ$; $\frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 4$

$$gr = 5,8684278 \text{ (§. 34. VII.)}$$

$$14 = 0,6020660$$

$$45^\circ = 9,8494850 \rightarrow 10$$

$$25^\circ = 8,9402960 \rightarrow 10$$

$$tume = 5,2602688$$

$$n 40^\circ = 9,8080675 \rightarrow 10$$

$$y^2 = 5,4522013$$

$$y^2 = 283270$$

$$R^2 = 956628 \text{ aus } \log P \text{ (§. 38. XVI.)}$$

$$-y^2 = 673358$$

$$-y^2) = 820,5 \text{ Meilen}$$

$$= 978,1 \text{ (§. 38. XVI.)}$$

$$= 157,6 \text{ M.}$$

Der Bogen des Meridians auf der Erde, welcher diesem x auf dem Netze der Regel entspricht, beträgt wegen $\varphi = 10^\circ$ nur $15 = 150$ Meilen. Also beträgt der Distanzfehler auf dem erwähnten Netze nur 7,6 n, wenn man nemlich die Distanzen auf einer dieser Art, nach einem Meilenmaassstabe wollte, nach welchem die Distanz MN der äußersten Parallelen genau dem entsprechenden Bogen ba auf der Kugel gleich seyn würde, Kurboch will (§. 38. III.). Da jener Distanzfehler für die ersten 10 Grade des Meridians

bians

blanz von K nach N zu, nur ohngefähr den zoten Theil von dem wahren Werthe dieser 10 Grade oder von 150 Meilen ausmacht, so erhellet, daß nach dieser Entwerfungsart, die Distanzenfehler doch noch immer erträglich ausfallen, und auf einem Neße, worauf, wie auf dem Bonntschén (S. 37. 6.), 150 Meilen etwa 13 pariser Linien betragen, das Auge eben nicht sehr beleidigen.

11. Wenn φ negativ ist, so wird auch y^2 negativ, und dann $x = R - \sqrt{R^2 + y^2}$ gleichfalls negativ für die Zonen von K nach M zu.

12. Zu diesem Zusatz zu der Murböschén Entwerfungsart hat mir ein Aufsatß Veranlassung gegeben, den mir ebenfalls über diesen Gegenstand ein geschickter Liebhaber der mathematischen Wissenschaften, Hr. Heinrich Christian Albers in Lüneburg zugesandt hat.

§. 40.

Flamsteed.

Hat sich in seinem Himmelsatlas einer Entwerfungsart bedient, deren Beschaffenheit ohngefähr aus (Fig. XXXI.) zu ersehen ist. MN ist der mittellste Meridian, welcher als eine gerade Linie erscheint, worauf von einzeln zu einzeln, oder auch von 10 zu 10 Graden der Breite, Perpendi-

Linien für die Abbildung der Parallelen
ogen sind. Auf diesen geradlinigten Pa-
raben überall, wie auf dem Conuschen
(36.), die Theile, wie $M_1, 1, 2, 1c,$
1c. aus der Tafel (S. 12.), in ihrem
Verhältnisse zu denen des Meridians MN
a, und dann durch die gleichnamigten
1, 1; 1c. 2, 2, 2, 1c. krumme Linien
welche die übrigen Chartenmeridiane vor-
In dieses Netz werden alsdann die Punkte
Angabe ihrer Länge und Breite, oder auch,
Sternen die Rede ist, nach ihrer gera-
dfsteigung und Abweichung einge-

ternuthlich hat Flamsteed wegen der Be-
reit, die Parallelen als gerade Linien zu
diese sonst eben nicht vorzügliche Entwur-
eines Kugelnetzes, zu seinen Sterncharten

Doch hat sie noch immer Vorzüge vor
27.) sonst ebenfalls häufig gebrauchten,
einzelnen Vierecke des Netzes hier wegen
nung, die die Meridiane bekommen, we-
ylswinklicht, als dort, ausfallen, und
die Parallelgrade ihr wahres Verhältniß
der Kugel haben, nemlich sich wie die
ihrer Distanzen vom Pole verhalten, da
hinge.

angewandt worden, wie die sehr große
von Sansonischen und ähnlichen Charte
sen. Auch hat Hr. Lotter sich derselben
1778 in Augsburg herausgegebenen Gene
bedient. Hieher gehören auch mehrere
von Senex und viele holländische, die
Mitte dieses Jahrhunderts erschienen: sin
viel ist gewiß, daß, wenn gleich diese Zeit
art mehr von der Natur abweicht, als an
reits erklärte, indem hier die Vierecke des
zumahl nach dem Rande der Charte hin, sehr
ausfallen, sobald sie sich auf sehr viele Gr
Länge erstreckt, wodurch denn die Gestalt
der sehr merklich verzogen wird, so ist
nicht so gar schlecht, als Hase und die H
nische Officin, im Staatsgeogra

ärte niemals allen Bedingungen (§. 3.) einzuleisten kann, die gegenwärtige aber doch derselben erfüllt, wozu insbesondere auch folgende kommt, daß die einzelnen Zonen dieses ihrem Flächeninhalte nach, sehr nahe hin auf der Kugel übereinstimmen, und folglich die hineingezeichneten Länder mehr Gleichheit und Verhältniß unter sich behalten, als viele auf den meisten perspectivischen Projectionen, da sie noch immer unter die ertäglichen gebracht werden. Wenn übrigens in die einzelne Karte eines solchen Netzes nur dieörter richtig ihrer geographischen Länge und Breite eingezeichnet worden sind, woben man ohngefähr, wie in VII.), bey der Wonnischen Entwerfungsmethode der die gegenwärtige, bis auf die getabulirten Parallelen, völlig übereinstimmt), verfahren, so sind dennoch Hülfscharten dieser Art wieder zu andern brauchbar.

I. Weis sich (Fig. XXXI.) die Linien a_1, b_1 etc., oder auch M_2, a_2, b_2 etc. den Punkten $1, 1, 1$ etc., oder $2, 2, 2$ etc. umhülligten Meridiane, als Ordinaten zu verhalten wie die Cosinusse der geographischen Breiten, und folglich wie die Sinusse des Abstandes der Punkte M, a, b etc. vom Pole (der hier

$$y = m \sin x$$

ist, so ist jeder Meridian der Charte eine
 jenen krummen Linien, welche man
 Linien genannt hat, und worüber W
 (*Traité de Cycloide*) und andere
 Untersuchungen angestellt haben. Der
 m bedeutet in dieser Gleichung eine
 Größe, welche mit von dem Abstände d
 dians, dem die Gleichung zugehören soll,
 mittelsten MN der Charte abhängt. Es
 diese Sinuslinien zu den transcendenti
 höhern Geometrie, und man sieht leicht,
 die Meridiane auf dem Bonnischen Neze
 Arten solcher Sinuslinien sind, deren Gle
 noch etwas zusammengesetzter ausfallen
 hier aber von keinem Nutzen sind.

§. 41.

A n m e r k u n g.

I. Auf den Flamsteedischen Sterncharten bilden die Ecliptik, und die mit ihr parallel gehenden Kreise, so wie auch die auf der Ecliptik senkrecht stehenden Breiten - Kreise, ganz besondere krumme Linien, welche man in ein Netz, wie das vorhergehende (Fig. XXXI.) hineingeichnen kann, wenn man auf den Meridianen 1, 1, 1; 2, 2, 2; 3c. diejenigen Punkte weiß, wo jene Kreise in sie einschneiden, und diese Punkte alsdann durch einen zusammenhängenden Zug vereinigt.

II. Die Punkte zu finden, wo insbesondere die Ecliptik diesen oder jenen Meridian durchschneidet, lehrt die Astronomie. Man braucht zu dieser Absicht nur die gerade Aufsteigung oder Rectascension des Meridians, d. h. die Entfernung desjenigen Punktes des Aequators, durch welchen der Meridian geht, von dem Frühlings - Aequinoctialpunkte zu wissen, so kann man daraus berechnen, wie weit der Punkt, wo die Ecliptik in den Meridian einschneidet, vom Aequator nord- oder südwärts absteht, d. h. wie groß die Declination jenes Punktes der Ecliptik sey. Da auf manchen Planisphären auch die Ecliptik zu zeichnen ist, so will ich hier ein Täfelchen für die Declination

tion jener Durchschnittspunkte der Ecliptik mit den Meridianen hinsehen, welches in der Folge auch zu andern Absichten gebraucht werden wird. Die Rectificationen der Meridiane gehen in diese Tafelchen von 5 zu 5 Graden fort, und sind in den Spalten I, II, III, IV. aufzusuchen. In dem mittelsten V. findet man die ihnen entsprechende Declinationen der Durchschnittspunkte der Ecliptik mit den Meridianen, in Graden und Minuten an

Bei der

	II.	V.	III.	IV.
	180°	0° 0'	180°	360
5	175	2 . 10	185	355
10	170	4 . 19	190	350
15	165	6 . 25	195	345
20	160	8 . 27	200	340
25	155	10 . 24	205	335
30	150	12 . 15	210	330
35	145	13 . 59	215	325
40	140	15 . 35	220	320
45	135	17 . 4	225	315
50	130	18 . 24	230	310
55	125	19 . 35	235	305
60	120	20 . 36	240	300
65	115	21 . 29	245	295
70	110	22 . 12	250	290
75	105	22 . 45	255	285
80	100	23 . 9	260	280
85	95	23 . 24	265	275
90	90	23 . 28	270	270

Gut

für die Rectascensionen in der Iten und IIten werden die zugehörigen Werthe der Vten öwärts des Aequators, und für die Rectascensionen der IIIten und IVten Spalte, südwärts genommen. Z. E. wenn man den Punkt ste, wo die Ecliptik in einen Meridian eintritt, dessen gerade Aufsteigung 230° Gr. wäre, oder um 230° Gr. des Aequators vom Äquinoccio abstände, so würde man in der 3ten Spalte $18^{\circ}.24'$ finden, d. h. es so der Schnittpunkt der Ecliptik mit dieser Parallelen so viel Grade und Minuten vor dem Äquinoccio stehen, oder die Declination dieses Punktes $18^{\circ}.24'$ seyn; aber südlich, weil die Rectascension in der IIIten Spalte sich findet. Eben solche Declination würde auch noch der Rectascension 310° zukommen. Für 50° , und 130° würde die Ecliptik $18^{\circ}.24'$ nordwärts des Aequators in die zugehörigen Meridiane einfallen. Wenn man eine Himmelskugel zu Hülfe nimmt, so kann man sich dieses vollkommen überzeugen.

II. Sollte man nun auf einem beliebigen Himmelskugel, z. E. auf dem Bonnischen (Fig. XXVIII.), die Ecliptik zeichnen, so setze man, der Parallel VI gehöre dem 10ten Grade des Abstandes vom Aequ. 41 Ab. D vom

Weil nun für diese Rectascensionen, der
 nach, die Durchschnittspunkte der Ecliptik
 Meridianen, sämmtlich nordwärts des
 fallen, so nehme man auf den Meridia
 $\beta\alpha$; αI u., die Punkte p, q, r, s, t
 in den gehörigen, in der Spalte V zu
 Abständen vom Aequator, und hänge die
 p, q, r, s, u. durch eine krumme Linie z
 so stellt diese die Ecliptik vor, wenn das
 astronomischen Gebrauche dienen sollte.
 Meridian durch α , dem 50ten Grade der
 fion, entspricht aus der Tafel, in der
 eine Declination des Durchschnittspun
 Ecliptik mit diesem Meridiane $= 18^\circ$.
 nun der Parallel Maßm, schon dem 10
 der Declination oder des Abstandes vom
 zugehört. so nehme man auf dem Merid

V. Wollte man endlich auch, noch die Strecke, oder die Wendekreise verzeichnen, hier ent des Krebses, der nordwärts des Aequator in einem Abstände von $23^{\circ}. 28'$ parallel mit quator, zu ziehen ist, so ziehe man durch Punkt w, der hier auf dem Meridiane durch dem gegebenen Grade der Rectascension, bereits $23^{\circ}. 28'$ des Abstandes vom Aequator ent, mit dem Halbmesser Pw, einen Parallel wy, wie die punktirte Linie ausweist, so ist x verlangte Wendekreis des Krebses. Man such auch nur auf dem mittelsten Meridiane MN, Abstand $23^{\circ}. 28'$ vom Aequator, bey x besch, und durch den erhaltenen Punkt x aus P punktirten Bogen reissen dürfen.

VI. Wenn Netze, wie die bisherigen, sich stücke von der Oberfläche einer Himmels kugle beziehen sollen, so gedenkt man sich begreiflich, der Verzeichnung derselben, eine Himmels kugel so groß, wie die Erbkugel, für welches man solches Stück gezeichnet hätte; man trägt die Sterne, nach ihrer Rectascension und Declination, in die einzeln Vierecke des Netzes ein, wie man Oerter auf der Erde, nach geographischen Längen und Breiten, eintrage. Indessen sind die bisherigen Netze

eben nicht sehr zu astronomischen Absichten, zu Sterncharten und dgl. gebraucht worden, sondern man zieht da aus mehreren Gründen die perspectivischen Projectionen vor.

§. 42.

Seecharten.

I. Da Seecharten auch als Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten gebraucht werden, so muß ich hier die Einrichtung derselben zeigen. Je besser man von der Beschaffenheit und Verfertigungsart dieser oder jener Hülfsecharten unterrichtet ist, desto vollständiger weiß man sie auch zu gebrauchen.

Daß Seecharten die flüssigen Theile der Erdoberfläche, die darauf befindlichen Inseln, Küsten, Klippen, Sandbänke, Ströme, und andere Dinge, die den Schiffer interessiren, zum Gegenstande haben, ergiebt schon ihr Name. Sie haben aber darin einen ganz besondern Zweck, daß sie nicht sowohl eine Vorstellung der verhältnißmäßigen Lage und Größe der Länder, Meere u. dgl. enthalten, als vielmehr dem Schiffer, zufolge des Windstrichs, den er nach seinem Compasse zu segeln hat, als Wegweiser über den ungebahnten Ocean dienen sollen. Sie sollen ihm ohne besondere Mühe die

Fahrt

des Schiffes bestimmen, und gleichsam zu richtigen Vorseh auf seiner Reise dienen, was er von einem Ort zu einem andern, für Cours zu halten, und wie weit er dahin zu habe; und überdem soll er leicht den genommenen Cours eintragen und wieder finden können.

II. Nun ist eigentlich der kürzeste Weg, den Schiffer auf der Erdoberfläche von einem Orte zu andern nehmen kann, ein Bogen eines größtesten Kreises, den man sich zwischen beiden Orten denken muß.

Aber da ein größter Kreis nur in wenigen Fällen die verschiedenen, sämtlich nach den Polen zuvergißenden Meridiane, unter gleichen Winkel

schneiden kann, so müßte der Schiffer, wenn er auf einem solchen größten Kreise, als auf dem kürzesten Wege, segeln wollte, alle Augenblicke den Compassstrich ändern, oder in jedem Meridiane, in den das Schiff gelangt, nach einer andern, von der vorhergehenden etwas unterschiedenen Richtung segeln. Da nun dies mit sehr viel Unbequemlichkeit verknüpft ist, so sucht der Schiffer, so viel als möglich, den Compassstrich beizubehalten, aber alsdann weicht er von dem kürzesten Wege ab, und beschreibt auf der Kugel eine

gewisse krumme Linie, welche man die *loxodromische* nennt, und die merklich von einem größten Kreise abweicht. Sie hat die Eigenschaft, alle Meridiane unter gleichen Winkeln, d. h. unter einerlei Compassstriche, zu durchschneiden, und würde sich nach Art einer Spirallinie, dem Pole zu nähern, wie bereits oben (§. 5. IV.) erwähnt worden ist, mithin einen beträchtlichen Umweg gehen, wenn der Schiffer ihr beständig folgen wollte. Er weiß aber, nachdem er eine Zeit hindurch nach dieser loxodromischen Richtung gefegelt, schon wieder einzulenken, und andere Compassstriche zu befolgen, die ihn zuletzt an Ort und Stelle führen. Nur geschieht diese Abänderung des Strichs nicht in jedem einzelnen Meridiane, den das Schiff durchstreicht. So lange er indessen denselben Compassstrich beibehält, ist das vom dem Schiffe beschriebene Stück Weges allezeit loxodromisch.

III. Werden solche loxodromische Stücke auf Charten gezeichnet, deren Meridiane nicht parallel sind, so bilden sie ebenfalls besondere krumme Linien, deren Beschaffenheit aber alsdann auch mit von der Entwurfungsart der Charte abhängt, und oft noch verwickelter, als die auf der Kugel selbst ausfällt. Auf dem Nege (Fig. XXVI.) steht die
 punt.

irte krumme Linie $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ ic. den Loxodromi-
 , Weg ohngefähr vor, wenn das Schiff die
 ibiane unter Winkeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \eta$ ic.
 60 Graden durchstriche, so daß überall der
 asstrich 60° wäre. Würde bey δ der Com-
 rich abgeändert, so würde alsdann eine neue
 romie zum Vorschein kommen, und so besteht
 Weg eines Schiffes aus lauter einzelnen Loxo-
 ischen Stücken, die so bestimmt werden müs-
 daß sie den Schiffer zuletzt an den Ort seiner
 mmung führen. Gewöhnlich pflegt der Schif-
 pur von einem Mittage zum andern, den
 s beizubehalten, so, daß die einzeln Loxodro-
 en Stücke nicht zu groß werden, mithin nicht
 it von dem wahren Wege abführen.

IV. Zum Behufe der Schiffarth sind Charten
 verlich, worauf der Loxodromische Weg eines
 ffeß durch eine möglichst leichte Construction
 stellt werden kann, und dies würde der Fall

wenn auf einer solchen Charte die Meridiane
 gleichlaufende gerade Linien abgebildet wären.
 Loxodromische Weg eines Schiffes würde dann
 geradlinigt ausfallen, und sich also sehr
 verzeichnen und ausmessen lassen, wenn gleich
 Abbildung der Natur nicht gemäß wäre.
 Schiffer ist aber auch an dieser Aehnlichkeit
 mit

mit dem Originale nichts gelegen, wenn er nur den Zweck der leichten Verzeichnung des von dem Schiffe beschriebenen Weges erreichen, und sehr bequem diesen oder jenen Windstrich bezeichnen oder angeben kann, nach welchem er segeln will, oder schon einmahl gesegelt hat. Auf allen Charten, deren Meridiane convergiren, oder durch krumme Linien abgebildet sind, würde diese Forderung zu mühsam zu betwerfstelligen seyn, und man hat daher die mit parallelen Meridianen zum Behufe der Schifffarth eingeführt.

V. Wenn nun aber die Meridiane gleichlaufend, und zugleich auf den Parallelen senkrecht stehen sollen, so müssen auch letztere geradlinigt gezeichnet werden, und so würde denn zum Gebrauche des Schiffers die oben (§. 23.) erklärte Entwerfungsart sich ergeben.

Eine gerade Linie, z. E. ag , auf einer Charte, wie (Fig. XX.), würde alle Meridiane unter gleichen Winkeln, z. E. $gad = gi\gamma$, durchschneiden, und also den loxodromischen Weg eines Schiffes abbilden, welches unter einem Compassstriche cai aussegelte, und wäre nun z. E. dieser Winkel $= 45^\circ$ westlich von dem Meridiane ad , so würde ag der loxodromische Weg seyn, wenn der Schiffer beständig nach N. W. (Nordwest) von a aus-

ausgelegt. So würde jede andere gerade Linie, unter dem gehörigen Winkel gegen den Meridian des Orts der Ausfahrt gezogen, die Weltgegend, oder den Windstrich (*Rhumb*) bezeichnen, der unter diesen oder jenen Umständen verlangt würde.

§. 43.

Plancharten, Plattcharten.

(*Cartes planes.*)

I. Sind bey den Schiffern keine andern als die oben (§. 23.) erklärten. Ihre Verzeichnung ist die einfachste unter allen, und folglich auch für den Schiffer die bequemste, um den Ort seines Schiffes, so wie er ihn durch die geographische Länge und Breite desselben, durch Beobachtungen auf der See, gefunden hat, einzutragen. Sind ferner zwei Orter auf der Charte vorgegeben, so stellt die gerade Linie zwischen beyden, den loxodromischen Weg vor, dessen Compassstrich sich durch den Winkel dieser Linie mit den Meridianen der Charte ergibt. Um diese Compass- oder Windstriche, in Ansehung der Weltgegend, bequem angeben zu können, so wird an einem schicklichen Orte auf der Charte, am besten in der Mitte derselben, eine sogenannte Windrose (ein in 32 Theile eingetheiltes

theilten Kreis) gezeichnet, welcher die Hauptwind-
gegenden, Norden, Süden, Westen, Osten, in
die dazwischen fallenden als Nordost, Südost,
Nord-Nord-Ost u. dgl. durch Linien, welche über
den ganzen Raum der Charte von dem Mittelpunkt
dieser Rose auslaufen, darstellt.

II. Soll nun auf der Charte, von einem
gewissen Orte aus, ein Windstrich, z. E. S. O.
(Südost), markirt werden, längst dessen ein Schi-
fer segeln wollte, so zieht man durch diesen Punkt
auf der Charte, nur eine gleichlaufende Linie
mit der S. O. Linie der Windrose, so ist die Sache
geschehen.

III. Ist auf einem solchen Windstriche ein
gewisse Strecke Wegs zurückgelegt worden, so daß
man nur den, vermittelt der Logleine gemessenen
Weg, auf diesen Windstrich von dem Orte aus
wo sich das Schiff zuerst befand, in geographischen
oder Seemeilen, auftragen, so hat man den Punkt
auf der Charte, wo sich das Schiff, nach Zurück-
legung seines Weges, befindet, und so ist es dem
leicht, auf Charten dieser Art, die Aufgaben, die
dem Schiffer täglich vorkommen, aufzulösen.

IV. Weil indessen die Entwerfungsart (§. 23.)
darin zu sehr von der Natur abweicht, daß die
Grade auf den Parallelen nicht ihr richtiges Ver-
hält-

Verhältniß zu denen der Meridiane haben, so würde, wenn man nach (II. und III.) verführe, um den Ort des Schiffs zu bestimmen, die geographische Länge und Breite desselben sehr fehlerhaft ausfallen, so wie denn umgekehrt Orter, welche nach der richtig beobachteten Länge und Breite eingetragen worden wären, in Ansehung ihrer Distanzen unrichtig ausfallen würden. Auch könnten die Windstriche von einem Orte zu einem andern, nicht mehr mit denen auf der Kugel übereinstimmen.

1. Wäre z. E. (Fig. XX.) a der Ort eines Schiffs, und g ein anderer, der Unterschied der geographischen Breiten derselben $= \mu$ Grade, die Breite des Orts a $= \beta^\circ$, und der Unterschied ihrer Längen $= \lambda^\circ$, so ist in dem rechtwinklichten Dreiecke gad auf der Charte, die Distanz $ag = 15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$ geogr. Meilen (§. 25. 5.) Liegen nun a und g nicht zu weit auf der Kugel von einander entfernt (und dies ist allemahl der Fall, so lange der Schiffer unter einerley Windstriche fortsegelt, weil er, theils wegen der Ursache (§. 42. III.), theils wegen Klippen, Ströme, Untiefen u. dgl. nie lange einerley Cours beibehalten kann), so ist auf der Kugel die wahre Distanz ag ohne merklichen Fehler $= 15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \cos \beta^2)}$ (§. 17.), und demnach das ag auf der Charte sehr

sehr erheblich von dem ag auf der Kugel verschieden, so wie denn auch umgekehrt, wenn man auf den Windstrich ag , die Distanz ag richtig aufgetragen hätte, die geographische Länge und Breite von g sehr fehlerhaft herauskommen würde.

2. Für den Compassstrich, oder den Winkel gad auf der Charte, den ich ξ nennen will,

hätte man $\tan \xi = \frac{gd}{ad} = \frac{\lambda}{\mu}$. Hätte aber gd

das richtige Verhältniß gegen ad , so daß $gd = 15 \cdot \lambda \cos \beta$, und nicht bloß, wie hier auf der Charte $= 15 \cdot \lambda$ wäre, so wäre, wenn der wahre

Compassstrich $= \zeta$ hieße, $\tan \zeta = \frac{\lambda \cos \beta}{\mu}$,

und so würde denn, wenn z. B. $\gamma ad = \zeta$ der wahre Compassstrich wäre, sich die Tangente des falschen Compassstrichs gad zu der des wahren γad verhalten $= 1 : \cos \beta$, oder man hätte, für die Gleichung zwischen beiden

$$\tan \zeta = \tan \xi \cos \beta.$$

3. Wenn also a und g auf der Charte richtig nach Länge und Breite eingetragen wären, und der Schiffer wollte nun auf der Kugel, unter einem Compassstriche $gad = \xi$, den die Charte von a nach g anlegt, wirklich von a nach g segeln,

segeln, so würde er weit von der wahren Richtung abkommen, denn der wahre Compassstrich, unter welchem er absegeln mußte, wäre eigentlich der Winkel $\gamma ad = \zeta$, den man aus dem falschen, γad , und des Orts a geographischer Breite, nach der angegebenen Formel berechnen kann.

4. Für $\beta = 0$, d. h. nur allein unter dem Aequator, wird der Compassstrich auf der Charte mit dem auf der Kugel übereinkommen, und

$$\text{tang } \zeta = \text{tang } \xi = \frac{\lambda}{\mu} \text{ werden, welches auch}$$

der Fall für $\lambda = 0$ seyn würde, d. h. wenn ein Schiff in dem Meridiane selbst segelte.

5. Man sieht leicht, daß, wenn umgekehrt der Ort eines Schiffes, z. E. g , auf einer solchen Platt- oder Plancharte seine richtige Stelle, in Ansehung seiner geographischen Länge und Breite (so wie sie an dem Rande AB und AC der Charte angezeigt wird), erhalten soll, man nicht den wahren Windstrich, unter welchem man von a aus nach g , auf der Kugel fahren mußte, d. h. nicht den Winkel ζ an ad tragen darf, sondern vielmehr dag einem Winkel ξ gleich nehmen muß,

$$\text{dessen Tangente} = \frac{\text{tang } \zeta}{\cos \beta} \text{ wäre.}$$

6. Dann

6. Dann dürfte man auch auf a da g nicht die wahre Entfernung auf der Kugel (1.), sondern bloß die nach der Formel: $ag = 15 \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)} = 15 \mu \sqrt{(1 + \tan^2 \xi^2)} = 15 \mu \sec \xi$ gefundene, tragen, wenn g seine wahre Stelle, in Ansehung der Länge und Breite, auf der Charte erhalten sollte.

7. Um diese Rechnungen, die in der That sehr leicht sind, zu ersparen, pflegen die Schiffer sich einer Construction zu bedienen, die ich aber, da ich hier nicht die Schiffertunst lehre, übergehen muß. Man sehe indessen das weitere von dem Gebrauche der Plan- oder Plattcharten in Ksbls Steuermannskunst und andern Schriften, welche von der Schiffskunst handeln.

8. Man hat sich solcher Plattcharten schon seit langer Zeit auf der See bedient, oft ganz ohne alle Theorie derselben, und ohne Betrachtung des Fehlers, der entsteht, wenn die Windstriche und Distanzen auf der Charte für die wahren oder umgekehrt genommen werden. (*Encyclopaedie methodique. a Paris 1784. Mathematiques. art. Cartes hydrographiques.*) Die Ursache, warum man diese Fehler so lange nicht bemerkte, mag wohl die seyn, daß man gewöhnlich nicht lange auf einem und demselben Windstriche blieb, und

b wieder einlenkte, so bald die astronomischen
 obachtungen eine merkliche Abweichung des
 hiffs von der zu nehmenden Route anzeigten.
 e Abweichungen selbst schrieb man alsdann an-
 n Ursachen zu, z. E. der unrichtig bestimmten
 schwindigkeit des Schiffs, Strömen, die es
 lenkten u. dgl. Indessen werden auch noch ge-
 wärtig die Plancharten häufig auf kleinen
 ereisen gebraucht. Die Art, nach diesen Char-
 zu schiffen, nennen die Engländer Plain
 iling, die Franzosen naviger sur la plat.
 r Name Plancharten soll daher rühren, daß
 eine Art von Abwicklung der Kugelfläche in
 e Ebene darstellen. Wenn man sich nemlich

Meridiane als biegsame Linien, und die Pa-
 lalkreise als biegsame und dehnbare gedenkt,
 b nun die ganze Oberfläche der Kugel derges-
 t abwickelt, daß die Meridiane in gerade und
 alle Linien gebogen, und die Parallellkreise
 gestalt gedehnt werden, daß sie als gerade
 den Meridianen senkrechte Linien erscheinen,
 Oberfläche einer Halbkugel selbst aber zu
 em Rechteck werde, dessen Grundlinie dem Um-
 ge des Aequators, und die Höhe dem Qua-
 raten eines Meridians gleich werde, so soll
 se Abwicklung der Kugelfläche alsdann durch-
 jene

jene Plan- oder Plattcharten dargestellt werden. — Ob sie gleich als fehlerhaft schon vom Ptolomäus in seiner Geographie verworfen worden, so hat sie dennoch der Portugiesische Prinz Heinrich (1420), der die Insel Madera entdeckte, und den Weg nach Ostindien bahnte, in der Schiffskunst nützlich gefunden, und bey kleinen Seereisen empfohlen.

§. 44.

Mercators Seecharten.

I. Erst gegen die Mitte des 16ten Jahrhunderts wurde man auf die Fehler der bisherigen Plattcharten aufmerksam, und suchte denselben durch eine andere Einrichtung, wobei jedoch der Vortheil, die Meridiane als gleichlaufende Linien darzustellen, nicht verloren gieng, abzuhelfen. Gerhard Mercator, ein berühmter Niederländischer Geograph, und Eduard Wright, ein Engländer, bemerkten, daß die Fehler der Plattcharten bloß daher rührten, daß die Parallelgrade überall gleich groß, und nicht in dem gehörigen Verhältnisse zu denen des Meridians ständen. Allein da die Meridiane nicht gleichlaufend bleiben, folglich auch die Loxodromien nicht durch gerade Linien abgebildet werden könnten,

wenn

enn man die Parallelgrade, in dem Verhältnisse der Cosinuse der Breiten, nach den Polen zu nehmen lassen wollte, wie (Fig. XXIII.), so erfolgte man darauf, die Parallelgrade lieber von gleicher Größe zu lassen, und dagegen die Meridiangrade überall so zu ändern, daß sie das richtige Verhältniß zu den erstern behielten, und also wenigstens auf jedem einzelnen Vierecke des Netzes, u. den neben ihnen befindlichen Parallelgraden in Verhältnisse des Sinus totus zum Cosinus der geographischen Breite ständen, d. h. in dem Verhältnisse größer genommen würden, als die gleichgroßen Parallelgrade, in welchem diese auf der Kugel nach dem Pole zu, in Ansehung der Meridiangrade, abnehmen würden. Dies giebt demnach Charten mit wachsenden Meridian- aber unveränderlichen Parallelgraden, und darin besteht die wichtige Verbesserung, welche Mercator und Wright den Seecharten, zum Behufe der Schifffarth, gegeben haben.

II. Anstatt daß demnach auf den gewöhnlichen geographischen Charten, die Parallelgrade nach den Polen zu abnehmen, und die Meridiangrade durchgehends von einerley Größe genommen werden, läßt man auf den Seecharten die Parallelgrade durchgehends unveränderlich seyn, die

theilten Kreis) gezeichnet, welcher die Hauptwind-
gegenden, Norden, Süden, Westen, Osten, und
die dazwischen fallenden als Nordost, Südost u.
Nord-Nord-Ost u. dgl. durch Linien, welche über
den ganzen Raum der Charte von dem Mittelpunkte
dieser Rose auslaufen, darstellt.

II. Soll nun auf der Charte, von einem
gewissen Orte aus, ein Windstrich, z. E. S. O.
(Südost), markirt werden, längst dessen ein Schif-
fer segeln wollte, so zieht man durch diesen Punkt
auf der Charte, nur eine gleichlaufende Linie,
mit der S. O. Linie der Windrose, so ist die Sache
geschehen.

III. Ist auf einem solchen Windstriche eine
gewisse Strecke Wegs zurückgelegt worden, so darf
man nur den, vermittelt der Logleine gemessenen
Weg, auf diesen Windstrich von dem Orte aus,
wo sich das Schiff zuerst befand, in geographischen,
oder Seemeilen, auftragen, so hat man den Punkt
auf der Charte, wo sich das Schiff, nach Zurück-
legung seines Weges, befindet, und so ist es denn
leicht, auf Charten dieser Art, die Aufgaben, die
dem Schiffer täglich vorkommen, aufzulösen.

IV. Weil indessen die Entwerfungsart (§. 23.)
darin zu sehr von der Natur abweicht, daß die
Grade auf den Parallelen nicht ihr richtiges Ver-
hält-

uß zu denen der Meridiane haben, so würde, r man nach (II. und III.) verführe, um den des Schiffs zu bestimmen, die geographische e und Breite desselben sehr fehlerhaft ausfallen so wie denn umgekehrt Dexter, welche nach richtig beobachteten Länge und Breite eingegeben worden wären, in Ansehung ihrer Distanzen häufig ausfallen würden. Auch könnten die Abstriche von einem Orte zu einem andern, nicht mit denen auf der Kugel übereinstimmen.

1. Wäre z. E. (Fig. XX.) a der Ort eines Schiffs, und g ein anderer, der Unterschied der geographischen Breiten derselben $= \mu^\circ$ Grade, die Länge des Orts a $= \beta^\circ$, und der Unterschied der Längen $= \lambda^\circ$, so ist in dem rechtwinklichten Dreieck gad auf der Charte, die Distanz ag $= \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$ geogr. Meilen (S. 25. 5.) Wenn nun a und g nicht zu weit auf der Kugel einander entfernt (und dies ist allemahl der Fall, so lange der Schiffer unter einerley Windung fortsegelt, weil er, theils wegen der Ursache 42. III.), theils wegen Klippen, Ströme, Stürme u. dgl. nie lange einerley Cours beibehalten kann), so ist auf der Kugel die wahre Distanz ohne merklichen Fehler $= 15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \cos \beta^2)}$ (S. 17.), und demnach das ag auf der Charte sehr

2. Für den Compassstrich, oder den
 gad auf der Charte, den ich ξ nenne,
 hätte man $\text{tang } \xi = \frac{gd}{ad} = \frac{\lambda}{\mu}$. Hätte

das richtige Verhältniß gegen ad, so da
 $15 \cdot \lambda \cos \beta$, und nicht bloß, wie hier
 Charte $= 15 \cdot \lambda$ wäre, so wäre, wenn

Compassstrich $= \zeta$ hieße, $\text{tang } \zeta =$

und so würde denn, wenn ζ E. gad
 wahre Compassstrich wäre, sich die Tang
 falschen Compassstrichs gad zu der des wahren
 verhalten $= 1 : \cos \beta$, oder man hätte
 Gleichung zwischen beyden

$$\text{tang } \zeta = \text{tang } \xi \cos \beta.$$

, so würde er weit von der wahren Richtung
 men, denn der wahre Compassstrich, unter
 em er absegeln mußte, wäre eigentlich der
 el $\gamma ad = \zeta$, den man aus dem falschen,
 und des Orts a geographischer Breite, nach
 angegebenen Formel berechnen kann.

4. Für $\beta = 0$, d. h. nur allein unter dem
 ator, wird der Compassstrich auf der Charte
 dem auf der Kugel übereinkommen, und
 $\zeta = \text{tang } \xi = \frac{\lambda}{\mu}$ werden, welches auch
 fall für $\lambda = 0$ seyn würde, d. h. wenn ein
 f in dem Meridiane selbst segelte.

5. Man sieht leicht, daß, wenn umgekehrt
 Ort eines Schiffes, z. E. g., auf einer solchen
 :t. oder Plancharte seine richtige Stelle,
 isehung seiner geographischen Länge und Breite
 ste sie an dem Rande AB und AC der Charte
 eigt wird), erhalten soll, man nicht den
 en Windstrich, unter welchem man von a aus
 g. auf der Kugel fahren müßte, d. h.
 den Winkel ζ an ad tragen darf, sondern
 ehr dag einem Winkel ξ gleich nehmen muß,

$$\text{Tangente} = \frac{\text{tang } \zeta}{\cos \beta} \text{ wäre.}$$

6. Dann

6. Dann dürfte man auch aus a in g nicht die wahre Entfernung auf der Kugel (1.), sondern bloß die nach der Formel $ag = 15 \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)} = 15 \mu \sqrt{(1 + \tan^2 \xi)} = 15 \mu \sec \xi$ gefundene, tragen, wenn g seine wahre Stelle, in Ansehung der Länge und Breite, auf der Charte erhalten sollte.

7. Um diese Rechnungen, die in der That sehr leicht sind, zu ersparen, pflegen die Schiffer sich einer Construction zu bedienen, die ich aber, da ich hier nicht die Schifferkunst lehre, übergehen muß. Man sehe indessen das weitere von dem Gebrauche der Plan- oder Plattcharten in R. S. H. S. Creuermanns Kunst und andern Schriften, welche von der Schiffskunst handeln.

8. Man hat sich solcher Plattcharten schon seit langer Zeit auf der See bedient, oft ganz ohne alle Theorie derselben, und ohne Betrachtung des Fehlers, der entsteht, wenn die Windstriche und Distanzen auf der Charte für die wahren oder umgekehrt genommen werden. (*Encyclopaedie methodique. a Paris 1784. Mathematiques. art. Cartes hydrographiques.*) Die Ursache, warum man diese Fehler so lange nicht bemerkte, mag wohl die seyn, daß man gewöhnlich nicht lange auf einem und demselben Windstriche blieb,

und

Es wieder einlenkte, so half die astronomischen
 Beobachtungen eine merkliche Abweichung des
 Schiffs von der zu nehmenden Route anzeigten.
 Die Abweichungen selbst schrieb man alsdann an
 die Ursachen zu, z. E. der unrichtig bestimmten
 Geschwindigkeit des Schiffs, Strömen, die es
 lenkten u. dgl. Indessen werden auch noch ge-
 bräuchlich die Plancharten häufig auf kleinen
 Reisen gebraucht. Die Art, nach diesen Char-
 ten zu schiffen, nennen die Engländer Plain
 sailing, die Franzosen naviger sur la plat.
 Der Name Plancharten soll daher rühren, daß
 es eine Art von Abwickelung der Kugelfläche in
 eine Ebene darstellen. Wenn man sich nemlich
 die Meridiane als biegsame Linien, und die Pa-
 rallellkreise als biegsame und dehnbare gedenkt,
 so nun die ganze Oberfläche der Kugel derges-
 talt abwickelt, daß die Meridiane in gerade und
 parallele Linien gebogen, und die Parallellkreise
 gestreckt werden; daß sie als gerade
 zu den Meridianen senkrechte Linien erscheinen,
 so Oberfläche einer Halbkugel selbst aber zu
 einem Rechteck werde, dessen Grundlinie dem Um-
 fange des Äquators, und die Höhe dem Qua-
 dranten eines Meridians gleich werde, so soll
 diese Abwickelung der Kugelfläche alsdann durch-
 jene

deckte, und den Weg nach Ostindien bald
der Schiffskunst nützlich gefunden, und
nen Seereisen empfohlen.

§. 44.

Mercators Seecharten.

I. Erst gegen die Mitte des 16ten
hunderts wurde man auf die Fehler der
gen Plattcharten aufmerksam, und suchte
durch eine andere Einrichtung, wobei je
Vorthail, die Meridiane als gleichlaufen
darzustellen, nicht verloren gieng, ab
Gerhard Mercator, ein berühmter
ländischer Geograph, und Eduard W
ein Engländer, bemerkten, daß die ge
Plattcharten bloß daher rührten, daß die

enn man die Parallelgrade, in dem Verhältnisse der Cosinuste der Breiten, nach den Polen zu nehmen lassen wollte, wie (Fig. XXIII.), so fiel man darauf, die Parallelgrade lieber von gleicher Größe zu lassen, und dagegen die Meridiangrade überall so zu ändern, daß sie das richtige Verhältniß zu den erstern behielten, und also wenigstens auf jedem einzelnen Vierecke des Netzes, zu den neben ihnen befindlichen Parallelgraden in Verhältnisse des Sinus totus zum Cosinus der geographischen Breite ständen, d. h. in dem Verhältnisse größer genommen würden, als die gleichgroßen Parallelgrade, in welchem diese auf der Kugel nach dem Pole zu, in Ansehung der Meridiangrade, abnehmen würden. Dies giebt demnach Charten mit wachsenden Meridianen aber unveränderlichen Parallelgraden, und darin besteht die wichtige Verbesserung, welche Mercator und Wright den Seecharten, zum Behufe der Schifffarth, gegeben haben.

II. Anstatt daß demnach auf den gewöhnlichen geographischen Charten, die Parallelgrade nach den Polen zu abnehmen, und die Meridiangrade durchgehends von einerley Größe genommen werden, läßt man auf den Seecharten die Parallelgrade durchgehends unveränderlich seyn, die

φ	y	φ	y
33	2099,6	63	4905,8
34	5039,5	78	7744,6
35	5178,8	79	8045,7
36	5321,6	80	8375,3
37	5474,0	81	8739,1
38	5630,9	82	9145,6
39	5794,6	83	9605,9
40	5966,0	84	10137,0
41	6145,7	85	10764,7
42	6334,9	86	11532,6
43	6534,5	87	12512,3
44	6745,7	88	13916,6
45	6970,3	89	16299,8
46	7210,1	90	unendl.
47	7466,2		

XIII. Aus dieser Tafel kann man finden, wie viel Minuten des Aequators, und folglich auch, wie viel geographische Meilen auf Mercators Charte jeder Grad der Breite, oder jedes Meridiangrad, unter jedem Abstände vom Aequator fassen würde. Z. E.

Für $\varphi = 45^\circ$ ist $y = 3030,0$

$\varphi = 46^\circ$ ist $y = 3115,6$

Also wäre der Grad des Meridians dem 45ten bis 46ten Grad des Abstandes vom Aequator

=

lected), wovon die zweite vermehrte Ausgabe schon 1657 erschien.

Ich will nun, ehe ich die Verzeichnungsart der Seecharten lehre, noch einige theoretische Betrachtungen darüber voraus schicken.

IV. Es sey demnach (Fig. XXXII.) MN unbestimmt gezogene gerade Linie, ein beliebiger Meridian auf der Chartre, und ME, senkrecht MN, stelle ein Stück des Aequators, z. E. 1 Grad desselben, vor. Die Punkte A, B, C u. sollen auf MN dem ersten, zweiten, dritten u. Grade der Breite zugehören, und die Längen durch A, B, C u., oder Aa, Bb, Cc, u. seyen alle dem Grade der Länge ME auf dem Aequator gleich, so muß nach Mercators Grund-
 $MA : ME = \sec 1^\circ : 1$; also $MA = ME \sec 1^\circ$ seyn.

Eben so

$AB (od. ME) = \sec 2^\circ : 1$; also $AB = ME \sec 2^\circ$

so ferner $BC = ME \sec 3^\circ$. u.

Within

$$MC = MA + AB + BC$$

$$= ME (\sec 1^\circ + \sec 2^\circ + \sec 3^\circ)$$

u. überhaupt, wenn der Punkt N dem nten Grade der Breite zugehören sollte

$$= ME. (\sec 1^\circ + \sec 2^\circ + \sec 3^\circ \dots + \sec n^\circ)$$

die Summe aller Secanten von 0° bis an

V. Indessen soll Mercators Satz für die einzelnen Grade der Breite, durchaus für jede noch so kleinen Theilgraphischen Breite gelten. Wenn denn die geographischen Breiten nicht von Graden, sondern von Minuten zu Minuten würden, und die geographische Distanz vom Punkte N zugehörigen Punktes auf $\approx v$ Minuten wäre, so müßte man, auf der Charte zu finden, die Linie ME. Jetzt ebenfalls eine Minute des Aequators multipliciren in die Summe aller Secanten bis v Minuten, oder es wäre,

$$MN = ME (\sec 1' + \sec 2' + \sec 3' \dots)$$

Und wollte man MN noch genauer finden, die Summe aller Secanten von Secunden

einsetzen, wie man wenigstens belnahe den
h von MN, welcher einer gegebenen geogrä-
hen Breite zugehört, finden könnte. Die
pralrechnung lehrt dies auf einem viel kürzern
zu-beförstelligten. Das Verfahren ist fol-
s.

VII. Es sey X ein beliebiger Punkt auf dem
en Meridiane MN. Sein Abstand MX
dem Aequator ME sey auf der Charte = y ,
hm entspreche auf der Kugel die geographische
e φ . Nun sey $Xx = y + dy$, und dem
te x entspreche auf der Kugel die geographische
e $\varphi + d\varphi$, so ist, wenn der kleine Bogen $d\varphi$
der Kugel in Decimaltheilen des Halbmessers
inden wird, und man nun den Halbmesser der
in geogr. Meilen $= r$ setzt, der Ausdruck
das Element des Meridians auf der Kugel,
Meilen ausgedrückt.

VIII. Gedenkt man sich nun auf dem Aequa-
inen Bogen, dessen Werth in Meilen $= l$
, und hier in der Figur der Linie ME gleich
so würde der Werth dieses Bogens auf einem
Kel, dessen geographische Breite φ wäre, $=$
 $l \varphi$.

Wie sich also dieser Werth verhält zu dem
n Elemente des Meridians, also zu $rd\varphi$, so

fol

soß sich, nach Mercators Grundsätzen, die Linie ME, oder $XQ = \lambda$, zu dem Elemente dy des Charten-Meridians verhalten. Dies giebt also die Proportion

$$\lambda \cos \varphi : r d\varphi = \lambda : dy \text{ oder}$$

$$dy = r \cdot \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

welches integrirt den Werth von $MX = y$ geben wird, welcher jeder geographischen Breite φ auf der Kugel entspricht.

IX. Nun ist aber aus (Trig. S. XLVI. 3.), wenn a einen beliebigen Bogen bedeutet

$$\frac{d \log \tan a}{B} = \frac{a da}{\sin 2a}$$

wo, wenn die briggischen Logarithmen verstanden werden, $B = \frac{1}{A} = 0,43429 \dots$ (Trig.

S. XLV.), also $\frac{1}{B} = A = 2,30258 \dots$ gesetzt werden muß.

Demnach wenn man $a = 45^\circ + \frac{1}{2} \varphi$, also $da = \frac{1}{2} d\varphi$, und folglich $\sin 2a = \sin (90^\circ + \varphi) = \sin (90^\circ - \varphi) = \cos \varphi$ setzt

$$2,30258 \cdot d \log \text{brigg} \tan (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi) = \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

Dem

nach ist das Integral von $\frac{d\varphi}{\cos \varphi}$ gleich dem

natürlichen Logarithmen der Tangente von $45^\circ + \frac{1}{2}\varphi$,
multiplicirt mit dem Decimalbruche 2,30258...
Man hat man (VIII.)

$$= r \cdot 2,30258 \cdot \log \text{brigg tang} (45^\circ + \frac{1}{2}\varphi)$$

wenn man y in geographischen Meilen findet

$$r = 859,4366 \text{ (S. 34. VIII.)}, \text{ mithin wegen}$$

$$4366 \cdot 2,30258 \cdot = 1978,92$$

$$= 1978,92 \cdot \log \text{brigg tang} (45^\circ + \frac{1}{2}\varphi)$$

werden muß.

Der Logarithme von 1978,92 ist =

$$+ \log 2,30258 \cdot = 3,2964296 \text{ aus den}$$

natürlichen Tafeln.

X. Es erhellet also, wie man für jede geographische Breite φ , den zugehörigen Werth von y ohne Summierung der Secanten, durch Formel (IX.) finden kann. Hier ist ein Beispiel.

Gesetzt, man wolle $MX = y$ für den 45ten

der Breite finden, so ist $\varphi = 45^\circ$ und

$$\frac{1}{2}\varphi = 67\frac{1}{2}^\circ. \text{ Nun ist für den Sinus}$$

r , der briggische Logarithme der Tangente

$$17\frac{1}{2}^\circ = 10,3827757 - 10 = 0,3827757.$$

Den Decimalbruch müßte man also mit 1978,92

multipliren, um y in geographischen Meilen zu

erhalten.

erhalten. Um diese Multiplication zu erhalten ist aus Vegas Tafeln, mit Zuziehung der Proportionaltheile

$$\log 0,3827757 = 0,5829444 - 1$$

$$\log 1978,92 = 3,2964296 \text{ (IX.)}$$

$$\text{also } \log y = 2,8793740$$

$$\text{Demnach } y = 757,49 \text{ geogr. Meil.}$$

XI. Es viel Meilen müßte man also (XXXII.) von dem Punkte M des Aequators der Charte, bis an X herauf nehmen, weil Punkt X dem 45ten Grad der Breite zugehört sollte.

Bedeutet nun ME auf dem Aequator 1 Minute - $\frac{1}{4}$ geogr. Meil., so würde man Theile, wie ME, so viele von M nach X müssen, als der Ausdruck $4 \cdot 757,49$, oder Zahl 3029,96 angeben würde. D. h. man MX beinahe 3030 Minuten, oder $50\frac{1}{2}$ Theile des Aequators gleich nehmen. Die Grade an Meridiane MN wachsen also nach Mercators Verfertigungsart dergestalt vom Aequator M bis Punkte X, welcher dem 45ten Grad der Breite entspricht, daß MX schon $50\frac{1}{2}$ Aequatorsgleich wird, da hingegen, wenn die Grad Breite sich überall gleich verblieben, wie auf Plancharten. (S. 43.), MX nur 45 Aequ.

Betragen würde, vorausgesetzt, daß die Erde eine Kugel; und folglich die Äquatorgrade Meridiangraden gleich wären.

XII. Um die Addition der Secanten, oder die Rechnung nach (X.) zu ersparen, hat Tabellen berechnet, aus denen man für jede sphärische Breite φ sogleich den zugehörigen $\sec \varphi$ von MX oder y herausnehmen kann. Man findet diese Tafeln in Büchern, welche von der Kunst handeln; z. E. in Bouguer *traité de navigation*, nach der de la Caille'schen Ausgabe 1769, unter der Aufschrift: *Table des croissantes*, *Tables de croissantes* (Tables of meridional parts) bei den Engländern, z. E. in Robertsons *Elements of Navigation* ed. VI. carefully revised and corrected by William Wales. London 1796). Die Erde ist dabey für eine Kugel genommen. L'Abbé de Coluso, *de la navigation sur le spherioide elliptique, ses propriétés et son plus court chemin* in *Mem. de l'Ac. R. des sciences de Turin* 1789 giebt eine Tafel für die wachsenden Breiten durch alle Grade der Breite, in Secanten, und eine Tafel von Metzen auf dem Äquator in eben solchem Maße, wenn die Erde als eine

ein elliptisches Sphäroid betrachtet wird. *Neu-Schubert des cursus navis in sphaeroid elliptico in den Nov. act. Acad. Petrop.* Tom. VIII. 3794.

In Köhls Steuermannskunst, Greifswalde 1778, hat die XIII. Tafel die Aufschrift: *Tabelle für die Länge der Grade in den ausgedehnten Breiten, oder sogenannten Meridionaltheile.* Sie geht durch alle einzelnen Grade und Minuten der geographischen Breite von 0° bis 90° , und giebt die Werthe von M oder y in Minuten des Aequators an. B. E. für $\varphi = 45^{\circ}$ ist $y = 3030'$ angegeben, wie nach der Rechnung. (XI.). Will man die Werthe von y , in Meilen gebrauchen, so darf nur jedes y dieser Tafel mit 4 dividirt werden, weil 1 Minute des Aequators $= \frac{1}{4}$ geogr. Meile. Hier ist ein Auszug aus dieser Tafel nur für die einzelnen Grade der Breite.

φ	y	φ	y
0	0,0	2	220,0
1	60,0	3	180,1
4	240,2	34	2171,5
5	300,4	35	2244,3
6	360,7	36	2318,0
7	421,1	37	2392,7

φ	γ	φ	γ
8	481,6	38	2468,3
9	542,2	39	2545,0
10	603,1	40	2622,7
11	664,1	41	2701,6
12	725,3	42	2781,7
13	786,8	43	2863,1
14	848,5	44	2945,7
15	910,5	45	3030,0
16	972,8	46	3115,6
17	1035,3	47	3202,8
18	1098,2	48	3291,6
19	1161,5	49	3382,1
20	1225,1	50	3474,5
21	1289,2	51	3568,8
22	1353,7	52	3665,2
23	1418,7	53	3763,8
24	1484,1	54	3864,7
25	1550,0	55	3968,0
26	1616,5	56	4073,9
27	1683,6	57	4182,7
28	1751,2	58	4294,3
29	1819,5	59	4409,2
30	1888,4	60	4527,4
31	1958,1	61	4649,3
32	2028,4	62	4775,9

φ	y	φ	y
33	2099,6	63	490
64	5039,5	78	774
65	5178,8	79	804
66	5321,6	80	837
67	5474,0	81	871
68	5630,9	82	914
69	5794,6	83	960
70	5966,0	84	1013
71	6145,7	85	1076
72	6334,9	86	1153
73	6534,5	87	1251
74	6745,7	88	1391
75	6970,3	89	1629
76	7210,1	90	uner
77	7466,2		

XIII. Aus dieser Tafel kann man, wie viel Minuten des Aequators, und folglich wie viel geographische Meilen auf der Karte jeder Grad der Breite, oder jedes Längengrad, unter jedem Abstände vom Aequator fassen würde. B. E.

Für $\varphi = 45^\circ$ ist $y = 3030,0$

$\varphi = 46^\circ$ ist $y = 3115,6$

Also wäre der Grad des Meridians dem 46ten Grad des Abstandes vom Aequator

$115,6 - 3030,0 = 85,6$ Minuten =
geographische Meilen. Von 0° der Breite
würde man 60 Minuten, oder 15 geogr.
Meilen erhalten. Also würde unter dem 45ten
der Breite, ein Grad des Meridians auf
Mercators Charte schon um $21,4 - 15$, oder um
6 geogr. Meilen größer seyn, als unter dem
Äquator, unter 0° der Breite, und so wachsen
auch die Grade der Breite immer mehr und
nach dem Pole zu, und unter dem Pole selbst
würde der Meridiangrad unendlich werden. Jeder
Meridiangrad wird aber gegen den neben ihm be-
findlichen, immer von gleicher Größe bleibenden,
unveränderlichen Parallelgrad genau das Ver-
hältniß haben, welches auf der Kugel statt findet.

Man sieht hieraus, daß ein Land, welches
nach Mercators Art gezeichnet würde,
wahre Figur nicht behalten kann, sondern
den Polen zu immer mehr und mehr ausge-
zogen erscheinen muß, so wie die Meridiangrade
zunehmen. Allein so sehr es, im Ganzen genom-
men, von der Natur abweichen wird, so ist doch
jeder einzelne kleine Theil desselben, ohne merk-
lichen Fehler, dem Originale ähnlich, wenn man
es nach dem gehörigen Maasstabe beurtheilt. Man
kann sich vorstellen, daß der Maasstab, nach wel-
chem

rlänggrade sich gleich verbleiben. W
z. E. diejenigen Meilen, welche auf de
dem 15ten Theile eines Meridian
unter dem Aequator entsprechen,
Messung der Distanzen von Orten, we
schen dem 45ten und 46ten Grad de
fallen, anwenden, so würden diese Dista
zu groß ausfallen. Man würde z. E. wo
Orter in einerley Meridiane lägen,
eine unter dem 45ten Grad der Breite,
dere aber unter dem 46ten stiele, für die
derselben auf der Charte 21,4 geogr
Meilen nach diesem Maaßstabe finden,
wären diese beyden Orter auf der K
um 15 geographische Meilen von einan
fernt, und so würden denn auf eine ähnl
die Distanzen aller Orter. zwischen h

ichtig sollen messen lassen, man hier einen
 Maß anwenden müßte, auf welchem die Theile,
 Meilen bedeuten, nur größer gemacht wer-
 ßten, als diejenigen, welche unter dem
 vor Meilen vorstellen, und zwar in dem Ver-
 ße größer, in welchem des Meridiangrad
 dem 45ten Grad der Breite auf Mercators
 größer, als der unter dem Aequator ist,
 an darf nur den Grad auf der Charte, wel-
 on 45° bis 46° der Breite sich erstreckt, in
 iche Theile theilen, so hat man die Theile,
 innerhalb dieses Abstandes vom Aequator,
 graphischen Meilen vorstellen, und womit
 stanzen der Dörter gemessen werden können.
 so wächst demnach der Meilenmaßstab mit
 meridiangraden selbst; wird er aber in der ge-
 n Größe in jedem einzeln Vierecke
 jedes angewandt, so sind in demselben die
 icken der Dörter verhältnißmäßig, wie auf
 ugel, richtig, und das ganze Netz verhält sich
 am, als wenn man mehrere einzelne Stücke
 rbdfläche, jedes nach seinem Maßstabe
 ig gezeichnet, unter einander verbunden

Genau genommen, würde sich nun eigentlich
 tellenmaßstab von jedem Punkte des Meri-
 dian

plans zum nächstfolgenden ändern, und also nicht einmahl innerhalb eines Grades sich gleich verbleiben. So lange indessen diese Aenderung nicht groß ist, setzt man sie beyseite, um den Gebrauch der Seecharten nicht zu erschweren, bey welchen ohnehin nicht die größte Schärfe verlangt wird. Nur nahe bey den Polen, unter sehr großen geographischen Breiten, mögte selbst innerhalb eines Grades die Verschiedenheit des Meilenmaaßstabes in einige Betrachtung kommen. Der wichtigste Vortheil, den Schiffer von Charten, nach Mercators Entwerfungsart, haben, ist der Parallelismus der Meridiane, welcher gestattet, die Loxodromien geradlinigt zu zeichnen. Nach den bisherigen Vorbereitungen wird es nun leicht seyn, folgende Aufgabe aufzulösen.

§. 45.

Aufgabe. Ein Netz nach Mercators Grundsätzen zu zeichnen.

Auflös. I. Man ziehe durch die Mitte des zu entwerfenden Netzes eine gerade Linie MN, welche den mittelften Meridian der Charte vorstellen wird (Fig. XXXIII. Tab. III.)

II. Besetzt nun, das Netz sollte sich vom 10ten Grad südlicher Breite, bis zum 50ten nördlicher

erstrecken, und die beyden äußersten Meridiane sollten um 25 Grade der Länge, von dem mittelsten MN abstehen.

III. Man nehme auf MN an einer schicklichen Stelle einen Punkt o an, welcher zu 0 Grad der Breite gehören soll, durch welchen also der Aequator gezogen werden muß, welcher hier durch eine gerade, auf MN senkrecht stehende Linie IK abgebildet wird.

IV. Auf dieser Linie IK trage man, rechts und links von dem Punkte o aus, gleiche Theile, aus o in 5; 10; 15; 20; 25; deren jeder 5 Grade der Länge bezeichne, so hat man auf IK, von 25 bis 25, die 50 Grade der Länge, auf welche sich die Charte erstrecken soll (II.). Wenn es die Größe dieser Theile verstatet, kann man jeden noch in 5 kleinere Theile, oder noch in mehrere eintheilen, welche dann die einzelnen Grade der Länge und Theile derselben vorstellen. Durch die einzelnen Punkte, o; 5; 10; 15; 20; 25 der Linie IK ziehe man nun Parallellinien mit MN, so hat man die übrigen Meridiane der Charte.

V. Ich setze, daß nun ebenfalls von 5 zu 5 Graden der Breite, die Parallelen mit IK gezogen werden sollen.

Man suche demnach aus der Tafel (§. 44. XII.) von 5 zu 5 Graden der Breite, die Werthe von y ; so erhält man von 0° bis 5° , den Werth von $y = 300,4$ Minuten des Aequators, oder $\frac{300,4}{60}$, d. h. $5^\circ. 0'$ des Aequators. Von 0 bis 10° ist $y = 603,1$ M. $= 10^\circ. 3'$ des Aequators. (Ich lasse hier die Decimalthelle von Minuten weg, weil sie auf einer Charte, die sich auf so viel Grade der Breite erstreckt, nothwendig unsichtbar ausfallen müssen.) So erhält man denn ferner

Von 0° bis 15° der Breite;	$y = 15^\circ. 10'$
• 0 — 20 • •	$y = 20^\circ. 25'$
• 0 — 25 • •	$y = 25^\circ. 50'$
• 0 — 30 • •	$y = 31^\circ. 28'$
• 0 — 35 • •	$y = 37^\circ. 24'$
• 0 — 40 • •	$y = 43^\circ. 43'$
• 0 — 45 • •	$y = 50^\circ. 30'$
• 0 — 50 • •	$y = 57^\circ. 54'$

VI. Man trage also auf den Meridian MN aus 0 in $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ u. die Werthe von y für die nördlichen Breiten aufwärts, und bediene sich des Aequators IK, als eines Maassstabes, die Werthe von y in Graden und Minuten abzufassen. Neben die Punkte α, β, γ u. schreibe man Zahlen (welches auch an dem Rande der Charte geschehen

hen kann), um die geographischen Breiten zu
erken, welchen diese Punkte, oder die Parallelen
welche man durch sie zieht, zugehören. Eben
verfähre man für die südlichen Breiten, so wird
zeigen, wie auf MN die Meridionaltheile von
5, von 5 bis 10 u. nach den Polen zu immer
größer werden. Die Minuten beim Abfassen
Werthe von y werden nur nach dem Augens-
maß geschätzt, wenn die Grade des Maßstabes
der auch irgendwo anders auf der Charte ge-
zeichnet seyn kann, schon selbst sehr klein ausfallen.
Die Zeichnung groß gemacht, so kann man
Grade auf IK selbst noch in kleinere Theile
theilen.

VII. Man sieht leicht, daß, wenn auf der
urte der Aequator nicht selbst vorkommen, son-
st sich das Netz f. E. nur vom 20ten bis zum
ten Grad der Breite erstrecken sollte, man im
dem Falle nicht die Werthe von y geradezu,
sondern ihre Unterschiede von dem kleinsten be-
rücken (der der kleinsten geographischen Breite zu-
ört) auftragen müsse. D. h. wenn HG den
Parallel durch δ , den 20ten Grad der Breite, vor-
stelt (wo man HG eben so, wie IK, eingetheilt,
zum Maßstabe gebraucht), so nimmt man
 $= 0a - 0\delta = 25^{\circ}.50' - 20^{\circ}.25' = 5^{\circ}.25'$

Na 2

dann

n. VIII. Ist nun endlich, nach Ziehung
 Parallelen, das Netz vollendet, so zeich-
 net auch noch an einem schicklichen Orte ein
 rosette hinein, um die 32 Weltgegenden,
 Compasstriche angeben zu können. Hier
 Figur: ist aus a. der Kreis beschrieben,
 32 Theile (welches durch fortgesetzte H
 geschehen kann) getheilter Umfang, diese
 striche angezeigt. Aus dem Mittelpunkte die-
 ses zieht man durch die Theilpunkte Linien
 das ganze Netz, und schreibt neben sie die
 gegenden, deren hier nur einige benannt
 (Norden), NNO (Nord, Nord-Ost), NO
 Ost), NO $\frac{1}{4}$ O (Nord-Ost $\frac{1}{4}$ Osten) u. s. v.
 Benennung der westlichen Windstriche ist
 nur daß überall West statt Ost gesetzt wird
 Es versteht sich, daß bei der Eintheilung

af die Grade der Länge und Breite beziehen, wie gewöhnlich, in kleinere Theile getheilt werden.

IX. Bey dem Eintragen der Oerter nach der geographischen Länge und Breite verfährt man, wie schon oft in ähnlichen Fällen gezeigt worden, und wovon man leicht die Anwendung auf gegenwärtige Entwerfungsart machen kann.

X. Der Maafstab zu Messung der Distanzen, wie bereits oben erwähnt worden, in jedem andern Vierecke dieses Reges veränderlich, und stet sich nach der Größe des Meridiangrades in diesem Vierecke.

Setzen z. E. ein paar Oerter zwischen dem 10ten und 35ten Grad der Breite, so würde sich der Maafstab nach dem Meridionaltheil \sin auf der Karte richten. Theilte man ihn hier etwa in 5 gleiche Theile, so würde deren jeder einen Grad der Breite bedeuten, und wieder in 15 gleiche Theile eingetheilt werden müssen, um den Maafstab in die geographischen Meilen zur Messung der Distanzen, innerhalb des Raumes \sin zu erhalten. Da indessen aber schon zwischen dem 30ten und 35ten Grad der Breite, die einzeln Meridiangrade nicht mehr durchaus ohne Fehler von gleicher Länge sind, kommt es darauf an, ob ihre Ungleichheit in die

die Augen fallen würde, oder nicht. Ist das letztere, so theilte man nur gerade zu den Raum $\epsilon\eta$ in 5 gleiche Theile, und verführe, wie gezeigt worden. Wäre aber die Ungleichheit merklich, so müßte man aus der Tafel (§. 44. XII.) die Meridionaltheile selbst für die einzelnen Grade unmittelbar auftragen, und jeden alsdann für sich in 15 gleiche Theile eintheilen, um die geographischen Meilen zu erhalten. So ist z. E. vom 30ten Grad der Breite bis zum 31ten der Meridionaltheil $= 1958 - 1888 = 70 \text{ Min.} = 1^\circ. 10'$ des Aequators; und so vom 30ten bis zum 32ten Grad der Breite der Meridionaltheil $= 140' = 2^\circ. 20'$, welches denn bis zum 35ten Grad der Breite, der Ordnung nach folgende Meridionaltheile giebt, $1^\circ. 10'$; $2^\circ. 20'$; $3^\circ. 31'$; $4^\circ. 43'$; $5^\circ. 56'$, die man nach dem Maßstabe IK, von dem Punkte ϵ aufwärts, bis η tragen kann, um die einzelnen Grade zu erhalten, deren jeden man wieder in 15 Theile eintheile. Die Unterschiede dieser Meridionaltheile gehen in folgender Ordnung fort, $1^\circ. 10'$; $1^\circ. 11'$; $1^\circ. 12'$; $1^\circ. 13'$, welches zeigt, daß die einzelnen Grade innerhalb des Raumes $\epsilon\eta$, nur ohngefähr um 3 Minuten von einander abweichen, welches kaum in Betrachtung zu ziehen ist. Man würde daher, ohne merklichen Irrthum, hier den Raum $\epsilon\eta$

bloß

in 5 gleiche Theile eintheilen. Näher nach Pole zu würden aber die Differenzen merk-
 werden. Man könnte alsdann etwa den
 Kern Meridionaltheil (z. E. in obigen
 spielen von 1° . $12'$) zur Construction des
 Maassstabes anwenden.

XI. Auf der See bedient man sich gewöhnlich
 Seemeilen, deren bald 20, bald eine an-
 Anzahl auf einen Grad gehen (§. 11.), daher
 sich denn hiernach bey der Eintheilung der
 zu richten hat, wenn die Distanzen der Oer-
 Seemeilen bestimmt werden sollen.

XII. Sollte nun auf dem Meere die Distanz
 der Oerter, z. B. B und A, also die gerade
 BA auf der Charte gemessen werden, so
 man das Stück Bp, nach dem Meilenmaass,
 wie er zwischen dem 15ten und 20ten Grad
 Breite statt findet, dann das Stück pr, nach
 Maassstabe zwischen dem 20ten und 25ten
 der Breite, und endlich das Stück rA nach
 en, wie sie zwischen dem 25ten und 30ten
 der Breite statt finden, so giebt die erhaltene
 me von Meilen, die verlangte Distanz BA,
 a die geographischen Breiten der Oerter B,
 nicht zu groß, und nicht zu sehr von einander
 schieden sind, so kann man BA schlechweg,
 nach

nach dem Meilenmaaßstabe, wie er ohngefähr der mittlern geographischen Breite der beyden Orter entsprechen würde, also hier ohngefähr nach dem Meilenmaaßstabe, der dem 23ten Grad der Breite zugehörte, messen.

Man kann der Charte die verschiedenen Meilenmaaßstäbe beysügen, so wie sie unter diesen oder jenen Graden der Breite statt finden, welches zur Messung der Distanzen sehr bequem ist.

§. 46.

I. Der Schiffer kann nunmehr, vermittelt einer Charte dieser Art, die Aufgaben, die ihm auf der See vorkommen, genauer, als auf den Plattcharten, durch Zeichnung auflösen. — Solche geographische Operationen heißen in der Seemannssprache *Besteck setzen*. Er muß dergleichen so oft, als thünlich ist, vornehmen.

Gesetzt, er wolle z. E. von einem Orte A, der unter dem 12ten Grade westlicher Länge (von dem Meridiane MN angerechnet) und unter dem $27\frac{1}{2}^{\circ}$ nördlicher Breite läge, nach einem andern B segeln, der unter dem 15ten Grad östlicher Länge und dem 15ten der nördlichen Breite läge. Es fragt sich, unter welchem Compassstrich er von A nach B segeln muß.

Er würde dies finden, wenn er mit AB durch den Mittelpunkt der Windrose, eine Parallellinie an auf der Charte zöge, und nachsähe, auf welchen oder zwischen welche Compassstriche die Linie an fiel. Hier würde sie ohngefähr in die Mitte zwischen SO $\frac{1}{4}$ O und OSO fallen. Verlangte man den Winkel Man, den an mit den Meridianen der Charte machen würde, in Graden, so wäre er

$$= (5 + \frac{1}{2}) \cdot \frac{90^\circ}{8} = \frac{11}{16} \cdot 90^\circ = 61\frac{7}{8} \text{ Grade.}$$

Man muß überlegen, daß jeder Strich der Windrose hier mit dem nächstfolgenden einen Winkel von

$$\frac{360^\circ}{32} = \frac{90^\circ}{8} = 11\frac{1}{4}^\circ \text{ macht. Es ist unbequem,}$$

daß die Schiffer den Umfang der Windrose nicht auf eine andere Art einzutheilen gewohnt sind, z. B. etwa in 36, so daß jeder Strich mit dem nächsten eine ganze Zahl von Graden machte.

II. Die Distanz AB zu messen, würde man hier ohngefähr die Meilen zwischen dem 20ten und 25ten Grad der Breite gebrauchen, und demnach die Linie da, welche 5 . 15 oder 75 Meilen bedeuten würde, so oft es anginge, auf AB tragen, so würde sich, so genau es hier im Kleinen auf der Charte geschehen kann, AB ohngefähr $\approx 422\frac{1}{2}$ geogr. Meil. finden.

III. Ge

III. Genauer würde man AB aus dem Compaßstriche bey A, und dem Unterschiede der geographischen Breiten beyder Oerter, oder auch aus dem Unterschiede ihrer geographischen Breiten und Längen, durch Rechnung finden. Die Formeln dazu sind folgende:

Man fälle von A auf den Parallel durch B ein Perpendikel AC, so hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke CAB, in welchem ich den Compaßtrich, oder den Winkel $CAB = \psi$, und AC, oder den Unterschied der geographischen Breiten in Meilen verwandelt $= b$, und CB oder den Unterschied der geographischen Längen, auf dem Parallel durch B genommen, und nach der Tafel (§. 12.) in Meilen ausgedrückt $= a$ nennen will, folgende Gleichungen

$$\text{tang } \psi = \frac{a}{b}$$

$$c = b \sec \psi$$

$$c = a \operatorname{cosec} \psi$$

$$c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

Exemp. Nach obigen Datis (I.) wäre $AC = 27\frac{1}{2}^\circ - 15^\circ = 12\frac{1}{2}^\circ = 12\frac{1}{2} \cdot 15 = 187,5$ Meilen $= b$; Ferner $BC = a = 12^\circ + 15^\circ = 27^\circ = 27 \cdot 14,488$ Meilen (weil des Parallels BC geographische Breite $= 15^\circ$ und nach (§. 12.) unter

der Breite ein Grad des Parallels = 38 Meil.), also $a = 391,1$ Meilen. Hier ergibt sich erstlich für den Compassstrich, unter dem man von A aus nach B segeln würde

$$\log a = 2,5922878$$

$$\log b = \underline{2,2730013}$$

$$\log \tan \psi = 10,3192865$$

der Compassstrich = $64^\circ. 23'$ (nach Osten).

Dann weiter

$$\log \sec \psi = 10,3633769 - 10$$

$$\log b = \underline{2,2730013}$$

$$\log c = 2,6363782$$

$$\text{also } c = 432,9 \text{ Meilen.}$$

Leichtlich giebt die Rechnung alles viel schärfer, die Messung auf der Charte (I. II.).

IV. Indessen begnügen sich die Schiffer gewöhnlich mit den Resultaten, wie sie die Zeichnung giebt. Man sieht übrigens leicht, daß, wenn in rechtwinklichten Dreiecke CAB, oder den Zeichnungen (III.) die ihm zugehören, zwei Stücke bekannt sind, sich die übrigen daraus finden lassen; giebt mehrere Aufgaben, die man in Schriften über die Schiffskunst findet, hier aber keiner Erläuterung bedürfen. (Man sehe Kählschiermanns Kunst S. 86. 10.) Indessen wird

wird doch bey Bestimmungen dieser Art immer noch vorausgesetzt werden müssen, daß die Oerter A und B nicht gar zu weit von einander entfernt sind, denn sonst darf man selbst den Triangel CAB nicht mehr für geradlinigt auf der Kugel annehmen, oder vielmehr, es würde fehlerhaft seyn, den Compassstrich, oder den Winkel CAB, wie ihn die Rechnung (III.) geben würde, für den wahren auf der Kugel, welchen nemlich ein größter Kreis durch A und B, mit dem Meridiane durch A machen würde, zu nehmen, weil der sphärische Winkel CAB auf der Kugel, dem geradlinigten CAB auf der Charte nicht gleich seyn kann. Dem Schiffer kommt es aber auch hiebey auf die größte Schärfe nicht an, weil doch die wahre Stelle des Schiffs immer wieder durch astronomische Beobachtungen von Zeit zu Zeit berichtigt werden muß. So lange das Schiff einerley Cours behält, ist es immer verstatet, die Aufgaben so aufzulösen, wie es die Formeln (III.) mit sich bringen.

V. Nicht auf allen Schiffercharten findet man das Netz, wie (Fig. XXXIII.), ganz ausgezeichnet. Indessen sollten doch wenigstens an dem Rande der Charte die Theilpunkte für die Grade der Länge und Breite, durch welche man die Parallelen und Meridiane erforderlichen Falles ziehen könnte, be-
merkt

seht. Auf einer Charte vom Caspischen, welche ich vom Hrn. de l'Isle vor mir habe *la marine de la mer caspienne, levée* *sur les ordres de sa Majesté Szarienne* Mr. Vanverden *en 1719, 20 et 21* suite au Meridien de Paris par G. de , sind zwar an dem Rande die Grade und an der Breite bemerkt, aber nur ein Meridian 47° ostwärts von Paris ist darauf en, übriges sind weder Parallelen, noch Meridiane wirklich ausgezogen, auch nicht die Punkte oder Grade der Länge be- durch welche diese Meridiane gezogen werden. Eben so auf einer Charte des mittellän- Meeres von Hrn. Maurepas. Auf vielen irten sind auch nicht einmal die Grade der an dem Rande bemerkt. Sie bestehen bloß en Linien, welche nach dem Compasse die genden und Hauptwinde anzeigen, werden *mappae compositae per rhom-* *et distantias* genannt, d. h. die Lagen der sind darauf bloß nach dem Compassstrichent istanzen bestimmt worden. Wie man daraus die Unterschiede der Längen und Breiten der finden können, wenn es nöthig wäre, dazu n die Formeln (III.) den Weg weisen. Doch

müßte

also den Werth von $a = \frac{1}{\cos \psi}$

und Minuten verwandeln zu können.

VI. Hingegen auf einer andern sehr
Charte von Hrn. *Maurcpas*, *Carte rec-*
l'Archipel pour servir aux Vaisseau
Roi, *dressée au dépôt des cartes*
et journeaux de la Marine 1738,
und unten auch die Abtheilungen angebracht,
welche man, vermittlest Anlegung eines
die Meridiane ziehen, und die Längen der
Charte angegebenen Orter angeben kann,
freylieh für den, der eine solche Charte zu
als Schiffergebrauch, anwenden will, sehr
ist; und eigentlich sollten alle Seecharten,
den englischen zu geschehen pflegt, an den
mit den Graden der Länge und Breite geh

Der Seecharten, sowohl einzelner, als großer
 m, ist keine geringe Anzahl. Eine sehr
 Charte, nach Mercators Art, ist *A Chart*
of the World, upon Mercators projec-
tion shewing all the new discoveries to
the present time, with the tracts of the
most distinguished navigators since the
— carefully collected from the best
Maps, Voyages etc. exstant and
corrected from the accurate astronomical
observations made in the three Voyages,
performed under the Command of Capt.
J. Cook in the Years 1768 — 80. com-
manded and published by A. Arrowsmith Geo-
grapher 1790. 8 Blätter in Landchartenformat.
 Dieser Blätter enthält bloß Maßstäbe, oder
 für die Messung der Distanzen unter den
 ebenen Graden der Breite (§. 45. XII.),
 in anderes zwei besondere Theile der Erde,
 eben von der Generalcharte, um mehreren
 nungen ein Genüge zu leisten.

Sehr ausführlich ist der vortreffliche *Atlante*
ultimo del Regno di Napoli, disegnato
Ordine del Re, da Gio. Antonio Riz-
manoni, Geografo Regio. — — Der
 Maßstab dieser Charten ist so groß, daß 1 Minute

(ble

(die 7000 neapolitanische Palmen beträgt) auf den Parallelen der Charte $6\frac{1}{2}$ pariser Linien Durchmesser beträgt. Der ganze Atlas ist übrigens mit wachsenden Breiten.

Zu Herrn Prof. Klügels Encyclopädie hat Herr Prof. Bode in Berlin eine Weltkarte nach Mercators Art, gezeichnet. Man s. auch den von der Königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin herausgegebenen Seeatlas von 12 Blättern, nebst einer allgemeinen Weltkarte. *Nouvel Atlas de Marine . . par Isaak Broukner . . approuvé par l'Ac. R. des Sc. de Berlin 1749*.

Bei den Schiffen werden Charten mit wachsenden Breiten auch reducirte genannt. Die Art, nach denselben zu schiffen, heißt bei den Engländern Mercators Sailing, bei den Franzosen naviger par le reduit, oder sur le rond, (die Runden-Schiffahrt, um sie von den Blättern (S. 43.) zu unterscheiden, und weil auf Mercators Charten der Weg des Schiffes auf der Kugel, oder auf der Kugel, genau bestimmt werden kann, als es die Plancharten vermögen). Von den Schiffen wurden die reducirte Charten zuerst im Jahr 1650 eingeführt. Sie sind ursprünglich der Plancharten sehr verschieden.

Ein Geograph, der sich der Seecharten, als Hilfsmittel zur Zeichnung der Landkarten, z. E. bey Bestimmung der Küsten etc. bedienen will, muß die Theorie der erstern, und ihre Einrichtung kennen. Das bisherige wird hoffentlich künftig zu diesem Zwecke seyn.

§. 47.

Die, worauf jedes Land, oder jedes Stück der Erbofläche, nach seinem wahren Flächenraume dargestellt wird.

I Die bisher beygebrachten Entwerfungsarten waren so beschaffen, daß sie zwar mehreren Bedingungen ein Genüge leisteten, aber nicht gerade mahl derjenigen, daß die Flächenräume der Länder ihr richtiges Verhältniß unter sich erhielten. So fallen z. E. die Länder auf Mercators Mappe, bey den Polen zu, merklich zu groß aus, wenn man ihren Inhalt nach dem Meilenmaaßstabe, der unter dem Aequator statt findet, berechnet. Der Maaßstab, zur Berechnung und Vergleichung der Flächenräume einzelner Theile einer Charten, müßte begreiflich nach den Polen eben so zunehmen, als derjenige, womit man Distanzen mißt (§. 45. X.), welches bey der Berechnung solcher Flächenräume etwas unbequem ist.

Ist nemlich der Halbmesser der Erde $= r$,
 h der Umfang des Aequators $= 2r\pi$, wo π
 wolphische Zahl bedeutet, so ist der Inhalt
 Zone, vom Aequator bis an einen Parallel
 dessen geographische Breite $= \varphi$ ist, $=$
 $\sin \varphi$ (§. 20.) $= 2r\pi \cdot r \sin \varphi$, d. h. $=$
 Rechtecke, dessen Grundlinie dem Umfange
 Aequators, die Höhe aber dem Halbmesser der
 multiplicirt in den Sinus der geographischen
 φ , gleich ist.

IV. Jede Zone läßt sich also als ein solches
 zeichnen, und folglich auch jedes Stück
 den, das zwischen zwey Meridianen enthalten
 wenn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
 nimmt, welche sich zum Umfange des Aequa-
 wie der Unterschied dieser Meridiane zu
 , verhält.

V. Um für jedes φ , die Höhe des Rechtecks,
 der Zone gleich ist, oder den Werth von
 $\sin \varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmesser der
 in geographischen Meilen ausgedrückt sey, so
 man sich dazu derjenigen Tafel bedienen,
 e bereits in verschiedenen geographischen Bü-
 vorkommt, und die Halbmesser der Parallel-
 auf der Kugel, unter jeder geographischen
 e angiebt. Da nemlich der Halbmesser eines

ist. Wenn demnach die Frage wäre, die Karten so zu entwerfen, daß alle einzelnen Theile derselben nach einerley Maßstabe, und wie eine Figur in der Geometrie, sich sollen benehmen, und richtig vergleichen lassen, so muß die Entwerfungsart besonders dazu eingerichtet werden.

II. Man kann dieser Frage auf mehr Arten ein Genüge leisten, wohn-gewissermaßen auch schon die oben angeführte Entwerfungsart (§. 40. II.) gehört. Die allgemeine Aufsicht dieser Aufgabe ist aber hier von keinem Nutzen, wenn sie auf Constructionen führt, welche für die Ausübung zu weitläufig sind.

Allgemeine analytische Untersuchungen darüber kann man indessen in einer Abhandlung von *Euler's de repraesentatione superficiei sphaericae super plano* (Comm. Ac. Pet. ad annum 1777. P. I. pag. 107. sq.) nachsehen. Hier genüget es, einige der leichtesten von der gehörigen Entwerfungsarten beizubringen.

III. Das erste Verfahren gründet sich darauf, daß die einzelnen Zonen von dem Aequator nach den Polen zu, in Abicht auf ihren Quadratinhalt, sich verhalten, wie die Sinusse der geographischen Breiten, ihrer obern Parallelsreise.

ist nemlich der Halbmesser der Erde $= r$,
 der Umfang des Aequators $= 2r\pi$, wo π
 olympische Zahl bedeutet, so ist der Inhalt
 einer Zone, vom Aequator bis an einen Parallel
 dessen geographische Breite $= \varphi$ ist, $=$
 $\sin \varphi$ (§. 20.) $= 2r\pi \cdot r \sin \varphi$, d. h. $=$
 Rechtecke, dessen Grundlinie dem Umfange
 des Aequators, die Höhe aber dem Halbmesser der
 Erde multiplicirt in den Sinus der geographischen
 Breite φ , gleich ist.

V. Jede Zone läßt sich also als ein solches
 Rechteck zeichnen, und folglich auch jedes Stück
 einer Zone, das zwischen zwey Meridianen enthalten
 ist. Wenn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
 Linie nimmt, welche sich zum Umfange des Aequators
 wie der Unterschied dieser Meridiane zu
 verhält.

VI. Um für jedes φ , die Höhe des Rechtecks,
 oder den Werth von $\sin \varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmesser der
 Erde in geographischen Meilen ausgedrückt sey, so
 man sich dazu derjenigen Tafel bedienen,
 welche bereits in verschiedenen geographischen Büchern
 vorkommt, und die Halbmesser der Parallelen
 auf der Kugel, unter jeder geographischen
 Breite angiebt. Da nemlich der Halbmesser eines

Parallalkreis auf der Kugel $= r \cos \alpha$ ist, n
 α die geographische Breite des Parallels bede
 diese Formel aber der $r \sin \varphi$ ähnlich ist, nur
 $\alpha = 90^\circ - \varphi$ gesetzt werden müßte, so
 man aus der Tafel, welche die Werthe von $r \cos$
 oder die Halbmesser der Parallelkreise angiebt,
 der Ordnung nach die Werthe für $\alpha = 0^\circ$;
 2° ; 3° ; 4° &c. nehmen, um diejenigen zu er
 ten, welche der Formel $r \sin \varphi$ für $\varphi = 9$
 89° ; 88° ; 87° &c. zukommen würden.

VI. Da diese Tafel in der Folge auch n
 ben verschiedenen andern Gelegenheiten gebrau
 wird, so theile ich sie hier durch alle einzeln
 Grade aus Funks Anfangsgründen d
 mathemat. Geographie (S. 125.) mit.

φ	$r \sin \varphi$	φ	$r \sin \varphi$
0	geogr. M.	10	149,32
1	15,01	11	164,07
2	30,01	12	178,78
3	45,00	13	193,43
4	60,00	14	208,02
5	74,94	15	222,55
6	89,89	16	237,01
7	104,79	17	251,40
8	119,67	18	265,71
9	134,51	19	279,95

ϕ	$r \sin \phi$	ϕ	$r \sin \phi$
20	294,09	45	608,02
21	308,05	46	618,54
22	322,11	47	628,87
23	335,98	48	639,01
24	349,74	49	648,95
25	363,40	50	658,70
26	376,94	51	668,25
27	390,37	52	677,59
28	403,68	53	686,72
29	416,87	54	695,65
30	429,93	55	704,36
31	442,87	56	712,86
32	455,66	57	721,15
33	468,32	58	729,21
34	480,83	59	737,05
35	493,20	60	744,67
36	505,42	61	752,06
37	517,48	62	759,22
38	529,39	63	766,15
39	541,13	64	772,85
40	552,71	65	779,31
41	564,13	66	785,53
42	575,36	67	791,51
43	586,43	68	797,26
44	597,32	69	802,76

φ	$r \sin \varphi$	φ	$r \sin \varphi$
70	808,01	81	849,28
71	813,02	82	851,50
72	817,79	83	853,46
73	822,30	84	855,16
74	826,56	85	856,60
75	830,57	86	857,77
76	834,33	87	858,69
77	837,83	88	859,34
78	841,08	89	859,74
79	844,07	90	859,87
80	846,89		

VII. Hr. Funk setzt in seiner Tafel, die nur alle halben Grade geht, für $\alpha = 0^\circ$, also für mein $\varphi = 90^\circ$, den Halbmesser der Erde = 859,87. Dies ist in Decimaltheilen etwas verschieden von dem oben (§. 34. VII.) gefunden $r = 859,4366$, und rührt ohnstreitig daher, weil er bei der Berechnung dieses Halbmessers aus dem Umfange der Erde $= 15.360 = 540$ geogr. Meilen, nicht Decimaltheile genug von der Eudolphischen Zahl π genommen hat. Dies hat denn auf die übrigen Zahlen dieser Tafel den Einfluß, daß sie in Decimaltheilen etwas unrichtig sind und in dem Verhältnisse $859,87 : 859,4366$ verkleinert werden müßten, um die wahren Werte

in ϕ für $r = 859,4366$ zu erhalten.

Ist der Fehler für die gegenwärtige Absicht von keiner Erheblichkeit, und ich habe daher nicht übernehmen wollen, eine andere berechnen, weil Decimaltheile von Meilen wenigstens Fällen aufgetragen werden, und Funks Zahlen sich doch wie die wahren halten.

III. Aus dem bisherigen wird sich nun lassen, wie auf einer Ebene ein Rechteck sein wäre, dessen Flächenraum einer voran Zone auf der Kugel gleich sey, und überhaupt ein Netz zu einer Charte entworfen könne, daß eines hineingezeichneten Flächeninhalt, nach einerley Maaßstabe, als wie eine Figur in der Geometrie betrachtet werden könne, das Land mag sich über den großen Theil der Erdoberfläche, als man strecken.

§. 48.

Aufgabe. Ein Netz zu zeichnen, das der eben angeführten Bedingung in Genüge leistet.

Aufl. I. Gesezt, es solle sich vom Aequator zum 90ten Grad der Breite, also bis zum Pole

Wole erstrecken, und zwar von 5 zu 5 Graden der Länge und Breite aufgetragen werden.

II. Man ziehe demnach auf dem Papiere (Fig. XXXIV.) eine gerade Linie MN, welche den mittelften Meridian des Reges vorstelle, und durch M ein Perpendikel AB, welches den Aequator bedeute.

III. $\mu\nu$ sey ein Maassstab für die geographischen Meilen; die größern Theile bedeuten hier allemahl, wie die Zahlen ausweisen, 100 solchen Meilen; der äußerste Theil ist wieder von 10 zu 10 Meilen abgetheilt. Einzelne Meilen lassen sich hier, da die Zeichnung so klein gemacht wird, höchstens nur nach dem Augenmaasse schätzen, Decimalthelle von Meilen fallen ganz weg.

IV. Man fasse von dem Maassstabe erstlich 5 . 15 oder 75, dann 10 . 15 oder 150; hiereuf 20 . 15 oder 300 Meilen u. s. w. ab, und trage sie von M aus, rechts und links nach A und B zu, so erhält man von 5 zu 5 Graden die Abtheilung des Aequators, und jeder der gleichen Theile auf AB wird dann 5 Grade, oder 75 Meilen bedeuten.

V. Nun trage man von M aufwärts nach N zu, von 5 zu 5 Graden, die Werthe von $r \sin \phi$ aus der Tafel (§. 47.), d. i. man mache

Ma

$Ma = 74,94$ Meilen des Maßstabes $\mu\nu$

$Nb = 149,32$ „ „ „ „ —

$Nc = 222,55$ „ „ „ „ —

$Nd = 294,09$ „ „ „ „ —

u. s. w.

$AN = 859,87$ „ „ „ „ —

steht sich, überall die Decimaltheile von Meilen gelassen, weil man sie hier wegen der geringen Größe des Maßstabes nicht abfassen kann, so sind ab , bc , cd u. allemahl 5 Grade des Meiles, welche, wie man hier sieht, nach dem Polk immer kleiner und kleiner werden.

VI. Man ziehe hierauf durch die Theilpunkte AB Parallelen mit MN , und durch die auf N Parallelen mit AB , so ist das Netz gezeichnet, in welches man hierauf jeden Ort, nach Angabe seiner geographischen Länge und Breite, eintragen kann. Hier erstreckt sich das Netz auf Grade der Länge. Man kann neben die Seitenlinien des Parallelograms Zahlen schreiben, welche die Längen und Breiten bezeichnen, und 5 Grade der Länge und Breite für sich noch weiter in kleinere Theile, zum Behufe des Eintrags der Orter, eintheilen.

VII. Dieses Netz wird der Bedingung eintüchtige leisten, daß jedes Rechteck desselben, z. E.

ABLK,

(die 7000 neapolitanische Palmen beträgt) auf den Parallelen der Charte $6\frac{1}{2}$ pariser Linien Quadratkmalmaaß beträgt. Der ganze Atlas ist übrigens mit wachsenden Breiten.

Zu Herrn Prof. Klügels Encyclopädie hat Herr Prof. Bode in Berlin eine Weltkarte, nach Mercators Art, gezeichnet. Man s. auch den von der königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin herausgegebenen Seeatlas von 12 Blättern, nebst einer allgemeinen Weltkarte. *Nouvel Atlas de Marine . . par Isaac Brouhner . . approuvé par l'Ac. R. des Sc. de Berlin 1749.*

Bei den Schiffen werden Charten mit wachsenden Breiten auch *reducirte* genannt. Die Art, nach denselben zu schiffen, heißt bei den Engländern *Mercators Sailing*, bei den Franzosen *naviger par le reduit*, oder *sur le rond* (die Runden-Schiffarth, um sie von der Plattten (S. 43.) zu unterscheiden, und weil auf Mercators Charten der Weg des Schiffes auf der Kugel, oder auf der Runde, genauer bestimmt werden kann, als es die Plattcharten verstaten). Bei den Schiffen wurden die reducirten Charten ohngefähr erst ums Jahr 1630 eingeführt. Sie sind ohnstreitig den Plattcharten weit vorzuziehen.

Ein Geograph, der sich der Seecharten, als Hilfsmittel zur Zeichnung der Landkarten, z. E. bey Bestimmung der Küsten etc. bedienen will, muß die Theorie der erstern, und ihre Einwirkung kennen. Das bisherige wird hoffentlich länglich zu diesem Zwecke seyn.

§. 47.

ke, worauf jedes Land, oder jedes Stück Erdoberfläche, nach seinem wahren Flächenräume dargestellt wird.

I. Die bisher beygebrachten Entwerfungsarten waren so beschaffen, daß sie zwar mehreren Bedingungen ein Genüge leisteten, aber nicht gerade mahl derjenigen, daß die Flächenräume beyder ihr richtiges Verhältniß unter sich erhielten. Es fallen z. E. die Länder auf Mercators Netz, bey den Polen zu, merklich zu groß aus, wenn man ihren Inhalt nach dem Meilenmaaßstabe, der unter dem Äquator statt findet, berechnet will. Der Maaßstab, zur Berechnung und Vergleichung der Flächenräume einzelner Theile einer Karte, müßte begreiflich nach den Polen eben so zunehmen, als derjenige, womit man Distanzen mißt (§. 45. X.), welches bey der Berechnung solcher Flächenräume etwas unbequem

ist. Wenn demnach die Frage wäre, die Erdoberfläche so zu entwerfen, daß alle einzelne Stücke derselben nach einerley Maassstabe, und wie eine Figur in der Geometrie, sich sollen berechnen, und richtig vergleichen lassen, so muß diese Entwerfungsart besonders dazu eingerichtet werden.

II. Man kann dieser Frage auf mehrere Arten ein Geulge leisten, wohin gewissermaassen auch schon die oben angeführte Entwerfungsart (§. 40. II.) gehört. Die allgemeine Auflösung dieser Aufgabe ist aber hier von keinem Nutzen, wenn sie auf Constructionen führt, welche für die Ausübung zu weisläufig sind.

Allgemeine analytische Untersuchungen hierüber kann man indessen in einer Abhandlung Hrn. Eulers *de repraesentatione superficiei sphaericae super plano* (Comm. Ac. Petr. ad annum 1777. P. I. pag. 107. sq.) nachsehen. Hier genüget es, einige der leichtesten hierher gehörigen Entwerfungsarten beizubringen.

III. Das erste Verfahren gründet sich darauf, daß die einzelnen Zonen von dem Aequator nach den Polen zu, in Absicht auf ihren Quadratinhalt, sich verhalten, wie die Sinusse der geographischen Breiten ihrer obern Parallellkreise.

Ist nemlich der Halbmesser der Erde $= r$,
 der Umfang des Aequators $= 2r\pi$, wo π
 bolphische Zahl bedeutet, so ist der Inhalt
 Zone, vom Aequator bis an einen Parallel
 dessen geographische Breite $= \varphi$ ist, $=$
 $\sin \varphi$ (§. 20.) $= 2r\pi \cdot r \sin \varphi$, b. §. $=$
 Rechtecke, dessen Grundlinie dem Umfange
 Aequators, die Höhe aber dem Halbmesser der
 multipliziert in den Sinus der geographischen
 φ , gleich ist.

IV. Jede Zone läßt sich also als ein solches
 zeichnen, und folglich auch jedes Stück
 en, das zwischen zwey Meridianen enthalten
 enn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
 nimmt, welche sich zum Umfange des Aequa-
 wie der Unterschied dieser Meridiane zu
 verhält.

V. Um für jedes φ , die Höhe des Rechtecks,
 der Zone gleich ist, oder den Werth von
 $\sin \varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmesser der
 in geographischen Meilen ausgedrückt sey, so
 man sich dazu derjenigen Tafel bedienen,
 bereits in verschiedenen geographischen Bü-
 vorkommt, und die Halbmesser der Parallel-
 auf der Kugel, unter jeder geographischen
 angiebt. Da nemlich der Halbmesser eines

Parallelkreis auf der Kugel $= r \cos \alpha$ ist, u
 α die geographische Breite des Parallels bede
 : diese Formel aber der $r \sin \varphi$ ähnlich ist, nur
 $\alpha = 90^\circ - \varphi$ gesetzt werden müßte, so
 man aus der Tafel, welche die Werthe von $r \cos$
 oder die Halbmesser der Parallelkreise angiebt,
 der Ordnung nach die Werthe für $\alpha = 0^\circ$;
 2° ; 3° ; 4° ic. nehmen, um diejenigen zu erl
 ten, welche der Formel $r \sin \varphi$ für $\varphi = 9$
 89° ; 88° ; 87° ic. zukommen würden.

VI. Da diese Tafel in der Folge auch n
 bey verschiedenen andern Gelegenheiten gebrac
 wird, so theile ich sie hier durch alle einzeln
 Grade aus Funks Anfangsgründen d
 mathemat. Geographie (S. 125.) mit.

φ	$r \sin \varphi$	φ	$r \sin \varphi$
0	• geogr. M.	10	149,32
1	15,01	11	164,07
2	30,01	12	178,78
3	45,00	13	193,43
4	60,00	14	208,02
5	74,94	15	222,55
6	89,89	16	237,01
7	104,79	17	251,40
8	119,67	18	265,71
9	134,51	19	279,95

ϕ	$r \sin \phi$	ϕ	$r \sin \phi$
20	294,09	45	608,02
21	308,05	46	618,54
22	322,11	47	628,87
23	335,98	48	639,01
24	349,74	49	648,95
25	363,40	50	658,70
26	376,94	51	668,25
27	390,37	52	677,59
28	403,68	53	686,72
29	416,87	54	695,65
30	429,93	55	704,36
31	442,87	56	712,86
32	455,66	57	721,15
33	468,32	58	729,21
34	480,83	59	737,05
35	493,20	60	744,67
36	505,42	61	752,06
37	517,48	62	759,22
38	529,39	63	766,15
39	541,13	64	772,85
40	552,71	65	779,31
41	564,13	66	785,53
42	575,36	67	791,51
43	586,43	68	797,26
44	597,32	69	802,76

φ	$r \sin \varphi$	φ	$r \sin \varphi$
70	808,01	81	849,28
71	813,02	82	851,50
72	817,79	83	853,46
73	822,30	84	855,16
74	826,56	85	856,60
75	830,57	86	857,77
76	834,33	87	858,69
77	837,83	88	859,34
78	841,08	89	859,74
79	844,07	90	859,87
80	846,89		

VII. Hr. Gunt setzt in seiner Tafel, die durch alle halben Grade geht, für $\alpha = 0^\circ$, also für mein $\varphi = 90^\circ$, den Halbmesser der Erde = 859,87. Dies ist in Decimaltheilen etwas verschieden von dem oben (§. 34. VII.) gefundenen $r = 859,4366$, und rührt ohnstreitig daher, weil er bei der Berechnung dieses Halbmessers aus dem Umfange der Erde $= 15.360 = 540$ geogr. Meilen, nicht Decimaltheile genug von der Eudolphischen Zahl π genommen hat. Dies hat denn auf die übrigen Zahlen dieser Tafel den Einfluss, daß sie in Decimaltheilen etwas unrichtig sind und in dem Verhältnisse $859,87 : 859,4366$ verkleinert werden müßten, um die wahren Werthe

in r ein ϕ für $r = 859,4366$ zu erhalten. abessen ist der Fehler für die gegenwärtige Absicht (V.) von keiner Erheblichkeit, und ich habe daher die Mühe nicht übernehmen wollen, eine andere Tafel zu berechnen, weil Decimalthelle von Meßzahlen in den wenigsten Fällen aufgetragen werden; ob Hrn. Funks Zahlen sich doch wie die wahren verhalten.

VIII. Aus dem bisherigen wird sich nun ansehen lassen, wie auf einer Ebene ein Rechteck zu zeichnen wäre, dessen Flächenraum einer vorgegebenen Zone auf der Kugel gleich sey, und wie überhaupt ein Meß zu einer Charta entworfen werden könne, daß eines hineingezeichneten Landes Flächeninhalt, nach einerley Maasstabe, und bloß wie eine Figur in der Geometrie berechnet werden könne, das Land mag sich über einen so großen Theil der Erdoberfläche, als man will, erstrecken.

§. 48.

Aufgabe. Ein Meß zu zeichnen, welches der eben angeführten Bedingung ein Genüge leistet.

Aufl. I. Gesezt, es solle sich vom Aequator bis zum 90ten Grad der Breite, also bis zum
Pole

durch M ein Perpendikel AB, welches d
for bedeute.

III. $\mu\nu$ sey ein Maassstab für die
schen Meilen; die größern Theile bed
allermahl, wie die Zahlen ausweisen, 1
Meilen; der äußerste Theil ist wieder
20 Meilen abgetheilt. Einzelne Meilen
hier, da die Zeichnung so klein, gema
höchstens nur nach dem Augenmaasse schätz
maßtheile von Meilen fallen ganz weg.

IV. Man fasse von dem Maasssta
5 . 15 oder 75, dann 10 . 15 oder 1
auf 20 . 15 oder 300 Meilen u. s. w.
trage sie von M aus, rechts und links
und B zu, so erhält man von 5 zu 5 E
Abtheilung des Aequators, und jeder d
Theile auf AB wird dann = Maass aben

$Ma = 74,94$ Meilen des Maßstabes μv

$Mb = 149,32$ „ „ „ „ „

$Mc = 222,55$ „ „ „ „ „

$Md = 294,09$ „ „ „ „ „

u. s. w.

$MN = 859,87$ „ „ „ „ „

Versteht sich, überaß die Decimalktheile von Meilen weggelassen, weil man sie hier wegen der geringen Größe des Maßstabes nicht abfassen kann, so sind Ma , ab , bc , cd ic. allemahl 5 Grade des Meridians, welche, wie man hier sieht, nach dem Pole zu immer kleiner und kleiner werden.

VI. Man ziehe hierauf durch die Theilpunkte auf AB Parallelen mit MN , und durch die auf MN Parallelen mit AB , so ist das Netz gezeichnet, in welches man hierauf jeden Ort, nach Maßgabe seiner geographischen Länge und Breite, eintragen kann. Hier erstreckt sich das Netz auf 50 Grade der Länge. Man kann neben die Seitenlinien des Parallelograms Zahlen schreiben, welche die Längen und Breiten bezeichnen, und jede 5 Grade der Länge und Breite für sich noch weiter in kleinere Theile, zum Behufe des Eintragens der Orter, einteilen.

VII. Dieses Netz wird der Bedingung eint

Genüge leisten, daß jedes Rechteck desselben, z. B.

ABLK,



der Breite, ohne merklichen Fehler, gebraucht
können.

§. 50.

andere Entwerfungsart, daß die Länder
in richtigen Verhältnisse ihres Flächen-
inhalts erscheinen.

Es sey (Fig. XXXV. No. 1.) A ein
Punkt auf der Erdoberfläche, und PS ein
Kreis, welcher A zum Pole habe, PS also
ein zu A gehöriger Aequator. B sey der
Pol des Kreises PS. Man lege durch A
größte Kreise, z. E. APB, AKB, welche
am Meridiane durch die Pole A und B vor-
übergehen, und wenn nun AKB derjenige Meridian
von welchem man, nach S und P zu auf
eingebildeten Aequator SKP, die übrigen
durch A und B gehenden Meridiane anrechnet,
so, daß, wenn man sich Zonen um die
Pole, parallel mit PKS gedächte, diese Zonen
so, wie im vorhergehenden (§. 48.), auf
Papiere als Rechtecke entworfen werden könnten,
wenn man sich jetzt unter den geographischen
Breiten φ , in (§. 47.), nur die Abstände be-
trachtet, wie WE, von dem eingebildeten Aequa-
tor SKP gedächte.

II. Man

II. Man würde demnach, um \S . E. die Zone WEPS um die ganze Kugel auf dem Papiere (Fig. XXXV. No. 2.) zu entwerfen, ein Rechteck zeichnen, dessen Grundlinie ps , dem Umfange des eingebildeten Aequators PKS, und die Höhe kr gleich wäre dem Werthe $r \sin \varphi$, unter φ setzt den Abstand KK des Parallels WE von PS verstanden.

III. Ferner würden die Theile, welche auf ps Grade der Länge bedeuten, alle von gleicher Größe (wie die auf AB (Fig. XXXIV.)) ausfallen, diejenigen, welche aber auf kr die Grade der Breite, oder des Abstandes von dem eingebildeten Aequator ps des Netzes vorstellten, würden von k nach r zu immer kleiner ausfallen (wie die auf dem Netze (Fig. XXXIV.) von M nach N), kurz das Netz würde wie dasjenige im vorhergehenden \S . beschaffen seyn, nur daß A und B (Fig. XXXV. No. 1.) die Pole seyn müßten, welche auf dem Netze (Fig. XXXV. No. 2.) durch a und b dargestellt werden.

IV. Nunmehr seyen P und S auf der Erdofläche die wahren Pole, und AKB der wahre Aequator, also PKS ein wahrer Meridian, und A und B die Pole desselben, so würde dieser Meridian auf dem Netze (II.) (Fig. XXXV.

A und B die Pole seyn würden, oder in das Netz (8), was sich auf die wahren Erdpole bezieht, und worauf jetzt die Meridiane und Parallelen krummlinigt erscheinen, eingetragen worden ist. In beiden Fällen wird der geradlinigte Meilenmaaßstab, wornach die zur Berechnung nöthigen Linien gemessen werden, aus den gleichgroßen Graden auf πr bestimmt. Aber freylich würde dieser Maaßstab auch bloß zu dieser Berechnung dienen, zur Messung der Weiten kann derselbe nicht angewandt werden, weil bey dieser Entwerfungsart die Distanzen auf der Charte, sich nicht ohne merklichen Fehler, wie die wahren auf der Kugel, verhalten können, sondern aus der geographischen Länge und Breite der Orter, nach (§. 14.), berechnet werden müssen, wiewohl der Fehler um die Mitte der Charte herum, noch immer erträglich seyn mag, wenn man die Distanzen schlechtweg nach dem erwähnten Meilenmaaßstabe πr mässe.

Uebrigens hat diese Entwerfungsart in so ferne Aehnlichkeit mit der in (Fig. XXXIV.), daß hier der Aequator ab nach den Einüssen der geographischen Längen abgetheilt ist, wie es dort der mittellste Meridian MN nach den Einüssen der Breite war (§. 48. V.). In (Fig. XXXIV.) waren die Grade auf dem Aequator AB von gleicher

Es ist aber leicht, auch für die gegenwärtige Entwerfungsart, die Werthe von x und y daraus zu finden. Z. E. für $\lambda = 20^\circ$ und $\delta = 30^\circ$, die Größen x und y zu finden, darf man nur für $\alpha = 90^\circ - \lambda = 70^\circ$, die Werthe von u und y aus den Tafeln auffuchen, so findet sich $u = 2^\circ.46'$, und folglich $x = 90^\circ - 72^\circ.46' = 17^\circ.14'$; und $y = 31^\circ.34'$, wie die Formeln (3.) ergeben haben.

Diese Tafeln sind aus Lamberts Beiträgen zur Math. III. Th. S. 176. genommen, wo eben diese Entwerfungsart vorgetragen ist.

7. Will man nach dem Verfahren (4.) einen neuen Parallel UTL, dessen geographische Breite gegeben ist; entwerfen, wie $UTX\lambda$ auswerfet, so suche man alle Punkte τ desselben, etwa von 5 zu 5, oder 10 zu 10 Graden der Länge, rechts und links des mittelften Meridians, und ziehe durch alle Punkte τ eine zusammenhängende krumme Linie $UTX\lambda$ (oder hänge auch nur die von 5 zu 5 Graden bestimmten Punkte τ durch gerade Linien zusammen; weil man ohne merklichen Fehler jeden Bogen von 5 Graden des Entwurfs $UTX\lambda$ für eine gerade Linie gelten lassen kann), so ergiebt sich der Entwurf $UTX\lambda$ des Parallels UTL, und so eines jeden andern. Die Meridiane, wie $\pi\tau\gamma$, nach Maßrs Geom. 4r Th. Ec erhält

erhält man, wenn die zusammengehörigen Punkte der entworfenen Parallelen, d. h. diejenigen, welche gleichen Längen entsprechen, durch einen zusammenhängenden Zug, oder auch nur durch gerade Linien vereinigt werden.

8. Diese Meridiane $\pi\tau\gamma$, und Parallelen $\alpha\tau\chi\lambda$, sind weder Kreisbögen, noch Ellipsen, sondern eine besondere Art krümmter Linien, deren weitere Betrachtung ein Gegenstand der höhern Geometrie seyn kann.

9. Wenn solchergestalt das Netz für die wahren Meridiane und Parallelen der Erdoberfläche gezeichnet worden ist, so läßt man alsdann die geraden Linien, wie $\alpha\delta$ und $\tau\omega$ ic., welche sich auf Meridiane und Parallelen, wie AD , RW , oder auf das Netz (III.) beziehen würden, aus der Zeichnung weg, weil sie nur dazu dienten, einzusehen, wie der Bedingung, daß die Länder dem Raume nach, eine ihrem wahren Inhalte auf der Kugel proportionirte Größe in der Zeichnung erhalten, oder wie eine Figur in der Geometrie, sich nach einerley Maaßstabe sollen berechnen lassen, noch auf mehrere Arten ein Genüge geschehen könne. Denn begreiflich ist es nunmehr, in Ansehung des zu berechnenden Inhalts, einerley, ob das Land in das geradlinigte Netz (III.), zu dem

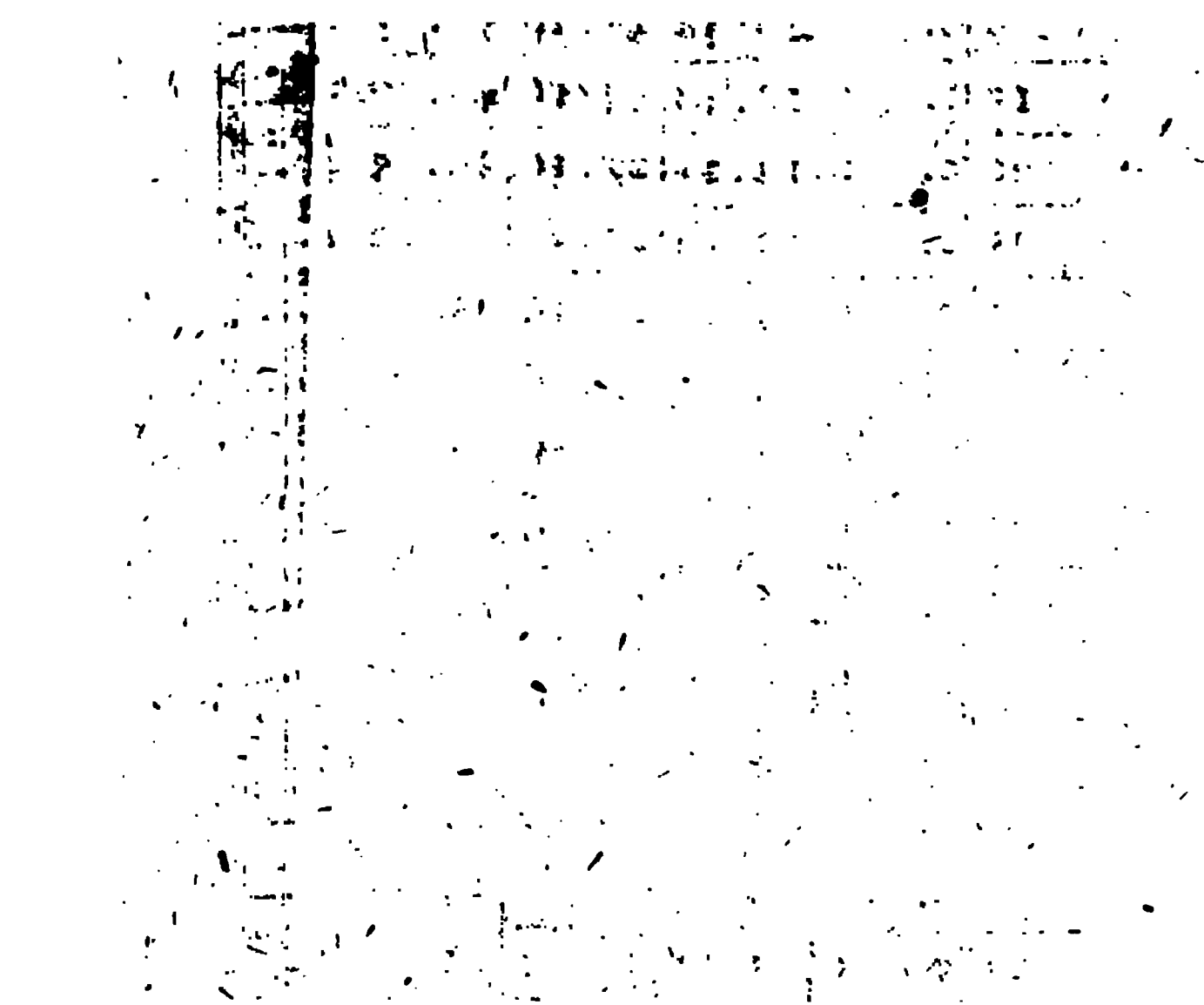
A

und B die Pole seyn würden, oder in das Netz 1), was sich auf die wahren Erbpole bezieht, so worauf jetzt die Meridiane und Parallelen krummlinig erscheinen, eingetragen worden ist. In beyden Fällen wird der geradlinigte Meilenmaßstab, wornach die zur Berechnung nöthigen Distanzen gemessen werden, aus den gleichgroßen Graden auf πr bestimmt. Aber freylich würde dieser Maßstab auch bloß zu dieser Berechnung dienen, zur Messung der Weiten kann derselbe nicht angewandt werden, weil bey dieser Entwerfungsart die Distanzen auf der Charte, sich nicht ohne merklichen Fehler, wie die wahren auf der Kugel, verhalten können, sondern aus der geographischen Länge und Breite der Orter, nach (§. 14.), berechnet werden müssen, wiewohl der Fehler um die Mitte der Charte herum, noch immer erträglich seyn mag, wenn man die Distanzen schlechtweg nach dem erwähnten Meilenmaßstabe pro mäßt.

Uebrigens hat diese Entwerfungsart in so fern Aehnlichkeit mit der in (Fig. XXXIV.), wo hier der Aequator ab nach den Sinussen der geographischen Längen abgetheilt ist, wie es dort der mittlere Meridian MN nach den Sinussen der Breiten war (§. 48. V.). In (Fig. XXXIV.) waren die Grade auf dem Aequator AB von gleicher

Größe,

Größe,



treckt, und die Grade auf dem Aequator ab (Fig. XXXV. No. 2.), von k gegen a und b , innerhalb den ersten 30 Graden der Länge, vom mittelften Meridian angerechnet, nicht sehr verschieden sind, so wird Amerika nach dieser Entwurfart, in Absicht auf seine Gestalt, ziemlich ausfallen. — Lambert hat in einem Regelfer Art, Asien abgebildet, und (Fig. XXXVI.) ist einen Abriß davon dar.

Die Art, wie hier die Parallelen und Meridiane von 10 zu 10 Graden gezeichnet sind, ist aus (I. 4.) hinlänglich klar. So sind z. E. für die Punkte a, b, c, d u. s. w. des Parallels, unter dem 40ten Grad der Breite, oder für $\delta = 40^\circ$,

Ordinaten auf den mittelften Meridian AP , die Werthe $a\alpha, b\beta, c\gamma$ u. s. w. $= x$, von 10 zu 10 Graden der Länge (oder der Werthe von λ), in der Tafel (VI. 5.) der Ordnung nach folgende, $a\alpha = 7^\circ. 39'$; $b\beta = 15^\circ. 11'$; $c\gamma = 22^\circ. 31'$ u. s. w. Diese Werthe faßt man allemahl von dem in (IV.) eingetheilten Aequator DB ab (VI. 4.), der Theil auf demselben bedeutet hier 10 Grade, den jeden man sich wieder in die einzeln Grade zertheilt vorstellen muß, um z. E. $Ai = 7^\circ. 39'$; $b\beta = 15^\circ. 11'$ u. s. w., oder die Werthe $a\alpha, b\beta$ u. s. w. ablassen zu können. Die den Punkten $a, b,$

b, c u. zugehörigen Abscissen $A\alpha$, $A\beta$, $A\gamma$ u., oder die Werthe von y , werden auf dem mittelften Meridiane Ap , worauf jeder von den gleichen Theilen (IV.) 10 Grade der Breite bedeute, abgezählt. Die Werthe von $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, kann man auch linker Hand des mittelften Meridians ablesen, und nun durch alle Punkte d, c, b, a, α u. des zu entwerfenden Parallels eine krumme Linie ziehen. Die Meridiane ergeben sich aus (VI. 7.).

VIII. In den Formeln (VI. 3.) wachsen die Werthe von TD , KD , oder von x und y , für den zu verzeichnenden Parallel, oder für ein gegebenes δ , so lange, bis $\lambda = 90^\circ$. Für $\lambda = 90^\circ$ wird $\sin TD$, oder $\sin x = \cos \delta$, also $x = 90^\circ - \delta$, und $\tan KD$, oder $\tan y = \frac{\tan \delta}{0}$, unendlich, also $y = 90^\circ$.

Wenn λ über 90° wächst, so nimmt x wieder ab, in der Ordnung, wie es zuvor zunahm. Aber y wird alsdann $> 90^\circ$, weil $\cos \lambda$, und folglich $\tan y$ selbst, negativ wird.

Es sey z. E. für den Punkt z eines Parallels (Fig. XXXVI.) $\lambda = 90^\circ + 1$, so ist $\cos(90^\circ + 1) = -\cos(90^\circ - 1)$, also $\tan y = \frac{\tan \delta}{-\cos(90^\circ - 1)}$, oder $\tan(180^\circ - y) =$

$\frac{\text{tang } \delta}{\cos (90^\circ - \lambda)}$. Hieraus erhellet dann, daß,

man den Werth von y für $\lambda = 90^\circ + 1$ in der Tabelle verlangte, man nur das y für $\lambda = 90^\circ - 1$ auffuchen, und von 180° abziehen müsse. Z. E. für $\delta = 70^\circ$ und $\lambda = 120^\circ = 90^\circ + 30^\circ$ (wie hier für den Punkt z der Fall ist) nehme man aus der Tafel nur das y für $\lambda = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, so findet sich $y = 79^\circ. 41'$. Es abgezogen von 180° läßt $100^\circ. 19'$, welches das y für $\lambda = 120^\circ$ seyn würde, also hier in der Figur der Werth von $A\eta$, wenn $z\eta$ ein Perpendikel auf den mittelften Meridian vorstellt. Um x , oder das Perpendikel ηz für $\lambda = 120^\circ$ zu finden, suche man es für $\lambda = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (δ wieder, wie vorhin, $= 70^\circ$ gesetzt), so findet sich $x = 17^\circ. 42'$.

Wenn ζ in dem erwähnten Parallel dem 10ten Grad der Länge, so wie z dem 120ten entspricht (wo beyde Längen zusammen 130° ausmachen), so gehören beyden Punkten gleiche Perpendikel $\zeta y = z\eta (= x)$ zu. Auch für sie, wenn P den Pol bedeutet, $P\eta = Py$; nun für ζ war $Ay = 79^\circ. 41'$. Aber für z war $A\eta = 100^\circ. 19'$ und $P\eta = A\eta - 90^\circ = 10^\circ. 19' = Py$, welches zeigt, daß, wenn die Punkte

Punkte z für $\lambda < 90^\circ$ gefunden worden, man auch sehr leicht die z für $\lambda > 90^\circ$ bestimmen könne, und daß es überhaupt nicht nöthig sey, obige Tafeln weiter, als bis auf 90° der Länge λ zu erstrecken.

§. 51.

Ein anderes Verfahren, der Bedingung (§. 50.) ein Genüge zu leisten.

I. Es sey A (Fig. XXXVII. No. 1.) ein beliebiger Punkt auf der Erdoberfläche, und $LMRNQ$ ein größter Kreis, welcher A zum Pole habe.

Durch A gedente man sich ferner größte Kreise, wie MAN , PAQ , so stehen solche auf der Ebene des erstern $LMRNQ$ senkrecht, und jeder Bogen, wie AM , AP , AR u. dergl., ist $= 90^\circ$.

Wäre A der wahre Erbpol, so würden die Kreise $KMRNQ$ den Aequator, und AM , AR u. Meridiane vorstellen. Ist aber A nach Gefallen ein Punkt auf der Erdoberfläche, so kann, in so ferne A der Pol von $LMRNQ$ ist, dennoch dieser Kreis ein Aequator heißen, so wie AM , AR , Meridiane, nur daß jetzt diese Kreise nicht das sind, was man in der Geographie Aequator und Meridiane

nennt, welche allemahl auf die wahren
 e Bezug haben:

I. Diese allgemeine Vorstellung verstatet
 ebene Vortheile bey Entwerfungen der Erdo-
 woben gewisse Bedingungen erfüllt werden
 welche nicht gerade auf den wahren Aequas
 die wahren Meridiane Bezug haben, z. E.
 die zu entwerfenden Stücke der Erdofläche
 in Ansehung ihres Inhalts mit denen auf der
 sel übereinstimmen sollen, da ist es völlig
 ültig, ob man sie in Ansehung der wahren
 le und Meridiane, oder anderer Pole und
 entwirft.

Setzt aber, man habe z. E. ein Stück der
 che, in Bezug auf den Pol A, auf den
 der LTPRQ, und die auf ihm senkrechte
 den Meridiane AM, AP u. dergl., nach
 gewissen Gesetze entworfen, so kann man
 nachher bestimmen, wie auf dem Netze, zu
 in A als Pol, und AM, AP u. als Me-
 e gehören, die wahren Erdpole, Meridiane
 gl. zu liegen kommen, und was letztere für
 te Linien bilden würden. Läßt man alsdann
 abgebildeten Pole und Meridiane weg, und
 nur das Netz für die wahren Meridiane und
 leken übrig, so wird das Land, was in das-
 selbe

selbe eingetragen wird, noch immer den Bedingungen entsprechen, nach welchen es ursprünglich hat entworfen werden sollen. Es verhält sich hier ohngefähr eben so, wie in der höhern Geometrie, wenn man den Anfangspunkt der Abscissen, Abscissenlinie u. dergl. ändert. Das Gesetz der krummen Linie, oder ihre Natur und Beschaffenheit leidet dadurch wesentlich keine Veränderung. Eben so wird das, nach einem gewissen Gesetze entworfene Stück einer Kugelfläche, im wesentlichen nicht geändert, wenn man ein anderes Netz über dasselbe verzeichnet, als in welches es ursprünglich eingetragen worden ist.

III. Gesezt, die Bedingung sey, man solle die halbe Kugelfläche, welche zwischen dem größten Kreise $LMPRQ$, und dessen Pole A liegt, auf einer ebenen Fläche dergestalt entwerfen, daß alle einzelnen Theile dieser Zeichnung, ihrem Flächeninhalte nach, vollkommen denen auf der Kugel entsprechen, und alle größten Kreise durch A , in dieser Zeichnung als gerade Linien erscheinen sollen, die sich unter ihren wahren Winkeln, wie auf der Kugel, durchschneiden.

IV. Daß erstlich die letztere Bedingung möglich sey, erhellet daraus, daß alle sphärische Winkel um A genau 360° ausmachen, wie alle geraden
Linien

igten Winkel, welche auf einer ebenen Fläche
einen Punkt herum liegen würden.

Man setze demnach, MA , PA seyen ein
ar Meridiane, wie (I.), in Bezug auf den Pol
welche um den sphärischen Winkel $MAP = \alpha$
einander abstehen, dessen Maß der Bogen MP
eingebildeten Aequators $LMRQ$ sey.

Man nehme (Fig. XXXVII. No. 2.) auf
ein Papiere einen Punkt a , welcher den A auf
einer Kugel vorstelle, und zeichne an denselben einen
Winkel $map =$ dem sphärischen $MAP = \alpha$, so
sind die geraden Linien am , ap , die Meridiane
 M , AP vor.

V. In einem beliebigen Abstände $AB = AC$
vom Pole A . (die großen Buchstaben beziehen sich
immer auf Fig. XXXVII. No. 1., und die kleinen
auf No. 2.) gedente man sich einen Parallel
 CE mit dem Aequator $LMRQ$, so ist das Stück
der Kugeloberfläche zwischen diesem Parallel und dem
Pole $A =$ einer Kreisfläche, deren Halbmesser
der Sehne des Abstandes dieses Parallels von A
gleich ist (Kästners Geom. 64. S. 5. Zus.). Es
sey demnach der Halbmesser der Erdkugel $= r$. Der
Bogen $AB = AC = u$, so ist die Sehne dieses
Bogens $= 2r \sin \frac{1}{2} u$.

VI. Man

VI. Man beschreibe also aus a mit einem Halbmesser $ab = 2r \sin \frac{1}{2} u$ einen Kreis, so ist dieses Kreises Fläche dem Kugelstück (V.) gleich. Für $u = 90^\circ$ ist $am = 2r \sin 45^\circ =$ dem Halbmesser eines Kreises $Imprq$, welcher der halben Kugel Fläche vom Aequator $LMPRQ$, bis zum zugehörigen Pole A gleich seyn würde. Theilte man diesen Kreis in 360 Grade, und zöge aus a nach allen Theilpunkten gerade Linien, so wie aus dem Mittelpunkte a Kreise mit den Halbmessern $2r \sin \frac{1}{2} u$, so ergebe sich ein Netz auf dem Papiere, dessen einzelne Theile, dem Flächeninhalte nach, denen auf der Kugel vollkommen entsprechen würden; die geraden Linien aus a , als Meridiane, würden sich bey a unter Winkeln, wie auf der Kugel, durchschneiden, und die concentrischen Kreise um a würden die Parallelen abbilden; und das ganze Netz würde der Bedingung (II.) entsprechen, daß jedes Land, das man hineinzeichnete, seinem wahren Inhalte nach dargestellt würde, wenn man es nach einem geradlinigten Meilenmaaßstabe, worauf die Meilen ohngefähr dem 360ten Theile des bey der Zeichnung zum Grunde gelegten Halbmessers der Erde r gleich wären, wie eine Figur in der Geometrie berechnete.

Aufgabe. Auf einem Rege, wie dem vorhergehenden, die wahren Erdpole, Meridiane und Parallelen zu verzeichnen, wenn der Punkt A, oder (in der Zeichnung) nicht selbst der wahre Erdpol wäre.

Aufl. I. Es sey nunmehr P der wahre Erdpol, LAR der Aequator (also der bisher betrachtete Punkt A, ist dem wahren Aequator), und PAQ der Meridian, von welchem die übrigen ausgerechnet werden, und welcher auf dem Rege (No. 2.) durch die gerade Linie paq abgebildet sey; TWU ein beliebiger Parallel in dem Abstände $AW = \delta$ vom Aequator, PSF ein Meridian, dessen Winkel mit dem ersten PAQ $= L$. Man soll den Punkt S des Parallels, und so jeden andern, auf dem nach (§. 51. VI.) verzeichneten Rege bestimmen.

II. Man gedenke sich durch A und S einen größten Kreis ASV, dieser würde erstlich, so wie alle durch A gehenden größten Kreise, auf dem Rege (No. 2.) als eine gerade Linie av erscheinen, welche mit ap den Winkel machen müßte, den der Kreis AV, mit AP macht. Auf dieser geraden Linie av, muß der Punkt s, welcher den S des
Paral.

Parallels TSU vorstellt, liegen, in einem Abstände a von a , welcher, wenn der Bogen $AS = u$ genannt wird, $= 2r \sin \frac{1}{2} u$ seyn müßte.

III. Ich will den Winkel $PAV = \eta$ nennen, so finden sich die zur Zeichnung des Punktes s nöthigen Werthe von η und u , aus dem sphärischen Dreyecke PAS , in welchem $PS = 90^\circ - \delta$; $PA = 90^\circ$; $APS = L$, gegeben sind, auf folgende Art:

$$\cos u = \cos L \cdot \cos \delta$$

$$\tan \eta = \sin L \cdot \cot \delta$$

oder auch, wenn man den Winkel $SAR = 90^\circ - \eta = \gamma$ nennt:

$$\tan \gamma = \frac{\tan \delta}{\sin L}$$

IV. Dies sind gerade die Formeln, welche bey einer andern Verzeichnungsart bereits oben (§. 50. VI. 6.) vorgekommen sind, daher die obigen Tafeln, aus denen man u und γ nehmen kann, sogleich auch zur gegenwärtigen Entwerfungsart gebraucht werden können.

VI. Auf diese Art kann man für jedes δ die Punkte s etwa von 5 zu 5 Graden der Länge L bestimmen, sie hterauf alle zusammenhängen, und so den ganzen Parallel TSU, durch tsu auf dem Papiere entwerfen. Die Meridiane ergeben sich, wenn

Wenn man alle gleichnamigten Punkte der Parallelen, durch einen zusammenhängenden Zug verbindet, die schon öfters gezeigt worden ist.

VI. Für $\delta = 0$, wird $\cos \delta = 1$, also $\cos u = \cos L$, d. h. $u = L$ und $\gamma = 0$, also $\eta = 90^\circ$. D. h. der Aequator ist auf dieser Reize eine gerade, auf ap senkrechte Linie las, welche von a nach r, und eben so von a nach l, dergestalt eingetheilt werden muß, daß die Theile, die a_1, a_2, a_3 ic. nach den Sinussen von $\frac{1}{2} r$, d. h. (wegen $u = L$ in diesem Falle) nach den Sinussen von $\frac{1}{2} L$ fortgehen müssen (II.). Nimmt man also z. B. L , oder die Längen von 10 zu 10 Graden, so muß $a_1 = 2r \sin 5^\circ$; $a_2 = 2r \sin 10^\circ$; $a_3 = 2r \sin 15^\circ$ u. s. w. genommen werden, wenn die Punkte 1, 2, 3 ic. des Aequators ar, in Ordnung nach dem 10ten, 20ten, 30ten ic. Grad der Länge, von a angerechnet, zugehören sollen. Die Theile $a_1; 1,2; 2,3$ u. s. w. werden sodann jede einzelnen 10 Grade vorstellen, deren Werthe von a nach r zu, immer kleiner ausfallen müssen, wie man leicht einsehen wird. Man kann sodann, je nachdem es die Größe der Zeichnung gestattet, jeden Raum, der 10 Grade bedeutet, wiederum in kleinere Theile eintheilen.

VII. Für

VII. Für $L = 0$, wird $u = \delta$, und man sieht also leicht, daß jetzt die Abtheilungen auf dem mittelften Meridian ap, z. E. von 10 zu 10 Graden der Breite, eben so fortgehen müssen, wie die Abtheilungen auf dem Aequator von 10 zu 10 Graden der Länge. Es nehmen also bey dieser Entwerfungsart die Grade der Breite, von a nach p und q zu, eben so ab, wie die der Länge auf dem Aequator von a nach r und l zu.

VIII. Hat man für ein gegebenes L, den Punkt s in dem Parallele tsu, dessen geographische Breite $= \delta$ ist, zu bestimmen, so suche man nur für dies δ und L die Werthe von η und u aus obigen Tafeln, und trage erstlich den Winkel η an ap, d. h. man zähle auf dem Umfange des, wie gewöhnlich, in seine 360 Grade eingetheilten Kreises lrpq, so viel Grade und Minuten aus p in v ab, als man für η gefunden hat, so hat man die Linie av, worauf der Punkt s zu liegen kommt. Hierauf fasse man von dem eingetheilten Aequator (worauf bereits die Theile in dem Verhältnisse der Einüsse von $\frac{1}{2} u$ fortgehen) so viel Grade und Minuten von a gegen r ab, als die obige Tafel für u gegeben hat, und trage solches aus a in s, so ist s der zu entwerfende Punkt des Parallels. Z. E. hätte man für den Punkt s; $u = 40^\circ$ gefun-

man, so dürfte man nur die Seite a_4 von a_1 abtragen, und a in a tragen, weil a_4 bereits $a_1 \sin 40^\circ$ oder hier $= a \sin 40^\circ$ ist, wie a für den Punkt s seyn muß (U.).

IX. Vervollständigt man nach diesem Verfahren Net_1 , was auf die wahren Meridiane und Parallelen Bezug hat, so läßt man nachher die Net_2 , wie a_1 u. dergl., welche zur Construction des Netzes dienen, oder zu dem Netze des Vortrags gehören, weg, und man kann nunmehr das neue Netz jeden Ort, nach Maßgabe seiner geographischen Länge und Breite, und folglich eines jedes Land eintragen, dessen Entwurf dann noch nur der Hauptbedingung (§. 50.) entsprechen muß. Man läßt den Meridian pq , welcher hier durch eine gerade Linie abgebildet wird, am besten ungefähr durch die Mitte des Landes gehen. So erhält man ein Netz für die Halbkugel, worin z. B. Afrika fällt, nach dieser Entwurfsart auszumalen, ist aus (Fig. XXXVII.) zu ersehen.

Hr. Vietz hat in seinem Atlas der alten Welt (Weimar 1800.) Nordafrika nach dieser Entwurfsart gezeichnet, da er hingegen für ein Asien, die Nordochische für Schickliche ist. Um überhaupt vorgeschriebene Länder in ein Wapens Geom. 47 Th. 18 gegen

gegebenes Format zu bringen, und dabey die möglichste Deconomie des Raumes genau zu beobachten, hat Herr Bletb verschiedene Entwerfungsarten gebrauchen müssen.

§. 53.

I. Herr Lambert hat diese Entwerfungsart im 97ten und 104ten §. seiner Anmerkungen über die Verzeichnung der Landcharten (Sept. zur Math. III. Th. S. 179.) vorgetragen. Er bedient sich zur Theorie derselben, der Differenzial- und Integralrechnung, welches aber, wie aus dem bisherigen erhellt, ganz unnöthig ist.

Hr. Prof. Vobe hat sich dieser Zeichnungsart bey zwey Planisphären, die er seiner Anleitung zur Kenntniß der Erdfugel (Berlin 1786.) beygefügt hat, bedient, und führt §§. 232 und 233. die Gründe an, warum er von den bisher gewöhnlichen perspectivischen Vorstellungen der Halbkugeln abgegangen, und gegenwärtige in manchen Absichten sehr schickliche Lambertische Entwerfungsart gewählt habe.

II. Auf diesen Planisphären nehmen die Grade auf dem Aequator und dem mittelsten Meridiane, nach dem Gesetze ab, wie (§. 52. VI.) gezeigt worden. Die Parallelen und Meridiane sind auf

den.

219
selben von 10 zu 10 Graden verzeichnet, und
den besondere krumme Linien, die so wenig
krümmung, als elliptische Bögen sind. Hr. Lambert
hat im 106ten §. a. a. O. (I.) die Gleichung für
diese Art krummer Linien bestimmt.

III. Es hat diese Zeichnungsart vor den ge-
wöhnlichen perspectivischen, auf denen die Pole
bey gegenwärtiger, auch an den Rand des
Planisphärs fallen, z. E. der stereographischen
equatorialprojection, den Vorzug, daß die Grade
schon dem Rande des Planisphärs zu, hier ein
anderes Verhältniß gegen die in der Mitte behal-
ten, als auf der stereographischen, und daher die
Gestalt der Länder weniger verzogen wird. Auch
erhält der Anblick eines solchen Planisphärs im
allgemeinen Kugelähnlicher, als bey der stereographi-
schen Entwerfung, und dann trifft dabey die sehr
bedeuliche Bedingung ein, daß die Länder eine
etwas wahren Größe nach proportionirte Fläche auf
der Zeichnung behalten, wenn auch ihre Gestalt
schon den Seiten hin etwas verzogen wird. Ich
wäre daher diese Entwerfungsart, ihres Nutzens
wegen, hier nicht übergehen dürfen, wenn sie gleich
bisher eben nicht häufig angewandt worden ist, und
an sich immer noch zu sehr an die minder schicklichen
perspectivischen Projectionen gebunden hat.

mußte. Sie würde dann sehr viel äf
 der stereographischen Polarprojection h
 auch wieder in Ansehung des richtigen
 nisses der Grade, und des Flächeninhalte
 nen, Vortüge vor jener haben

V. Wenn man (Fig. XXXVII
 ah auf ap senkrecht zieht, so ist dem recht
 Dreiecke aah; $ha = as \cdot \sin \eta = r \sin$
 $und ah = r \sin \frac{1}{2} u \cos \eta$. So fa
 in einem Parallele, wie twu, jeder q
 s, auch durch seine Abscisse ah, und O
 bezeichnet werden.

VI. Ferner ist aw = dem Wer
 the $\eta = 0$, also $aw = r \sin \frac{1}{2} u$,
 $L = 0$ zu nehmen ist, weil der Punkt
 selbst twu in dem Meridiane ap selbst

ne die Abscisse, wie ah (V.), zu gebrauchen, so ist der Punkt a, also den Äquator auf dem verzeichneten Bogen voraussetzt. Diese Formeln sind brauchbar, wenn man ein Excl. der Erde die verzeichnen soll, welches sich nicht bis zum Äquator selbst erstreckt, z. B. vom 50ten Parallel bis zum 70ten. Wäre tpa f. E. der unterste Parallel, und die geographische Breite desselben δ , so ist $ap = ar \sin \frac{1}{2} \delta$. Will diesen Parallel kann man nun die Punkte abh (VI.) zeichnen; wenn man in den Formeln $\delta = \delta_{\text{pa}}$ an nimmt, bleiben den Punkt p nach Gesuche in Meridiane ap an. Um aber alsdann den Parallel twu, welcher der geographischen Breite δ gehört, zu zeichnen, so nehme man, um erstlich den richtigen Abstand des Punktes w (von welchem r den Parallel twu die Abscissen gerechnet werden) von dem Punkte p zu finden, $pw = aw - ap = ar (\sin \frac{1}{2} \delta - \sin \frac{1}{2} \delta_{\text{pa}})$. Dann erst werben die Punkte des Parallels twu, aus den Abscissen h, und Ordinaten hs (V, VI.) bestimmt.

§. 34.

Man kann mit der Forderung, daß die einzelnen Theile der Erdoberfläche bey einer Entwerfungsart ein richtiges Verhältniß in Ansehung des Flächenin-

in-

zur IV. Uebrigens bedarf es wohl keines Besonderen, daß, wenn der wahre Erbpol in die Mitte des Aequators fallen soll, die Entwerfungen des vorhergehenden Satzes des angewandt werden muß, wo denn A. den wahren Erbpol bedeuten müßte. Sie würde dann sehr viel ähnliches mit der stereographischen Polarprojection haben, aber auch wieder in Hinsicht des richtigern Verhältnisses der Grade, und des Flächeninhalts der Theile vor jener haben.

III. V. Wenn man (Fig. XXXVII. No. 2.) ab auf ap senkrecht sieht, so ist dem rechtwinkligen Dreiecke aah: $ha = as \cdot \sin \eta = r \sin \frac{1}{2} u \sin \eta$, und $ah = r \sin \frac{1}{2} u \cos \eta$. So kann demnach in einem Parallele, wie twu, jeder Punkt, wie s, auch durch seine Abscisse ah, und Ordinate ha, bezeichnet werden.

VI. Ferner ist, $aw =$ dem Werthe von ah für $\eta = 0$, also $aw = r \sin \frac{1}{2} u$, wo u für $L = 0$ zu nehmen ist, weil der Punkt w des Parallels twu in dem Meridiane ap selbst liegt. Aber für $L = 0$ ist $\cos u = \cos \delta$ (§. 52. III.), also $u = \delta$, demnach $aw = r \sin \frac{1}{2} \delta$, folglich $wh = ah - aw = r \sin \frac{1}{2} u \cdot \cos \eta - r \sin \frac{1}{2} \delta$.

VII. Dies dient, den Punkt s des Parallels auch durch wh, und hs (V.) zu bestimmen, also

ohne

re, in welchem der Halbmesser $ab = x$, und Winkel $bac = m \cdot \eta$ seyn soll. Nun ist aber

Fläche dieses Kreisabschnitts $= \frac{m \cdot \eta}{360} \cdot \pi x^2$,

beide Abschnitte BAC, bac einander gleich, so wird

$$m \cdot x^2 = 4r^2 \sin^2 \frac{1}{2} u$$

$$\text{nach } x = 2r \sin \frac{1}{2} u \cdot \sqrt{\frac{1}{m}}$$

Lambert (Beitr. III. §. 108.) auf eine andre Art findet.

Was die Zeichnung eines Netzes nach dieser Verfertigungsart betrifft, so können mit einer geringen Veränderung alle obigen (§. 53. V. ic.) ebenen Vorschriften auch bey der gegenwärtigen verwandt werden, und der Unterschied besteht darin, daß man jetzt die Eintheilungen auf $2r$ und ar , nicht nach der Formel $2r \sin \frac{1}{2} u$, sondern

$$2r \sin \frac{1}{2} u \cdot \sqrt{\frac{1}{m}}$$

herstellen, und für jeden Winkel $BAC = \eta$, $bac = m \cdot \eta$ nehmen muß. Was alsdann Parallelen twn , und Meridiane für krumme bilden würden, im Falle jetzt nicht A, sondern

bern P der wahre Erdpol wäre, würde aber hier von keinem besondern Nutzen zu untersuchen seyn, so wie denn überhaupt von Landcharten nach dieser Entwerfungsart, wohl keine besondern Vortheile zu erwarten seyn mögten.

§. 55.

Anwendung auf Conglobien.

I. Nimmt man A für den wahren Erdpol, mithin a für die Entwerfung desselben auf dem Papiere an, so sind die Meridiane auf dem Rete alsdann lauter gerade Linien, und die Parallelen, wie auf der Kugel, Kreisbogen, aber von dem Halbmesser $2r \sin \frac{1}{2} u \cdot \sqrt{\frac{1}{m}}$, wo denn u das Complement der geographischen Breite des Parallels, oder seinen Abstand vom Pole ausdrückt.

II. Nimmt man m kleiner, als 1, z. E. $= \frac{\mu}{\nu}$, wo $\frac{\mu}{\nu}$ einen eigentlichen Bruch bedeute, so erhellet, daß alsdann, wenn A den wahren Erdpol vorstellt, jedes Stück Kugelfläche, wie BCAE, das zwischen dem Pole A, und dem Parallel BCE enthalten ist, seinem wahren Inhalte nach, durch einen Kreisabschnitt, dessen Winkel am Mittelpunkte,

ante $= \frac{\mu}{\nu} \cdot 360$ ist, dargestellt werden.

nun jeder Kreisabschnitt in die Oberfläche des Kegels gekrümmt werden kann, so folgt, daß solchergestalt Netze zu Conigloben verfertigten, deren Zonen genau den zugehörigen auf der Kugel gleichen. Die Spitze eines solchen Coniglobi würde alsdann den Erdpol, und Seitenlinien desselben die Meridiane vorstellen. Die Länder, welche man in das Netz eines solchen Coniglobi gezeichnet hätte, würden zugleich das richtige Verhältniß ihres Inhalts auf der Kugel kommen.

III. Diese Anwendung der Verzeichnungsart (S. 54.) giebt Lambert (Beiträge III. Th. 309.), und es ist nicht zu läugnen, daß Conigloben dieser Art, Vortheile vor andern haben, denen das richtige Verhältniß der Größe der Länder, nicht so sehr zur Maxime genommen worden ist.

IV. Man kann, da der Werth von m hiebei unfehlbar ist, denselben so bestimmen, daß auf dem Netze die Grade eines beliebigen Parallels ihr richtiges Verhältniß zu einem Grade des Meridians, an der Stelle, durch welche der Parallel geht, erhalten.

Es sey (Fig. XXXIX.) $XaYh$ ein Kreis-
ausschnitt = der halben Kugelfläche, welche (Fig.
XXXVII. No. 1.) zwischen dem Pole A , und
dem Aequator $LPNQ$ enthalten ist.

So ist der Halbmesser des Kreisbogens XhY ,
welcher auf dem Nege den Aequator abbildet, oder

$$Xa = Ya = 2r \sin 45^\circ, \sqrt{\frac{1}{m}}, \text{ so wie der}$$

Halbmesser eines jeden andern Parallels =

$$2r \sin \frac{1}{2} u, \sqrt{\frac{1}{m}}, \text{ wenn } u \text{ dessen Abstand vom}$$

Pole bedeutet.

Gedenkt man sich nun diesen Kreisausschnitt
in eine Kegelfläche gekrümmt, so wird alsdann der
Bogen YhX den Umfang der Grundfläche dieses
Kegels abgeben, und auf dem Coniglobis den Aequator
darstellen, so wie der Kreis, in welchen
sich z. E. der Bogen xmy krümmen würde, einen
Parallel abgiebt, dessen Abstand vom Pole, k Graden
auf der Kugel entspreche.

tku stelle nunmehr einen Parallel vor, dessen
Abstand vom Pole = $k - 1^\circ$ sey, so ist der

$$\text{Halbmesser } ax = 2r \sin \frac{1}{2} k \sqrt{\frac{1}{m}}; \text{ und an}$$

$$= 2r \sin \frac{1}{2} (k - 1^\circ) \sqrt{\frac{1}{m}}, \text{ also der Unter-}$$

schied

punkte $= \frac{\mu}{\nu} \cdot 360$ ist, dargestellt werden kann,

Da nun jeder Kreisabschnitt in die Oberfläche eines Kegels gekrümmt werden kann, so folgt, daß sich solchergestalt Netze zu Coniglobien verfertigen lassen, deren Zonen genau den zugehörigen auf der Kugelfläche gleichen würden. Die Spitze eines solchen Coniglobii würde alsdann den Erdpol, und die Seitenlinien desselben die Meridiane vorstellen. Die Länder, welche man in das Netz eines solchen Coniglobii gezeichnet hätte, würden zugleich das richtige Verhältniß ihres Inhalts auf der Kugel bekommen.

III. Diese Anwendung der Verzeichnungsart (§. 54.) giebt Lambert (Beiträge III. Th. S. 109.), und es ist nicht zu läugnen, daß Coniglobien dieser Art, Vortheile vor andern haben, bey denen das richtige Verhältniß der Größe der Länder, nicht so sehr zur Maxime genommen worden ist.

IV. Man kann, da der Werth von m hiebey willkürlich ist, denselben so bestimmen, daß auf dem Netze die Grade eines beliebigen Parallels ihr richtiges Verhältniß zu einem Grade des Meridians, an der Stelle, durch welche der Parallel geht, erhalten.

— die Länge eines Grades auf dem Parallelkreise geben wird, in welchem sich der Bogen xmy auf dem Coniglobio, wozu (Fig. XXXIX.) das Maß seyn soll, krümmen würde. Nennt man demnach einen Grad dieses Parallels $= g$, so ist $g = \frac{2r \cdot m \cdot \pi \sin \frac{1}{2} k \sqrt{\frac{1}{m}}}{360}$.

VI. Soll nun dieser Parallelgrad g sich zu dem Meridiangrade G (IV.) des erwähnten Coniglobii verhalten, wie auf der Kugel selbst, so muß

$$G : g = 1 : \sin k \text{ seyn (S. 12. I.)}$$

VII. Dies giebt statt G und g ihre Werthe aus (IV. und V.) gesetzt

$$\cos \frac{1}{2} k \cdot \sin 30' : \frac{2 m \pi \sin \frac{1}{2} k}{360} = 1 : \sin k$$

oder wegen $\sin k = 2 \sin \frac{1}{2} k \cos \frac{1}{2} k$
(Trig. S. XII. 21.)

$$\cos \frac{1}{2} k \cdot \sin 30' : \frac{m \pi}{360} = 1 : \cos \frac{1}{2} k$$

Demnach

$$m = \cos \frac{1}{2} k^2 \cdot \frac{360 \cdot \sin 30'}{\pi}$$

VIII. Da in diesem Ausdrücke der Sinus von $30'$ für seinen Bogen selbst gesetzt werden kann,
für

den Sinus totus, aber die Länge eines Grades

$= \frac{2\pi}{360}$, und folglich eines halben $= \frac{\pi}{360}$

ist ohne merklichen Fehler $\sin 30^\circ = \frac{\pi}{360}$

demnach (VII.) $m = \cos \frac{1}{2} k$, oder auch (Eig.

XII, 239) $m = \frac{1 + \cos k}{2}$

IX. Sollte also: \angle unter dem 40ten Grade

der Breite ein Grad des Meridians gegen einen

Grad des Parallels auf dem Coniglobis, sein rich-

tiges Verhältniß haben, so müßte (wegen $k = 50^\circ$)

$\frac{1 + \cos 50^\circ}{2} = \frac{1 + 0,6427}{2} = 0,8213 \dots$

genommen werden.

Der Winkel des Kreisabschnitts zu dem Co-

globio, oder der, welcher dem Bogen xmy zuge-

hören würde, wäre demnach $= m \cdot 360^\circ =$

$0,8213 \cdot 360^\circ = 295,668$; also beynahe 296° .

Der Halbmesser des Parallels ymx , dessen Abstand

vom Pole $= k$, würde jetzt (wegen $\sqrt{\frac{1}{m}} =$

$\frac{1}{\cos \frac{1}{2} k}$) $= \frac{2r \sin \frac{1}{2} k}{\cos \frac{1}{2} k} = 2r \tan \frac{1}{2} k$ (V.X)

sich, denn jeder Parallel leicht würde ziehen

lassen.

lassen. Theilte man hierauf den Winkel yax , oder den zugehörigen Bogen xmy , in 360 gleiche Theile, und zöge nach den Theilpunkten, Halbmesser als Meribiane, so wäre das ganze Netz zu dem Contiglobio fertig, in welches alsdann die Länder eingetragen werden können.

In den bisherigen Formeln kann man r nach Belieben annehmen. Wollte man z. E. ein Contiglobium für eine Kugel von 10 Zoll im Halbmesser verfertigen, so wäre $r = 10$ Zoll, und so in andern Fällen.

§. 56.

Netz zu Contiglobien nach andern Bedingungen.

Abstrahirt man von der Maxime, daß auf dem Contiglobio die Länder, in Ansehung ihres Flächenraums, denen auf der Kugel entsprechen sollen, so kann man andere Bedingungen annehmen, welche vielleicht zu dem Gebrauche, den man von Contiglobien macht, noch vorthellhafter seyn mögten.

I. Ich will setzen, auf dem Netze zu einem Contiglobio sollte jedes Viereck, wie $iklm$ (Fig. XXXIX.), welches zwischen zweyen einander sehr nahe liegenden Meridianen und Parallelen enthalten ist, dem zugehörigen Vierecke auf der Kugel
ähn.

halten sey, so daß jedes kleine Stückchen des
Kugels ohne merklichen Fehler mit der Figur überein-
stimmt auf der Kugelfläche übereinstimme. Es sey
der Winkel zwischen zweyen Meridianen des
Kugels, λ , μ oder ν , in mahl größer oder kleiner
als der wahre auf der Kugel.

II. Es sey demnach k der Punkt auf dem
Kugelschnitt, welcher dem Abstände x vom Pole, auf dem
Kugelschnitt entspricht, so daß $90^\circ - x$ des Punktes k
geographische Breite bedeute. Der Unterschied der
Meridiane auf der Kugel, denen a und b
auf dem Kugelschnitt zugehören sollen, sey $= d\lambda$,
oder $d\lambda$ einen sehr kleinen Winkel, ein
Differential des Winkels λ , oder viel-
mehr des ihm zugehörigen Bogens, in Decimal-
theilen des Sinus totus $= 1$, verstehe. Denn
ich bediene mich hier der Differentialrechnung, um
auf dem kürzesten Wege die vorgelegte Aufgabe
aufzulösen. Man kann von den zur Differential-
rechnung gehörigen Sätzen, welche ich hier ge-
brauche, dasjenige nachlesen, was ich in den Trig.
zum zweyten Bande meiner praktischen Geome-
trie davon hergebracht habe, und man wird das
Genauere ohne Mühe verstehen.

III. Ferner sey der kleine Bogen des Meri-
dians auf der Kugel, welcher dem k oder h auf
dem

dem Neze entspreche, $= dx$, wo denn dx den unendlichen kleinen Abstand der beyden Parallelen ki und ml auf der Kugel bedeutet. Auf dem Neze sey die gerade Linie ai , die dem Bogen x auf der Kugel entspricht, $= x$, und ik , was dem dx auf der Kugel zugehören würde, $= dx$.

IV. Auf der Kugel würde nun der kleine Bogen des Parallels, welcher dem ik auf dem Neze zugehörte, $= d\lambda \sin x$ (weil 1° des Parallels sich verhält zu einem Grade des Meridians $= \sin x : 1$, wenn der Parallel den Abstand x vom Pole hat). Also würde auf der Kugel jener kleine Bogen des Parallels sich zu dem kleinen Bogen des Meridians, welcher dem li auf der Kugel zugehört, sich verhalten wie $d\lambda \sin k : dx$.

V. Aber auf dem Neze soll der kleine Winkel $iak = m \cdot d\lambda$ seyn (I.). Dies giebt auf dem Neze den kleinen Bogen, $ik = x \cdot m d\lambda$ (wo $m d\lambda$ in Decimaltheilen des Sinus totus 1 zu verstehen ist). Sollen demnach, der Bedingung der Aufgabe gemäß, auf dem Neze sich ik und li wie die zugehörigen kleinen Bögen auf der Kugel verhalten (I.) so muß seyn,

$$m x d\lambda : dx = d\lambda \sin x : dx$$

oder

dx

$$\frac{dx}{x} = \frac{m \cdot dx}{\sin x}$$

VI. Nun ist aber $\frac{dx}{x}$ das Differential des natürlichen Logarithmen von x , und $\frac{dx}{\sin x}$ das Differential des natürlichen Logarithmen der Tangente von $\frac{1}{2} x$ (Trig. S. XLIV. XLVI. XLVII. s. das dortige $a = \frac{1}{2} x$ gesetzt). Demnach hat man

$$d \log x = m \cdot d \log \tan \frac{1}{2} x$$

also integrirt

$$\log x = m \log \tan \frac{1}{2} x + \text{Const.}$$

VII. Diese beständige Größe Const, welche man noch hinzu addiren muß, kann man dadurch bestimmen, daß man z. E. setzt, für welches x der Werth von x dem zugehörigen Bogen des Meridians auf der Kugel gleich seyn soll. Ge-
setzt, für $x = 90^\circ$ sollte x auf dem Neze dem zugehörigen Quadranten des Meridians gleich seyn. Weil nun, wenn r den Halbmesser der

$$\text{Kugel bedeutet, ein Quadrant auf ihr} = \frac{2r \pi}{4}$$

$= \frac{1}{2} r \pi$ ist (wenn π die Eudolphische Zahl bezeichnet), und für diesen Fall $\tan \frac{1}{2} x =$

$\text{tang } 45^\circ = 1$, also $\log \text{tang } \frac{1}{2} x = 0$ ist,
so hat man

$$\log \frac{1}{2} r \pi = \text{Const}$$

Also überhaupt für jedes x

$$\begin{aligned} \log x &= \log (\text{tang } \frac{1}{2} x^m) + \log \frac{1}{2} r \pi \\ &= \log (\frac{1}{2} r \pi \cdot \text{tang } \frac{1}{2} x^m) \end{aligned}$$

Mithin

$$x = \frac{1}{2} r \pi \text{tang } \frac{1}{2} x^m$$

VIII. Auf diese Art kann man für jedes x den Werth von x berechnen, mithin die Eintheilung auf den Meridianen des Netzes, z. E. von 5 zu 5, oder 10 zu 10 Graden der Breite, oder des Abstandes x vom Pole, bewerkstelligen.

IX. Da es in dieser Formel von unserem Belieben abhängt, für m welchen Werth man will, anzunehmen, so kann man m so wählen, daß dadurch noch eine andere Bedingung erfüllt wird. Gesezt demnach, es sollte m so gewählt werden, daß die Grade zweyer gegebenen Paralleltreise auf dem Netze, unter sich selbst das Verhältniß, wie auf der Kugel, haben sollten. Hätten nun diese Paralleltreise die Abstände k , x vom Pole, so ständen die Grade derselben in dem Verhältnisse $\sin k : \sin x$ auf der Kugel. Aber auf dem Netze würden sich die Grade auf den Paralleltreisen, wie die Halbmesser dieser Kreise,

Kreise, also wie die jenen Abständen k , x vom Pole entsprechenden Werthe von x , d. h. wie $\text{tang } \frac{1}{2} k^m : \text{tang } \frac{1}{2} x^m$ verhalten. Sollen demnach sich diese, wie jene auf der Kugel verhalten, so muß seyn

$$\text{tang } \frac{1}{2} k^m : \text{tang } \frac{1}{2} x^m = \sin k : \sin x$$

oder

$$\left(\frac{\text{tang } \frac{1}{2} k}{\text{tang } \frac{1}{2} x} \right)^m = \frac{\sin k}{\sin x}$$

daraus denn, wenn auf beyden Seiten Logarithmen genommen werden,

$$m = \frac{\log \sin k - \log \sin x}{\log \text{tang } \frac{1}{2} k - \log \text{tang } \frac{1}{2} x}$$

folgt.

X. Exemp. Sollte z. B. das Netz zu der Halbkugel, in welche Europa fällt, entworfen werden, so würde man am besten für k , x den 50ten und 30ten Grad vom Pole nehmen, damit die Parallelen, deren Grade auf dem Netze sich wie die auf der Kugel verhalten sollten, unter sich selbst so weit von einander abständen, als der eine vom Pole, und der andere vom Aequator entfernt ist. Also für $k = 60^\circ$, und $x = 30^\circ$ hat man

$l \operatorname{tang} \frac{1}{2} k = 9,7614394$	$l \sin k = 9,9375306$
$l \operatorname{tang} \frac{1}{2} \kappa = 9,4280525$	$l \sin \kappa = 9,6989700$
Untersch. $= 0,3333869$	$0,2385606$
Demnach	

$$m = \frac{2385606}{3333869} = 0,7155 \dots$$

Also ohngefähr $m = \frac{3}{4}$. Womit müßten jede
zwei Meridiane, wie ak , ai auf dem Netze,
einen Winkel kai an dem Pole a machen, wel-
cher $= \frac{3}{4}$ des Winkels wäre, den die zugehö-
rigen Meridiane auf der Kugel an dem Pole
machen würden.

XI. Daraus folgt denn, daß, wenn der Bo-
gen XhY auf dem Netze des Coniglobii, dem gan-
zen Umfange des Aequators auf der Kugel ent-
sprechen soll, dieser Bogen XhY , oder der ihm
zugehörige Winkel an $a = m \cdot 360^\circ = \frac{3}{4} \cdot 360^\circ =$
 270° seyn muß. Dann wird $XhYaX$ den Kreis-
ausschnitt abbilden, in welchen das Netz zu dem
Coniglobio zu verzeichnen ist.

Für die Eintheilung auf den Meridianen die-
ses Netzes hat man nach (VII.)

$$\log x = \log \frac{1}{2} r \pi + \frac{3}{4} \log \operatorname{tang} \frac{1}{2} \kappa.$$

wel

jeß von 10 zu 10 Graden der Breite ($r = 1$), folgende Werthe von x geben wird:

x	x	Differ.
0	0,0000	
10	0,2527	0,2527
20	0,4274	0,1747
30	0,5849	0,1575
40	0,7360	0,1511
50	0,8863	0,1503
60	1,0403	0,1540
70	1,2023	0,1620
80	1,3765	0,1742
90	1,5707	0,2042

XII. Um das Netz selbst zu beschreiben, fasse von dem in 1000 Theile getheilten Halbmesser a jenenigen Kugel, für welche man ein Coniglon verfertigen will, der Ordnung nach von a b 252 Theile; von a nach c 427; von a nach d 585 Theile u. s. w., von a nach h 1570 Theile, so erhält man die Punkte a, b, c, \dots, h welche aus a die Parallelen des Netzes von 10 zu 10 Graden der Breite gerissen werden, wo a jeder Theil, wie ab, bc, cd , für sich allein einen Grade der Breite vorstellt. Die Meridiane

10 zu 10 Graden der Länge zu erhalten, theilt man den Bogen KhY (XI.) in 36 gleiche Theile,

und

und zieht aus *a* nach den Theilpunkten gerade Linien, so ist das ganze Netz zu dem Coniglobio fertig.

XIII. Aus der Differenzreihe des Täfelchens (XI.) ersieht man, wie jede 10 Grade der Breite auf diesem Netze sich unter einander verhalten. Am kleinsten sind sie zwischen dem 40ten und 50ten Grad des Abstandes vom Pole *a*, und am größten zwischen dem Pole und dem 10ten Grade des Abstandes von ihm. Nach dem Aequator hin nehmen die Grade der Breite wieder zu. Die kleinsten verhalten sich zu den größten ohngefähr wie 15:25, oder wie 3:5. Die Meridiangrade, oder die Theile auf *ah*, sind also merklich von ungleicher Größe auf diesem Netze. Zwischen dem 30ten und 60ten Grad der Breite ist aber der Unterschied beynahe gleichförmig. Dieß macht, daß denn innerhalb dieses Raumes die Distanzen so ziemlich nach einerley Maasstabe gemessen werden können, wenn die Dörter übrigens nicht zu weit, in Ansehung ihrer geographischen Längen, von einander liegen.

XIV. Da auf diesem Netze die Grade der Paralleltreise überall ihr wahres Verhältniß zu den neben ihnen befindlichen Meridiangraden haben, auch die Meridiane überall die Paralleltreise, wie
auf

auf der Kugel, rechtswinklich durchschneiden, so
 verschafft diese Entwerfungsart die größte mögliche
 Ähnlichkeit einzelner Länder, mit ihrem Ori-
 ginale auf der Kugel, oder auch, wenn man sich
 solcher Netze zur Verzeichnung der Sternbilder,
 oder zu Sternconglobien bedienen wollte, die größte
 Ähnlichkeit der Sternbilder mit ihrer wahren Figur
 am Himmel. Diesen Vorzug haben andere be-
 kannte Conglobien, z. E. die Zimmermann's-
 chen, nicht. Der Ausschnitt oder Winkel, dem
 der Bogen YhX auf diesen in eine Ebene ausge-
 breiteten Zimmermann'schen Sternkarten entspricht,
 ist $= \frac{5}{6} \cdot 360^\circ = 300$ Grad, und die Meri-
 diane, wie ah , sind bloß in gleiche Theile abge-
 theilt. Dies macht, daß die Parallelgrade, welche
 man durch die Theilung jedes Bogens, wie XhY ,
 in 360 gleiche Theile, erhält, gegen die der
 Meridiane nicht ihr wahres Verhältniß behalten
 können.

Z. E. 10 solcher Theile oder Grade des
 Aequators XhY , würden auf dem Zimmermann's-
 chen Netze, zu 10 Grad des Meridians ah , sich
 verhalten, wie der 36te Theil des Bogens XhY
 zum 36ten Theile des Meridians ah . Aber die
 Länge eines Bogens XhY (dessen Halbmesser $= ah$,
 und

174

Stellen
verfess

Mittelpunkte = 300
 mit Geometrie leicht erhel-

$$\frac{300}{500} = \frac{5}{3} \cdot ah \cdot \pi ; \text{ daher}$$

$$\frac{300}{108} = \frac{5}{3} \cdot ah \cdot \pi. \text{ Also verhalten}$$

die Blümmenähnlichen Conglobulen 10
 1. Nequators zu 10 des Meridians

$$\pi \cdot ah : \frac{1}{9} \cdot ah, \text{ oder wie } \frac{5}{12} \pi : 1,$$

(wegen $\pi = 3,1415$) beynabe wie 13:10

10 Grade des Nequators würden betragen 13

Blümmen, und jene verhielten sich also nicht

mit diese, weil sie unter dem Nequator einander
 gleich seyn müßten, da die Erde hier für eine
 Kugel angenommen wird.

Berechnet man hingegen auf dem Reife (XII.)
 wie sich 10 Grade des Nequators verhalten wür-
 den zu 10 des Meridians, letztere von 0° der
 Breite angerechnet (also für $\alpha = 90^\circ$), so findet
 sich erstlich, nach dem Täfelchen (XI.), der Werth
 von 10 Graden des Meridians (für $\alpha = 90^\circ$)
 $= 0,2042$. Weil nun ferner für $\alpha = 90^\circ$,
 nach dem erwähnten Täfelchen, der Werth von x ,
 oder von dem Halbmesser ah des Nequators XhY

=

1,5707 ist, so hat man, weil des Ausschnitts Winkel $= 270^\circ$ ist (XI.), die Länge des Bogen XhY $= \frac{2\pi \cdot \pi \cdot 270}{360} = 2\pi\pi \cdot \frac{3}{4} =$

$\pi\pi$. Hievon der 36te Theil, als der Werth

10 Grade des Aequators, in welchen sich der Bogen XhY, auf dem Coniglobio krümmen würde,

$$\frac{3\pi\pi}{2 \cdot 36} = \frac{\pi\pi}{24} = \frac{1,5707 \cdot 3,1415}{24} = 0,2062.$$

nun 10 Grade des Meridians, vom Aequator gerechnet, vorhin $= 0,2042$ gefunden wurden, ist hemit, mit einem unmerklichen Fehler, das Verhältniß der Gleichheit zwischen den Meridian- u. Aequatorgraden bewiesen. Es sind demnach je nach der Entwerfungsart (XII.) viel geschickter zu Stern- und Erdkarten, als die Zimmermannen und ähnliche. Denn Coniglobien, wie (I.), enthalten nicht so sehr die Aehnlichkeit im Ganzen (welches an und für sich unmöglich ist), als vielmehr die möglichste Aehnlichkeit einzelner Theile, z. nicht allzugroßer Sternbilder, mit ihrer wahren Figur am Himmel, verschaffen.

XV. Man kann den Werth von m in der gemeinen Formel (VII.) auch nach andern Bedingungen

Einrichtungen und Absichten bestimmen. Gesezt, es sollten die ersten 45 Grade des Meridians auf dem Meze, den folgenden 45 Graden bis zum Pole gleich seyn, so daß der 45te Parallelfreis alle Meridiane des Mezes halbire, so hätte man, weil die

$$\text{Hälfte eines Meridian-Quadranten} = \frac{2r\pi}{8} = \frac{1}{4}r\pi,$$

den Werth von $x = \frac{1}{4}r\pi$ für $x = 45^\circ$. Demnach nach der Formel (VII.)

$$\frac{1}{4}r\pi = \frac{1}{4}r\pi (\tan 22\frac{1}{2}^\circ)^m$$

$$\text{oder} \quad \frac{1}{4} = (\tan 22\frac{1}{2}^\circ)^m$$

$$\text{Nimmt man } = \frac{\log 2}{\log \cot 22\frac{1}{2}^\circ} = \frac{0,30103}{0,38277} =$$

$$0,786. \text{ Also auch wieder benyabe } = \frac{3}{4}, \text{ wie}$$

oben (X.), welches zeigt, daß für den obigen Werth von m , auch benyabe der mittlere Parallelfreis des Mezes (der, welcher nemlich zum 45ten Grad der Breite gehört) die Meridiane, wie ah, halbiret, wie solches auf der Kugel selbst der Fall ist.

XVI. Das bisherige wird hinlänglich zeigen, wie man Mezen zu Contiglobien die vortheilhafteste Einrichtung geben könne. Begreiflich kann nur auch

nach, mit ihrem Originale auf der Kugel übereinstimmen sollten, machen nur einen geringen Theil aller möglichen hieher gehörigen Entwerfungsarten aus, weil man in Ansehung der Meridiane oder Parallelen, immer andere und andere Bedingungen mit jener Maxime verbinden kann. So könnte man z. E. annehmen, daß die Meridiane Kreisbogen, oder andere krumme Linien seyn sollten, und man würde nunmehr bestimmen können, was die Parallelen des Nezes für krumme Linien bilden müßten, wenn sie die Meridiane unter rechten Winkeln durchschneiden, oder sonst gewisse Bedingungen erfüllen sollten. Diese Aufgabe in der größten Allgemeinheit dürfte aber wohl von keinem besondern Nutzen für die practische Wappirungskunst seyn, zumahl wenn sie auf krumme Linien führt, welche in der Ausübung schwer zu zeichnen sind. Indessen ist klar, daß insbesondere die Bedingung, daß die Meridiane und Parallelen auf einem Neze, sich rechtwinklich, wie auf der Kugel, durchschneiden sollen, zu der Lehre von den *trajectoriis* in der höhern Geometrie gehöre, worüber man dasjenige nachlesen kann, was davon in den Schriften eines Bernoulli, Eulers und anderer Analysten vorkommt. Z. E. in *Joh. Bernoulli opp.* die Aufgabe, welche man in dem Register unter dem Titel

Titel des Problem. Trajectoriarum etc. nach-
 schlagen kann. Anwendungen davon, insbesondere
 auf das Zeichnen der Landchartennege, lehrt Herr
 Euler in der oben (§. 47. II.) angeführten Ab-
 handlung, Lambert im III. Theile seiner
 Beyträge S. 65. u. f. Allein die Formeln sind
 so allgemein, daß, außer den bisher angeführten
 einzelnen Fällen, sich nichts brauchbares und beque-
 mes für die Mappirungskunde daraus herleiten
 läßt, wie Hr. Euler a. a. O. (§. 60.) selbst erin-
 nert, und das Ganze ist demnach mehr ein Gegen-
 stand der Theorie, als der Anwendung. Dies wird
 mich entschuldigen, wenn ich diese Untersuchungen
 hier weglasse, und nur diejenigen einzelnen Fälle
 vorgetragen habe, welche keine zu weitläuftigen
 Rechnungen und Constructionen erfordern, und
 theils schon zu Landcharten gebraucht worden sind,
 theils noch mit Nutzen angewandt werden können.
 Jetzt will ich nur noch etwas von des Herrn von
 Segners oben (§. 5. VI.) erwähnten Verfah-
 ren, die Erdsfläche zu entwerfen, beybringen, ehe
 ich zu den perspectivischen Projectionen fortgehe, die
 man so häufig zu Landcharten gebraucht hat.

Hrn. v. Segners Vorschlag zu einer be-
 Art von Landcharten und Erbkörpern (*Astr. Jahrb. 1781. S. 44.*)

Dieser besteht darin, einzelne Zonen
 fläche bergestalt zu entwerfen, daß, wie
 Zeichnungen nachher, wie das Netz eines
 Bit, schicklich in Cylinder- oder Kegelflä-
 krümmt werden, sie zusammen einen Kör-
 schliessen; der zwar keine Kugel ist, aber
 Gestalt der Erde den Sinnen etwas besser,
 als einzelne Conglobten oder Planisphären.

Hr. v. Segner wählt zu dieser An-
 kalte, gemäßigte, und heiße Zone. Aus drei
 Zonen einen solchen Körper zusammenzusetzen
 zwar einen der Kugel ähnlichen Körper ge-
 wie ein Polygon von vielen Seiten dem
 näher kommt, als eines von wenigern, a
 Verzeichnung würde zu weidläufig seyn, u
 zu dem Gebrauche, den man von solchen K
 die Part einer wirklichen Kugel dienen sollen;
 im wesentlichen nicht viel mehr nützen.

I. Es sey demnach (Fig. XL. Tal
 ACP ein Quadrant eines mit dem Halbme-
 der Erde beschriebenen Kreises, P der Erdp

[illegible]

III. Bedenkt man sich nunmehr die ganze Zone um PC als um eine Axe herumgedreht, so wird der Quadrant ABeP eine Halbkugel; AB die Seitenfläche eines Cylinders, der die Halbkugel in einem größten Kreise durch A berühren würde; BE die Seitenfläche eines abgestutzten Kegels, der seine Spitze bey F, wo BE in die Verlängerung von CP einschneidet, haben, und die Kugel in einem Kreise durch D berühren würde; und endlich PE eine Kreisfläche von dem Halbmessen PE. Eben so etwas um die andere Halbkugel gedacht, würde zusammen einen Körper geben, den man nunmehr, nach Hrn. v. Segners Vorschlage, statt der Kugel selbst gebrauchen könnte. Weiter ver heißen Zone würde man sich alsdann, die

die von der Tangente an A beschriebene Cylinderfläche, unter den gemäßigten, die von den Tangenten, wie BE, beschriebenen Kegelflächen, und unter den kalten Zonen, die von den Halbmessern, wie PE, beschriebenen Kreisflächen vorstellen. Die Oberflächen dieser Theile in eine Ebene ausgebreitet, geben alsdann die Reize zu dem verlangten Körper, welche nunmehr nach den in der Geographie eingeführten Gründen verzeichnet und eingetheilt werden müssen.

IV. Man sieht sogleich, daß die von AB beschriebene Cylinderfläche, in eine Ebene ausgebreitet, zu einem Rechtecke werden muß, dessen Grundlinie dem Umfange des von dem Halbmesser AC der Erde beschriebenen Aequators, und die Höhe AB, der Tangente des Winkels $ACB = 23^{\circ}. 28'$ für den Halbmesser AC gleich seyn wird. Was hier von dem um die Halbkugel ADP u. beschriebenen Körper ABEP u. gesagt wird, gilt auch von dem um die andere Halbkugel beschriebenen.

Also ist (den Halbmesser der Erde $= 1$ gesetzt) die Grundlinie jenes Rechtecks $= 2 \cdot \pi = 2 \cdot 3,1415 \dots = 6,2831$; und die Höhe $AB = \tan 23^{\circ}. 28' = 0,4341$.

V. Man

V. Man ziehe demnach (Fig. XLI.) eine gerade Linie ff , und auf sie ein Perpendikel ik , und trage nach einem in 1000, oder, wenn es die Größe desselben vorstellet, in 10000 Theile ein getheilten Erdhalbmesser AC , von a nach k und i , den halben Umfang des Aequators, also 3,1415 Halbmesser der Erde, und errichte in k und i Perpendikel mg , nh , auf denen man $im = kn = g = kh = \tan 23^\circ. 28' = 0,4341$ (alles in Theilen des zur Einheit angenommenen Halbmessers AC) nehme, so ist $mngn$ das Rechteck (IV.), welches auf dem Segnerischen Erdkörper die heiße Zone bildet.

VI. Um die von der Tangente BE beschriebene abgefürzte Kegelfläche in eine Ebene ausbreiten zu können, so muß man sich bey F die Spitze des ganzen Kegels gedenken, da denn BF die Seitenlinie desselben, und das Perpendikel $BN = AC = 1$ den Halbmesser der Grundfläche, so wie EP den Halbmesser des Kreises, den der Punkt E auf der Kegelfläche beschreiben würde, darstellt.

Nun ist, weil BD , BA zwey Tangenten von einem Punkte B ausserhalb des Kreises sind, $BD = BA = \tan 23^\circ. 28' = 0,4341$, also auch der Winkel $DCB = 23^\circ. 28'$; folglich $DCF = 90^\circ - 2 \cdot (23^\circ. 28') = 90^\circ - 46^\circ. 56' =$

$43^{\circ}.4'$ und $DCE = BCE - BCD :$
 $43^{\circ}.4' - 23^{\circ}.28' = 19^{\circ}.36'$ Demnach

$$DF = \tan 43^{\circ}.4' = 0,9347$$

$$DE = \tan 19^{\circ}.36' = 0,3560$$

$$BF = DF + DB = 1,3688$$

$$BE = BD + DE = 0,7901$$

$$EF = DF - DE = 0,5787$$

$$EP = CE \sin ECP = \sec ECD \cdot \sin EC$$

$$= \sec 19^{\circ}.36' \cdot \sin 23^{\circ}.28',$$

sich durch Logarithmen, $EP = 0,4227$ find

Auch ist $CP = EC \cdot \cos ECP = \sec ECD \cdot \cos EC$

$= 0,9737$, also nicht völlig dem Halbmess

CA gleich.

VII. Weil nun jede in eine Ebene ausgebrei-
 tete Kegelfläche einen Kreisabschnitt bildet, des
 Halbmesser der Seitenlinie des Kegels, und Vog-
 dem Umfange der Grundfläche des Kegels gle-
 ist, so ergibt sich für den der Kegelfläche (V
 entsprechenden Kreisabschnitt der Halbmesser :
 $BF = 1,3688$, und der Bogen $=$ einem Kre-
 umfange von dem Halbmesser BN oder AC, d.
 $2 \cdot \pi$, daraus weiter der Winkel des Kreisabschni

$$= \frac{360^{\circ} \cdot BN}{BF} = \frac{360^{\circ}}{1,3688} \quad (\text{wegen } BN =$$

$$= 263^{\circ} \text{ beynähe.}$$

VIII. I

VIII. Nun nunmehr das Netz zu dem von EB beschriebenen abgefürzten Regel zu verzeichnen nehme man (Fig. XLI.) $bf = BF = 1,3688$, und beschreibe damit aus f, als einem Mittelpunkte, einen Kreis, so wird derselbe von mn berührt. In den Mittelpunkt f trage man einen Winkel $\angle bfb = \angle fbf = \frac{1}{2} \cdot 263^\circ = 131\frac{1}{2}^\circ$, vermittelst des gemeinen Transporteurs, oder der in (S. 18. Z. 12.) erwähnten Verfahren, so ist der Kreisbogen $\mu b \nu f \mu$ der ganzen von FB beschriebenen Regelfläche gleich.

Um aber bloß die abgefürzte von EB beschriebene Regelfläche zu erhalten, so stehe man aus f, mit einem Halbmesser $fe = FE = 0,5787$ einen zweiten Kreisbogen $\sigma e \tau$, so ist $\sigma \mu b \nu \tau e \sigma$ das verlangte Netz für die abgefürzte Regelfläche, welche eine von den gemäßigten Zonen darstellt.

LX. Endlich beschreibe man, indem man $e\pi = EP = 0,4227$ nimmt, aus π noch einen ganzen Kreis, so ist dies eine von den kalten Zonen, und wenn man nun diese Zeichnung über und unterhalb ik macht, so erhält man das Netz, welches gehörig zusammengebogen, den Körper geben wird, der um die Kugel beschrieben worden, und statt dieser gebraucht werden kann. Am besten

zeichnet man dieses Netz auf dünne geleimte und mit Papier überzogene Pappe.

X. Nun ist nichts mehr übrig, als dasselbe durch gerade Linien und Kreisbögen, welche die Meridiane und Parallelkreise vorstellen sollen, gehörig einzutheilen.

Hr. v. Segner gedenkt sich daher durch die einzelnen Grade des Quadranten $ABeP$ (Fig. XL), oder durch jede 5 oder 10 Grade, wie hier in der Figur, Halbmesser, bis an den geradlinigten Umfang $ABDEP$ gezogen, und nimmt die Stellen, wo diese Halbmesser in den erwähnten Umfang einschneiden, für diejenigen an, durch welche die Parallelkreise mit dem Aequator, gezogen werden sollen.

XI. Man begreift, daß, da der Winkel $ACB = 23^{\circ}. 28'$, also $< 30^{\circ}$ ist, auf AB , von A nach 1, und von A nach 2, für den Halbmesser $AC = 1$ nur die Tangenten von 10° und 20° getragen werden dürfen, um die Punkte 1 und 2 zu erhalten, durch welche die Parallelkreise für den 10ten und 20ten Grad der Breite gezogen werden müssen. Man nehme also auf dem Netze (Fig. XLI.) $a_1 = \tan 10^{\circ} = 0,1763$ und $a_2 = \tan 20^{\circ} = 0,3639$, so sind 1 und 2 die Punkte, durch welche, gerade Linien, parallel mit

mit ik , gezogen werden müssen, um auf dem Rechte mgh , als der heißen Zone, die Parallelen für den 10ten und 20ten Grad des Abstandes vom Equator ik zu erhalten.

Nun nehme man ferner auf dem Rebe, bei $BD = 0,4341$, so entspricht der Punkt d dem Berührungspunkte D , als dem $46^{\circ}.56'$ der Breite. Um demnach den Punkt 4 auf dem Rege zu erhalten, welcher dem 40ten Grad der Breite entspricht, so trage man aus d in 4 die Tangente von $6^{\circ}.56' = 0,1216$. Ferner trage man aus d in 3 die Tangente von $(10^{\circ} + 6^{\circ}.56')$, oder $16^{\circ}.56' = 0,3044$, so ist 3 der Punkt, durch welchen der Parallel für den 30ten Grad der Breite gezogen werden muß.

Ferner trage man aus d in 5 die Tangente von $3^{\circ}.4' = 0,05357$ (als der Ergänzung von $46^{\circ}.56'$ zu 50°), so hat man den Punkt 5 auf dem Rege, welcher dem 50ten Grad der Breite entspricht. Da nun der Winkel $DCE = 19^{\circ}.36'$ (VI.), also der Punkt E dem $66^{\circ}.32'$ der Breite entspricht, so fällt zwischen D und E auch noch derjenige, welcher dem 60ten Grad der Breite zugehört. Man trage also von d nach 6 auf dem Rege, die Tangente von $13^{\circ}.4'$ (als der Ergänzung der Breite von $46^{\circ}.56'$, welche dem Punkte

D entspricht, zu 60°) mache also $d_5 = 0,2321$, so ist 6 der Punkt, welcher zu 60° Breite gehört.

Endlich trage man aus π zu 8, und aus π zu 7 die Tangenten von 10° und 20° , aber vermindert in dem Verhältnisse $AC : CP$ (weil die Linie EP keine Tangente an dem Punkte P selbst ist), d. h. in dem Verhältnisse $1 : 0,9737$ (VI.), so ist $\pi 8 = \tan 10^\circ \cdot 0,9737 = 0,1716$ und $\pi 7 = \tan 20^\circ \cdot 0,9737 = 0,3543$, und die Punkte 8 und 7 werden diejenigen seyn, durch welche die Parallelsreise für den 8ten und 7ten Grad der Breite gezogen werden müssen.

Die Parallelsreise innerhalb dem Rechte $\mu o b \tau$ der gemäßigten Zone, werden aus dem Mittelpunkte f , mit den Halbmessern $f 3$, $f 4$, $f 5$, $f 6$, beschrieben, die aber innerhalb der kalten Zone, aus dem Mittelpunkte π , mit den Halbmessern $\pi 7$, $\pi 8$.

XII. Um endlich die Meridiane zu zeichnen, so theile man den Aequator ik in 36 Theile, nemlich ai in 18, und ak in 18, so bedeutet jeder Theil 10 Grade. — Durch diese Grade werden innerhalb des Rechtecks $ringh$, Parallellinien mit ff gezogen, so sind dies Stücke der Meridiane innerhalb der heißen Zone. In der gemäßigten, wie $\mu o b \tau$, theile man den Bogen $\mu b \tau$ ebenfalls

in

In 36 gleiche Theile, und ziehe von diesen Punkten, nach dem Mittelpunkte f , gerade Linien innerhalb des Kreises uv , so sind dies die Stücke der Meridiane innerhalb der gemäßigten Zone uv . Endlich theile man auch den Umkreis der kalten Zone in 36 gleiche Theile, und ziehe aus dem Mittelpunkte π Halbmesser dahin, so ist das Netz in dem ganzen Körper von 10° zu 10 Graden der Breite, und 10 zu 10 der Länge eingetheilt. Man kann also denn in jedes Viereck des Netzes die Längen nach der bereits bekannten Art eintragen. Soll der Körper eine Himmelskugel vorstellen, so werden die Sterne nach Maßgabe ihrer Rectascension und Declination eingetragen, wo denn für einen Stern Rectascension und Declination das sind, was für einen Ort auf der Erde, Länge und Breite bedeuten.

XIII. Landcharten nach dieser Art gezeichnet, sind nach Hrn. v. Segners Behauptung, noch so ziemlich der Natur gemäß, oder vielmehr, sie stellen einzelne Theile der Erde beynähe in der wahren Gestalt und Größe dar, und lassen sich ohne groben Fehler nach einerley Maßstabe mit einander vergleichen. Einzelne Stücke dieses Netzes geben Charten, welche dergestalt an einander geschoben werden können, daß die Gränzen der
in

in diesen Stücken enthaltenen Länder und Seen, mit einer hinlänglichen Dichtigkeit erscheinen, und indem diese Gränzen aus einer Charte in die andere, und von dieser in jene zurücklaufen, so läßt sich die eigentliche Gestalt des Ganzen deutlich genug darstellen. Aus allen Charten dieser Art aber, die nemlich die ganze, aus trockenem Land und Wasser bestehende Oberfläche der Erde vorstellen, läßt sich alsdann ein Körper zusammensetzen, der von einer Kugel so wenig abweicht, daß, so lange es uns nur um die Gestalt, Größe und Verbindung der verschiedenen Theile dieser Oberfläche zu thun ist, derselbe gar wohl die Stelle einer völlig runden Kugel vertreten kann. Und da der Körper aus Theilen (III.) besteht, welche leicht so verfertigt werden können, daß sie sich von einander absondern, und wieder zusammensetzen lassen, so giebt dieses Gelegenheit, denselben ausser dem Gebrauche in einen Raum zu verwahren, der viel schicklicher und kleiner ist, als derjenige, welchen eine eigentliche Erbkugel von eben der Größe einnehmen würde. Wollte man aber diese Theile unbeweglich an einander befestigen, so könnte man, nach dem Vorschlage Hrn. Lamberts, diesen Körper auch gar wohl mit einer Axe, einem Horizonte und Mittagsringe versehen, und dadurch seinen Gebrauch gar sehr

sehr erweitern. Herr Prof. Funk hat auf diese Art größere und kleinere Erdkörper besorgt, welche den Beyfall des Publikums erhalten haben, und um einen merklich geringern Preis, als Kugeln von eben der Größe, geliefert werden können. Man sehe oben (§. 5. VI.).

Viertes Kapitel.

Perspectivische Projectionen der Erdoberfläche.

§. 59.

Man hat erst in den neuern Zeiten angefangen, einzusehen, daß die perspectivischen Zeichnungen der Erdoberfläche, wovon ich bereits oben (§. 5. VII. 1c.) im Allgemeinen geredet habe, nicht gerade diejenigen sind, welche vor allen andern den Vorzug verdienen, sondern daß es allerdings mehrere Entwurfungsarten giebt, welche der Absicht und der Bedingung einer guten Landcharte mehr, als die perspectivischen entsprechen. Außerdem sind ja perspectivische Entwürfe im Grunde immer nur erdichtet oder eingebildet, und die Bedingung dabey, daß das Auge z. E. im Mittelpunkte der

der

der Erde, oder im Nadir des entworfenen Stücks der Erdoberfläche sich befindet, wird in der Natur selbst nicht erfüllt, und kann also auch wohl nicht als die vorzüglichste Maxime bey Entwerfung der Landcharten angesehen werden. Ferner haben alle perspectivische Entwürfe das gemein, daß nur derjenige Theil der Erdoberfläche, welcher dem Auge gerade gegenüber liegt, mit erröthlicher Genauigkeit auf demselben abgebildet wird, daß aber die seitwärts liegenden Theile immer mehr und mehr von ihrem Urbilde auf der Kugel abweichen, da es hingegen allerdings, wie wir oben gesehen haben, Entwerfungsarten giebt, auf denen jeder Theil, dem entsprechenden auf der Kugel, mit gleichem Grade der Genauigkeit entspricht, so daß also kein Theil, in Ansehung des andern, gleichsam etwas voraus hat, er mag in der Mitte der Charte, oder am Rande derselben angenommen werden. Ich rede hier bloß von der Aehnlichkeit einzelner Theile, nicht bloß von der im Ganzen, welche überhaupt bey keiner einzigen Entwerfungsart statt finden kann.

Die stereographische Projection, welche vor allen andern perspectivischen noch den Vorzug verdient, hat dennoch das Unbequeme, daß, wenn gleich einzelne Theile derselben, ihrem Originale
auf

Der Kugel noch so ziemlich ähnlich bleiben, denn die Grade auf dem mittlern Meridiane einer Projection unter sich viel zu ungleich ausfallen. Welches denn zur Folge hat, daß für Distancen der Oerter, welche nahe an den Enden solcher Charte zu liegen kommen, ein anderer Maasstab, als für die in die Mitte kommenden, erfordert wird. Dann ist auf der stereographischen Projection nur allein der mittlere Meridian geradlinigt, und die übrigen krümmen sich mehr, je weiter sie sich von dem mittlern entfernen. Daraus entsteht die Unbequemlichkeit, daß, wenn aus einem stereographisch entworfenen Netze, z. E. einer Generalcharte, zu besonderm Gebrauche einzelne Stücke herauszeichnen will, welche nicht von geradlinigten Meridiane durchschnitten werden, dergleichen Stücke durchaus krummlinigte Meridiane bekommen; dies erschwert denn ihren Gebrauch, und giebt ihnen ein widriges Aussehen, hingegen eine Entwerfungsart, bey der alle Meridiane geradlinigt sind, eine leichtere Heraushebung einzelner Theile verstattet, und überhaupt Gebrauche bequemer ist. Ausserdem passen sich, worauf die Meridiane alle geradlinigt, besser an einander, und können, wenn die Meridiane nach einerley Maasstabe gezeichnet worden.

worden sind, erforderlichen Falles mit ihren Gränzen so an einander gelegt werden, daß sie ein zusammenhängendes Ganze ausmachen, welches hingegen bey einzeln stereographisch entworfenen Stücken nicht so leicht angeht, zumahl wenn jedes Stück aus einem besondern Augenpunkte gezeichnet worden ist.

Aus diesen und mehreren Gründen verwarf die kaiserliche Akademie in Petersburg, zu einer Chartre des russischen Reiches, die stereographische Projection, und wählte diejenige, welche ich oben unter dem Namen der de l'Hôllischen erklärt habe (*Comm. Acad. Petr. 1777. P. I. p. 143*). Auch Hr. Prof. Vobe bediente sich bey den Planisphären, welche er zu seiner Anleitung zur allgemeinen Erdfugel gezeichnet hat, lieber der Lambertischen oben (§. 52. u. 53.) erklärten Entwerfungsart, als der stereographischen, die man bisher fast allein zu Planisphären gebraucht hatte. So werden denn überhaupt gegenwärtig sehr häufig andere Entwerfungsarten statt der perspectivischen gewählt. Da indessen bereits so viele Charten nach den Regeln der Perspectiv gezeichnet worden sind, und noch immer gezeichnet werden, so muß ich nunmehr auch diese Projectionsarten erläutern.

Ich werde die Vorschriften dazu nach einer Art, die
 als die einfachste betrachtet, aufsuchen:
 §. 60.

§. 60. Was man unter dem perspectivischen Ein-
 druck eines Brücks der Erdoberfläche versteht, ist schon
 (§. 5. VII.) für Allgemeinen erklärt worden. Um
 aber nun hierbey von den ersten perspectivischen
 Standpunkten auszugehen, so sey überhaupt AB
 (Fig. KLI.) ein Gegenstand, und O das Auge
 in einer gewissen Entfernung von AB. Man
 stelle sich von jedem dem Auge zugekehrten Punkte
 dieses Gegenstandes, eine gerade Linie, oder
 einen Lichtstrahl, eine Gesichtslinie, nach
 dem Auge O gezogen, so bilden alle diese Linien
 eine Strahlenpyramide BOA, deren Spitze
 der Punkt O selbst seyn würde.

II. Nun ist es in Ansehung des Eindruckes,
 oder der Empfindung, die ein Lichtstrahl, z. E.
 BO, in dem Auge bewirkt, völlig einerley, ob
 dieser Lichtstrahl von dem Punkte B des Gegenstan-
 des AB herkömmt, oder von einem Punkte, z. E.
 b, der in der geraden Linie BO irgendwo liegt.
 Stellt man sich daher die ganze Strahlenpyramide
 BOA mit einer ebenen Fläche MN durchschnitten
 vor, so wird sich auf MN eine Durchschnitsfigur
 ab

völlig einerley ist, ob es von b , a , u
gehörigen Punkten B , A , die erwa
strahlen bekommt. Das gilt denn von
gen Punkten der Durchschnitsfigur
kann sich vorstellen, als wenn jeder E
 AO , das Bild des zugehörigen Punktes
sam mit sich führte, und bey a , auf
 MN zurückließe, und daß nun MN
sichtige Tafel wäre, auf der man die E
 a , b , aller von dem Gegenstande A
Auge zufahrenden Lichtstrahlen verzeich
Figur ab auf der Tafel, würde sich
Auge O , das hier für einen Punkt
wird, eben so darstellen, wie der Geg
selbst, wenn man ihn aus O , durch
betrachtete. Dies ist der Grund, u

nichts weiter, als jene Durchschnitsfigur auf der Tafel MN so zeichnen, daß, wenn auch der Gegenstand AB weggenommen würde, dennoch das Auge O das Bild ab desselben auf der Tafel eben so empfände, als den Gegenstand selbst.

Es brauchte hiebei MN gar nicht einmal eine ebene Fläche zu seyn, und dennoch würde alles, was bisher gesagt worden, auch von dieser gelten. Man würde also auch auf einer krummen Fläche MN, einen Gegenstand AB perspectivisch verzeichnen können. Aber wir werden in der Folge für die perspectivische Tafel MN, bloß eine ebene Fläche nehmen.

III. Hieraus lassen sich nun leicht einige Folgerungen ziehen.

Wäre der Gegenstand AB erstlich eine gerade Linie, so müssen alle Lichtstrahlen, die von ihm nach dem Auge O gezogen werden, in einer einzigen Ebene BOA liegen, deren Durchschnitt mit der Tafel MN, auch eine gerade Linie seyn wird, deren Länge und Lage, von der Lage der Ebene MN, gegen AB und das Auge O abhängen muß. D. h. jede gerade Linie AB, wird sich auf einer Ebene, wie MN, auch als eine gerade Linie ab, perspectivisch abbilden müssen.

IV. Weil

IV. Weil auf der Oberfläche der Erdfugel, zur Bestimmung der Lage der Dörter, Kreise gewählt werden, so müssen wir uns vorzüglich mit den perspectivischen Entwürfen der Kreislinie beschäftigen, um die Projection eines Netzes auf der Kugel, das aus Meridianen und Parallelen bestände, zeichnen zu können. Hier wird nun folglich erhel-
len, daß, wenn der Gegenstand AB ein Kreis ist, also die Strahlenpyramide OBA , sich in einen Strahlenkegel verwandelt, ihr Durchschnitt mit der Ebene MN , also der perspectivische Entwurf eines Kreises auf einer Ebene, nothwendig ein Kegelschnitt, also entweder ein Kreis, eine Ellipse, eine Parabel, oder Hyperbel seyn müsse. Unter welchen Umständen eine von diesen krummen Linien zum Vorschein kommt, entscheidet die höhere Geometrie. Aus der gemeinen Geometrie erhellet, daß die Projection eines Kreises, auch ein Kreis seyn müsse, so bald als die, den Kegel BOA durchschneidende Tafel MN , der Grundfläche BA des Strahlenkegels, also der Ebene des zu entwerfenden Kreises AB gleichlaufend ist, es mag der Kegel BOA gleichseitig oder ungleichseitig seyn.

V. Ist sie über der Grundfläche nicht parallel sondern durchschneidet sie in einer beliebigen geraden Linie, so kommt es auf die Lage dieser Linie,

und

auf die Neigung der schneidenden Ebene gegen Grundfläche BA an, ob der Schnitt eine Parabel, Ellipse, oder Hyperbel werden soll. Um das hergehörige zu erläutern, muß ich aber erst noch gendes vorausschicken.

VI. Wenn ein Regel vorgegeben ist, z. E. DA (Fig. XLIII.), so muß man sich immer den entgegengesetzten desselben vorstellen, d. h. denjenigen, der entstehen würde, wenn man die Seitenlinien BO, DO, AO u., auch aufwärts über O hinaus, ohne Ende verlängerte. Man muß sich nemlich erinnern, daß eine Regel so beschrieben wird, indem eine gerade Linie, z. B. OB, sich um einen festen Punkt O dergestalt bewegt, daß sie dabei beständig um den Umfang des Kreises BDA, der der Regel Grundfläche seyn soll, herumgeführt wird; da wird denn der über O hinausgehende Theil Oß der geraden Linie, den obern Regel α OB, so wie ihr anderer Theil OB, den untern BOA beschreiben.

Wird nun eine solche Regel mit einer Ebene kEi durchschnitten, so kann dieser Schnitt weder nur einen der beiden entgegengesetzten Regel α OB, AOB, treffen, oder beyde zugleich; nachdem das eine oder andere geschieht, kommen verschiedenen Regelschnitte zum Vorschein,

die unter dem Namen des Kreises, Ellipse, Parabel und Hyperbel bekannt.

Um aber die Umstände zu bestimmen, welchen die schneidende Ebene kEi nur einerleyde Regel trifft, so sey (Fig. XLIII. u. XLV.) ki die Durchschnittslinie jener Ebene des Kegels Grundfläche BDA , und CF ein Perpendikel auf ki , aus dem Mittelpunkte des BDA . Durch O , C , F , gedente man sich eine Ebene, welche die Ebene des Schnitts kEi der geraden Linie FE , die Seitenfläche des Kegels in den geraden Linien BO , AO , und die Grundfläche BDA in dem Durchmesser BA schneidet. Ich nenne diese Ebene BOA , die Ebene der Axen, weil in ihr die Axe OC des Kegels liegt. Daß überhaupt auch jede andere Ebene durch die Axe OC , die Kegelfläche in geraden Linien schneiden müsse, ist aus der Elementargeometrie hinlänglich bekannt.

VII. Hier sieht man nun sogleich, daß, die erwähnte Linie FE parallel ist mit einer der beiden Seitenlinien BO , oder AO des Kegels, z. E. (Fig. XLIV.) mit BO , die Linie FE des Regelschnitts unmöglich in der Regel $\alpha O\beta$ treffen kann, sondern bloß in der Kegelfläche bleiben, und sie in einer fru-

Linie $\mu E \nu$ schneiden wird, welche mit zweyen immer weiter auseinander gehenden Schenkeln $E\mu$, $E\nu$ fortlaufen muß, weil der Schnitt nie in die verlängerte Seitenlinie OB eintreffen kann, wenn man sich auch die Regelfläche BOA über die Grundfläche hinaus, ohne Ende verlängert gedentet. Diese krumme Linie heißt die *Parabel*, und sie setzt also voraus, daß der Winkel CFE gleich sey dem Winkel CBO. Wenn EF mit OA parallel wäre, also der Winkel CFE = der Ergänzung des Winkels CAO zu 180° , so würde die Durchschnitsfigur $\mu E \nu$ ebenfalls von der erwähnten Eigenschaft seyn, daß sie nemlich mit zwey unendlichen Schenkeln fortliefe.

VIII. Ist (Fig. XLV.) der Winkel BFE \angle CBO (oder auch \angle als des Winkels CAO Ergänzung zu 180°), so muß die Linie FE beyde Seitenlinien OB, OA des untern Regels, bey o und E einschneiden, und die Ebene kEis des Schnitts wird jede Seitenlinie des untern Regels treffen müssen; es wird zur Durchschnitsfigur eine in sich selbst zurücklaufende, nach allen Seiten zu begränzte krumme Linie ekEi zum Vorschein kommen, die man eine *Ellipse* nennt, und die nur in einigen Fällen sich in einen Kreis verwandeln kann. Sie unterscheidet

bet sich also von der Parabel darin, daß sie keine unendlichen Schenkel hat, sondern sich vollkommen nach allen Seiten schließt. Sie ist länglicht oder eyrund, und zieht sich desto mehr in die Länge, je weniger die Lage der Linie FE von dem Parallelismus mit EO, oder AO abweicht. Dagegen verwandelt sie sich in einen Kreis bqam, wenn sie mit des Kegels Grundfläche BDAB parallel ist, und ausserdem noch in einem andern, hernach zu erörternden Falle.

IX. Ist endlich (Fig. XLIII.) der Winkel $\angle CFE > \angle CBO$, so wird die Linie FE, und also die durchschneidende Ebene über ki, auch in die obere Kegelfläche treffen, und mit derselben eine Durchschnitsfigur bilden, welche nicht nur in dem untern Theile BOA mit zweyen unendlichen Schenkeln $E\mu$, $E\nu$, sondern auch in dem obern $\alpha O\beta$ mit zwey dergleichen em , en , versehen ist, und eine Hyperbel genannt wird. Sie unterscheidet sich von der Parabel darin, daß letztere nur aus einem Paare solcher unendlichen Schenkel besteht. Uebrigens erhält man auch eine Hyperbel, wenn der Winkel $\angle CFE <$ als die Ergänzung des $\angle CAO$ zu 180° ist.

X. Die Durchschnitsfigur einer ebenen Fläche ike, mit der krummen Seitenfläche eines Kegels,

be,

Bestimmt sich demnach bloß aus dem Verhalten des Winkels CFE (welchen die gemeinschaftliche Durchschnittslinie FE der Ebenen Eki und CFO , mit dem Perpendikel CF (VI.) macht), gegen diejenigen Winkel, welche die Seitenlinien BO , AO , mit dem Durchmesser ACFB der Grundfläche machen. Dieser Winkel CFE kann aus der Figur des Kegels, je nachdem nemlich derselbe gerade oder schief ist, also aus dem Neigungswinkel seiner Axe OC gegen die Grundfläche BA , und den übrigen Abmessungen des Kegels, dann aus der Lage der Durchschnittslinie ki , und dem Neigungswinkel der durchschneidenden Ebene Eki gegen die Grundfläche BDA , berechnet werden, und eben daraus lassen sich auch die Winkel ABO , BAO finden. Die Vergleichung derselben mit dem CFE lehrt alsdann, ob die Schnittfigur kEi ein Kreis, eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist.

XI. Man fälle (Fig. XLV.) von der Spitze O des Kegels, dessen Axe OC ist, ein Perpendikel OS auf die Grundfläche BDA herab, und ziehe aus dem Mittelpunkte C nach S die gerade Linie CS , so ist der Winkel OCS die Neigung der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben. Man nenne $\text{OCS} = \beta$, und die Länge der Axe $\text{OC} = c$. Der Winkel, den die Linie CS mit ki macht,

macht, also CwF , in dem rechtwinklichten Dreyecke CFw , heiße α ; durch diesen Winkel wird die Lage der Durchschnittslinie ki , gegen die bestimmte Richtung CS angegeben. Ferner sey der Halbmesser $AC = CB = r$, und der Neigungswinkel der Durchschnittsebene kEi gegen die Grundfläche $BDA = \psi$, so ist der Schnitt kEi eine Ellipse, Parabel, oder Hyperbel, je nachdem der Ausdruck $c.(\sin \beta \cot \psi + \cos \beta \sin \alpha)$ größer, gleich, oder kleiner ist, als der Halbmesser r . Auf den Abstand CF der Durchschnittslinie ki vom Mittelpunkte der Grundfläche C , kommt es hierbey nicht an.

Beweis. 1. Man gedente sich den körperlichen Winkel bey C , welchen die drey ebenen Winkel $FCS = 90^\circ - \alpha$, FCO , und $OCS = \beta$, von denen der letztern Ebene auf der des erstern FCS senkrecht steht, bilden, und (Fig XLVI.) das diesem körperlichen Winkel C zugehörige sphärische Dreyeck osf , wenn man aus C , mit einerley Halbmesser, die Kreisbogen os , sf , of innerhalb den Schenkeln jener ebenen Winkel OCS , SCF , OCF beschreibe. Dieses sphärische Dreyeck muß bey s rechtwinklicht, also $osf = 90^\circ$ seyn. Dann ist der Bogen sf das Maas des Winkels FCS , also $= 90^\circ - \alpha$, und eben so

$os = \beta$. Daraus ergiebt sich, nach der sphärischen Trigonometrie, für die Seite of , oder den Winkel OCF , den ich ϑ nennen will, der Ausdruck

$$\cos \vartheta = \cos \beta \sin \alpha$$

und für den Winkel $ofs = \omega$, als den Neigungswinkel der Ebenen OCF , SCF

$$\cot \omega = \cot \beta \cos \alpha \quad (\text{Trig. S. LIII.})$$

2. Hieraus findet sich weiter in dem geradlinigten Dreiecke OCB (Fig. XLV.), worin $OC = c$; $BC = r$, und der eingeschlossene Winkel $OCF = \vartheta$ (1.)

$$\tan OBC = \frac{c \sin \vartheta}{r - c \cos \vartheta} \quad (\text{Trig. S. XXI.})$$

3. Nun stelle man sich ferner die körperliche Ecke bey F vor, welche durch die drey ebenen Winkel kFE ; $kFC = 90^\circ$ und EFC gebildet wird, oder das zugehörige sphärische Dreieck ekc (Fig. XLVII.). In diesem ist der Bogen $kc = 90^\circ$, als Maaß des rechten Winkels kFC ; ferner der Neigungswinkel ekc der Durchschnittsebene EFk , oder Eik gegen des Kegels Grundfläche BDA , welchen Winkel wir mit ψ bezeichnen wollen, und endlich der sphärische Winkel $kce =$ dem Neigungswinkel der Ebene EFC (Fig. XLV.), oder OCF gegen die Grundfläche FCS

FCS des Kegels, d. h. $kce = \omega$ (1.). Daraus wird für den Bogen ec (Fig. XLVII.), oder den zugehörigen Winkel EFC

$$\text{tang EFC} = \frac{\text{tang } \psi}{\sin \omega} \quad (\text{Trig. S. LIV.})$$

4. Nun ist aber ferner in dem sphärischen Dreiecke ofs (Fig. XLVI.) $\sin os : \sin ofs = \sin of : \sin osf$, oder $\sin \beta : \sin \omega =$

$$\sin \vartheta : \sin tot (= 1), \text{ d. h. } \sin \omega = \frac{\sin \beta}{\sin \vartheta};$$

folglich (3.) für den Winkel EFC $= \zeta$, $\text{tang } \zeta = \frac{\text{tang } \psi \sin \vartheta}{\sin \beta}$

5. Endlich findet sich auch in dem sphärischen Dreiecke ekc (Fig. XLVII.) für den Winkel kFE, dessen Maaß der Bogen $ke = \delta$ sey,

$$\text{tang } \delta = \frac{\text{tang } \omega}{\sin \psi} = \frac{1}{\cot \omega \sin \psi}$$

$$\text{oder (1.) } \text{tang } \delta = \frac{\text{tang } \beta}{\cos \alpha \sin \psi}$$

6. Nun kommt der Umstand, ob die Figur des Regelschnitts kEi (Fig. XLV.) eine Parabel, Ellipse, oder Hyperbel sey, darauf an, ob der Winkel EFC, oder $\zeta = <$ oder $>$ als OBC ist (X.), d. h. ob der Ausdruck

tang

$$\frac{\operatorname{tg} \psi \sin \vartheta}{\sin \beta} = \text{< oder >} \text{ als } \frac{c \sin \vartheta}{r - c \cos \vartheta} \text{ ist.}$$

$$\text{h. ob } r - c \cos \vartheta = \text{< oder >} c \sin \beta \cot \psi$$

$$r = \text{< >} c (\cos \vartheta + \sin \beta \cot \psi)$$

r endlich statt $\cos \vartheta$ den Werth (1.) gesetzt

$$r = \text{< >} c (\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cot \psi)$$

welches zu beweisen war.

XII. Der Ausdruck

$$\operatorname{tang} \psi = \text{< oder >} \frac{c \sin \beta}{r - c \sin \alpha \cos \beta}$$

ist, wie man in jedem Falle den Neigungswinkel der durchschneidenden Ebene kEi zu nehmen habe, mit der Schnitt eine Parabel, Ellipse, oder Hyperbel sey.

§. 61.

I. Man nehme nunmehr in dem Umfange des Regelschnitts $kEie$ (Fig. XLV.) einen beliebigen Punkt q an, und gedente sich durch denselben eine der des Kegels Grundfläche gleichlaufende Ebene, schneidet solche den Regel in einem Kreise $bmaq$, b die Ebene des Regelschnitts $kEie$ in der gegebenen Linie mq , welche nothwendig mit ki parallel seyn muß, weil zwei parallele Ebenen $BiAk$, naq , von einer dritten $kEie$ in parallelen Linien schnitten werden.

In diesem Kreise ist bpa ein Durchmesser in der Ebene BOA , so wie BA einer dergleichen in der Grundfläche BDA ist. Weil nun mp parallel mit kF , und pa parallel mit FA , so ist der Winkel $npm = AFk$ (Kästn. Geom. 46. S. 2 Zus.) $= 90^\circ$ (§. 60. VI.). D. h. der Durchmesser ba schneidet die Sehne mp rechtwinklig, und mp ist $= \frac{1}{2} mq = pq$. Da nun aber mq auch zugleich eine Sehne in dem Kegelschnitte $kEie$ ist, und also die gerade Linie Ee auch die Sehne mq halbiert, so erhellet, daß Ee alle mit ki parallelen Sehnen des Kegelschnitts halbiert, weil, was von der Sehne mq erwiesen worden ist, wegen der willkürlichen Annahme des Punktes q (I.), auf eine ähnliche Art, auch von allen übrigen mit ki parallelen Sehnen gelten muß.

II. Eine solche gerade Linie, wie Ee , welche in einem Kegelschnitte eine Reihe von parallelen Sehnen halbiert, heißt ein Durchmesser des Kegelschnitts. Also ist Ee ein solcher Durchmesser für Sehnen, welche mit ki parallel laufen.

III. Nach den Eigenschaften des Kreises ist in dem Kreise $bmaq$, die Sehne pm die mittlere geometrische Proportionalinie zwischen den beiden Stücken bp , pa , des Durchmessers ba ; also $ap : pm = pm : pb$, oder $pm^2 = ap \cdot bp$.

IV. Man

IV. Man ziehe weiter in der Ebene BOA, g und Eh parallel mit BA, so hat man erstlich wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke bpe und hEe, und dann der Dreiecke Epa, Eeg

$$pb : pe = Eh : Ee$$

$$ap : Ep = ge : Ee$$

$$\text{also } ap : pb : Ep . pe = Eh . ge : Ee^2$$

$$\text{b. (III.) } pm^2 : Ep . pe = Eh . ge : Ee^2$$

Weil nun Eh, Ee, eg für den Regelschnitt unverleß bleiben, wo man auch den Punkt m annehmen will, so ist klar, daß ein jeder Regelschnitt, der die Eigenschaft hat, daß, wenn man in der Ebene desselben, durch einen beliebigen Punkt m seines Umfangs, eine gerade Linie mpparallel mit ki, nemlich mit der Durchschnittslinie der Ebenen kEie, und BDA zieht, das Quadrat der halben Sehne pm, zu dem Produkt der beiden Stücke des Durchmessers ep, Ep, in einem beständigen Verhältnisse des Produkts der Linien Eh und eg zum Quadrate des Durchmessers Ee stehe. Diese Linien Eh, eg, Ee bleiben konstant, so lange als die Ebene kEie des Schnitts gegen die Grundfläche BDA ungeändert ihre Lage erhält.

V. Da der Punkt m veränderlich ist, also, so man will, in dem Umfange des Schnitts angenommen,

kommen werden kann, so sey die ihm zugehörige Abscisse $Ep = x$, und Ordinate $pm = y$. Den Durchmesser Ee selbst heiße man a , und die beyden Linien Eh und eg seyen mit m und n bezeichnet, so ist nach (IV.) die Gleichung für den Kegelschnitt, wenn man der Kürze halber den Quotienten $\frac{m \cdot n}{a \cdot a} = b$ heißt, folgende

$$y^2 = b (a - x) x = abx - bx^2.$$

D. h. wenn b und a gegeben sind, so kann man für jedes x das zugehörige y berechnen, und solchergehalt so viel Punkte der krummen Linie $kEie$, als man will, durch ihre Abscissen und Ordinaten bestimmen.

VI. Die Art, nach der ich hier die Gleichung für einen Kegelschnitt gefunden habe, ist so einfach und allgemein, sowohl auf gerade, als schiefe Regel anzuwenden, daß man alle die Weitläufigkeit entbehren kann, welche man sonst bei Schriftstellern, zumahl über die Schnitte des schiefen Kegels, findet.

VII. In dieser allgemeinen Gleichung für den Kegelschnitt, sind die Größen b und a , von denen c , β , γ , ψ , κ , und dem Perpendikel $CF = f$, d. h. von den Abmessungen des Kegels, und der Lage der Schnittebene $kEie$ gegen die Grund-

undfläche des Kegels abhängt. Sieht man
 die Dinge als gegeben an, so mag man daraus
 die Winkel $OBC = \nu$, $OAC = \mu$ nach
 60. XI. 4.) berechnen.

Will man in der Gleichung (V.), für $x =$
 , sich y in Fk verwandelt, so hat man für
 den Fall auch

$$Fk^2 = b(a - EF) EF$$

$$\text{r auch } Fk^2 = b \cdot Fe \cdot EF. \text{ Also } b = \frac{Fk^2}{EF}$$

VIII. Hier ist nun sogleich ersichtlich $Fk^2 =$
 $= F^2$, in dem rechtwinkl. Dreiecke CFk .

Ferner in dem Dreiecke eBF ,

$$\sin BeF : BF = \sin eBF : Fe \text{ oder}$$

$$\sin BeF = OBA - BFe = OBC - EFC$$

$$\nu - \zeta \text{ (§. 60. XI. 4.) , und } BF = r - f,$$

$$\text{r auch } eBF = 180^\circ - \nu$$

$$\sin(\nu - \zeta) : r - f = \sin \nu : Fe$$

IX. Eben so ist in dem Dreiecke FEA (wo
 der Winkel $FEA = 180^\circ - (EFC + OAF)$
 $180^\circ - (\zeta + \mu)$; $FA = r + f$; $EA = \mu$).

$$\sin FEA : FA = \sin EAF : FE$$

$$\text{r } \sin(\mu + \zeta) : r + f = \sin \mu : FE.$$

X. Dem.

X. Demnach (VIII.) (IX.)

$$Fe = \frac{(r-f) \sin \nu}{\sin (\nu - \zeta)}; FE = \frac{(r+f) \sin \mu}{\sin (\mu + \zeta)}$$

und folglich wegen $(r+f)(r-f) = r^2 - f^2$

$$Fe \cdot EF = \frac{(r^2 - f^2) \sin \nu \sin \mu}{\sin (\nu - \zeta) \sin (\mu + \zeta)}$$

mithin wegen $Fk^2 = r^2 - f^2$ (VIII.) der Werth

$$\text{von } b = \frac{Fk^2}{Fe \cdot EF} = \frac{\sin (\nu - \zeta) \sin (\mu + \zeta)}{\sin \nu \sin \mu}$$

und $a = FE + Fe$

$$= \frac{(r+f) \sin \mu}{\sin (\mu + \zeta)} + \frac{(r-f) \sin \nu}{\sin (\nu - \zeta)}$$

XI. Auch ist das Product $a \cdot b$, welches ich c heißen will,

$$= \frac{(r+f) \sin (\nu - \zeta)}{\sin \nu} + \frac{(r-f) \sin (\mu + \zeta)}{\sin \mu}$$

Aus diesen Formeln kann man alle Anwendungen auf die besondern Fälle des Schnitts kE ableiten, die aber hier nicht umständlich zu meiner Absicht gehören. Für den Winkel $Epm = EFk = \delta$ (§. 60. XI. s.), welchen die Ordinaten mp , mit dem Durchmesser Ee machen, ist a. a. O. die Formel gefunden worden.

XII. Ich will hier nur einiges aus der allgemeinen Formel

$$y^2 =$$

$$y^2 = a \cdot b \cdot x - bx^2 \\ = cx - bx^2 \quad (\text{XI.})$$

Herleiten.

Wenn z. E. der Schnitt eine Parabel gehen soll, so muß der Winkel $EFC = OBC$, d. h. $\zeta = \nu$ seyn (§. 60. VII.). In diesem Falle wird wegen $\nu - \zeta = 0$, auch $b = 0$ (X.); a aber unendlich, das Product $a \cdot b$, oder c aber, wieder endlich (XI.), nemlich $= \frac{(r - f) \sin(\mu + \zeta)}{\sin \mu}$.

Demnach ist die Gleichung für die Parabel $y^2 = c \cdot x$. D. h. wenn bey der Parabel die Abscissen auf einer Ase, wie EF , und der Anfangspunkt der Abscissen in dem einen Endpunkte der Ase, z. E. in E , genommen werden, so enthält die Gleichung für diese krumme Linie alsdann kein Quadrat der Abscisse x , sondern bloß das x in der erstern Potenz: Die Gleichungen für die Ellipse und Hyperbel, werden aber unter denselben Umständen auch das x^2 enthalten. Uebrigens sind diese Regelschnitte krumme Linien von der zweiten Ordnung, weil ihre Gleichungen von dem zweyten Grade sind.

§. 62.

I. Unter welchen Umständen der Regelschnitt EK ein Kreis werde, entscheidet sich so:

Weil

Weil die Linie Ee in dem Schnitte, allemahl die mit ki parallelen Sehnen mq halbiert, keine Linie in einem Kreise aber eine Reihe von parallelen Sehnen halbiren kann, als ein Durchmesser, so ist Ee ein solcher Durchmesser, und zwar muß der Winkel $Epm = \delta$, in diesem Falle ein rechter seyn, weil kein Durchmesser eines Kreises seine Sehnen unter schiefen Winkeln halbiren kann. Soll also die Figur des Schnitts $kEie$ ein Kreis seyn, so ist die erste Bedingung, daß $\delta = 90^\circ$ seyn.

II. Dann muß zweytens, wenn $Ekie$ ein Kreis seyn soll, $Ep : pm = pm : pe$, oder $x : y = y : a - x$ seyn, d. h. $y^2 = ax - x^2$. Also muß in der allgemeinen Gleichung (§. 61. V.) für den Kegelschnitt, $b = 1$; d. h.

$$\frac{\sin(\nu - \zeta) \sin(\mu + \zeta)}{\sin \nu \sin \mu} = 1 \text{ seyn.}$$

III. Die erste Bedingung $\delta = 90^\circ$ zu erfüllen, so muß, wegen $\tan \delta = \frac{\tan \beta}{\sin \psi \cos \alpha}$ (§. 60. XI. 5.), $\tan \delta$ unendlich, d. h. $\sin \psi \cos \alpha = 0$ werden. Also muß entweder $\psi = 0$, oder $\alpha = 90^\circ$ seyn. Für $\psi = 0$ ist die Ebene des Schnitts $kEie$ der Grundfläche parallel. Daß in diesem Falle der Schnitt ein Kreis

Kreis sey, der Kegel mag gerade, oder schief, d. h. der Neigungswinkel β der Axe OC des Kegels, welcher man will, seyn, lehrt schon die gemeine Geometrie. Also ist nur noch der 2te Fall für $\alpha = 90^\circ$ zu untersuchen.

Dann ist, weil α den Winkel CwF bezeichnet, $CwF = 90^\circ$, d. h. die Durchschnittslinie ki der Ebenen $kEie$ und BDA ist senkrecht auf CS, der Durchschnittslinie der Ebenen OCS und BDA. Da nun aber allemahl die Ebene BDA auf der OCS selbst senkrecht steht, so muß auch ik , welche in der Ebene BDA auf CS senkrecht steht, auf der Ebene OCS, d. h. auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe OC des Kegels gegen seine Grundfläche senkrecht seyn. Also kann der Schnitt unter keinen andern Umständen ein Kreis seyn, als wenn ki , und folglich auch die Ebene $kEie$, senkrecht ist auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben.

IV. Für $\alpha = 90^\circ$ ist nun ferner, in (§. 60. XI. 1.), $S = \beta$; d. h. $OCF = OCS$; d. h. CF und CS, folglich auch w und F fallen zusammen. Dann ferner, in (§. 60. XI. 4.), $\sin \omega = \frac{\sin \beta}{\sin S} = 1$ (wegen $S = \beta$) demnach $\omega = 90^\circ$

und (ebendas.) $\zeta = \psi$.

der kleinsten Seitenlinie OB, und die OA, schneiden wird. Der Winkel verwandelt sich alsdann in den Neigung der Ebene des Schnitts gegen die Grundregeln, und die Winkel ν , μ sind jetzt welche die kleinste und größte Seitenlinie mit der Grundfläche BDA machen. Wenn Schnitt ein Kreis seyn, so muß das zwischen den drey Winkeln ν , μ , ζ , ψ , (IV.) folgendes seyn (II.)

$$\frac{\sin(\nu - \psi) \sin(\mu + \psi)}{\sin \nu \sin \mu} =$$

VI. In dieser Gleichung ist $\sin \nu = \sin(\text{OBF} - \text{EFC}) = \sin(\text{OBF} - \text{BeF}) = \sin \text{BeF}$ in dem Dreyecke BFe, und $\sin \mu = \sin \text{OBF}$ in dem Dreyecke OBF. Dann ist die

$\sin BeF : \sin eBF = \sin EAF : \sin FEA$, d. h.

$$BF : Fe = FE : FA.$$

Da nun in beyden Dreyecken überdem der Winkel $BFe = EFA$, so müssen sie einander ähnlich seyn, demnach der Winkel $BeF = FAE$, d. h. $\psi = \mu$, oder $\mu = \mu + \psi$.

VII. Soll demnach der Schnitt $Ekie$ ein Kreis seyn, so muß, außer der Bedingung (II.), zugleich der Winkel BeF , welchen der Durchmesser Ee , oder die gemeinschaftliche Durchschnittslinie der auf einander senkrecht stehenden Ebenen Eke und $BOASB$, mit der Seitenlinie OB des Kegels macht, so groß seyn, als der Winkel FAE , welchen die andere Seitenlinie OA mit der Grundfläche des Kegels macht.

Man hat einen Schnitt dieser Art eine *Sectionem subcontrariam*, oder einen Wechselschnitt des Kegels genannt. Also nur dieser Schnitt, und derjenige, welcher der Grundfläche des Kegels gleichlaufend ist, geben Kreise. Doch ist klar, daß Schnitte, die mit dem Wechselschnitt $Ekie$ gleichlaufend sind, ebenfalls Wechselschnitte, und folglich Kreise seyn müssen, so wie jeder mit BDA parallele Kreis in dem Kegel, für die Grundfläche desselben angenommen werden kann.

§. 63.

Zus. I. Wenn (Fig. XLVIII.) OC eines schiefen Kegels gleich ist dem Ha BC der Grundfläche, so ist jeder Schnitt der auf der Axe OC senkrecht geschieht *Sectio subcontraria*, mithin ein Kreis. wenn $CO = CB = CA$, so kann man sich B, O, A , einen Halbkreis gedenken. denn der Winkel BOA im Halbkreise = mithin auch $OBA + OAB = 90^\circ$, d. h. $= 90^\circ - OAB$. Ist nun die Ebene kl OC senkrecht, und schneidet OC in L , man auch $FLC = 90^\circ$ und $OEF = 90^\circ - = 90^\circ - OAB$ (weil $CA = CO$), $OBA = OEF$, d. h. der Schnitt ist eine *subcontraria*.

Zus. II. Der Neigungswinkel $EF'C$ ist in dem Falle des vorhergehenden $= 90^\circ - OCF' = 90^\circ - \beta$; aber OC $COA + CAO = 2$, $CAO = 2\mu$; also $90^\circ - 2\mu = 2$. $OBC = 90^\circ = 2\nu$ — den gleichschenkl. Dreiecken BCO, OCA .

Zus. III. Geht kl , wie (Fig. XI) zugleich durch den Mittelpunkt C der Grund so fallen die Punkte F, L, C der XLV Figur in einen einzigen C zusammen; also

wegen ECA oder $\psi = 90^\circ - \beta$, und $OBC = 90 - \frac{1}{2} OCB = 90^\circ - \frac{1}{2} \beta = OEC$) in den rechtwinklichten Dreiecken COE , OCe , $CE = OC \cdot \tan COE = r \cot OEC = r \tan \frac{1}{2} \beta$ und $Ce = OC \cdot \tan COe = r \cot COE$ (wegen $BOA = 90^\circ$ Zus. I.) $= r \tan OEC = r \cot \frac{1}{2} \beta$. Mithin der Durchmesser Ee des Wechselschnitts $kEie = CE + Ce = r (\cot \frac{1}{2} \beta + \tan \frac{1}{2} \beta) = 2r \operatorname{cosec} \beta = \frac{2r}{\sin \beta}$; also der Halbmesser

$$= \frac{r}{\sin \beta} = \frac{r}{\cos \psi} = r \sec \psi \text{ (Zus. II.)}$$

Zus. IV. Wäre nun c der Mittelpunkt des Wechselschnitts $kEie$, also kc ein Halbmesser desselben $= r \sec \psi$ (Zus. III.), so ist in dem rechtwinklichten Dreiecke kCc , in welchem $kC = Ci = r$, für den Winkel kcC am Mittelpunkte c ,

$$\sin kcC = \frac{kC}{kc} = \frac{r}{r \sec \psi} = \cos \psi;$$

mithin $kcC = 90^\circ - \psi$; und $kci = 2, kcC = 180^\circ - 2\psi$, d. h. $=$ der Ergänzung des doppelten Neigungswinkels des Schnitts gegen die Grundfläche des Kegels, zu 180° .

§. 64.

Anwendung des bisherigen auf die stereographische Projection.

I. Es sey nunmehr (Fig. L.) $OHQWP$ die Erdfugel, Q, P , die beyden Pole, also PQ die Erdaxe, und C der Mittelpunkt. Das Auge gedente man sich irgendwo bey O auf der Oberfläche der Erdfugel, einem Orte W gegenüber, der um einen ganzen Durchmesser WCO von O entfernt sey.

II. Durch den Mittelpunkt C sey senkrecht auf OW eine Ebene gelegt, welche die Kugeloberfläche in dem größten Kreise $rHRT$ durchschneide, so ist diese Ebene $rHRT$ gleichlaufend mit einer Berührungsebene an W , d. h. mit der Horizontalfläche des Ortes W .

III. Diese Horizontalfläche $rHRT$ eines gegebenen Ortes W soll nunmehr für das dem Orte W gegenüber liegende Auge O die perspectivische Tafel seyn, auf welche nunmehr die Halbfugel $HQWT$ (oder ein beliebiges Stück derselben), mit allen Meridianen und Parallelkreisen, dergestalt entworfen werden soll, daß die Zeichnung derselben auf der Tafel $RrHT$ sich dem Auge O eben so darstellen würde, als wenn es jene Kreise, oder das

Netz,

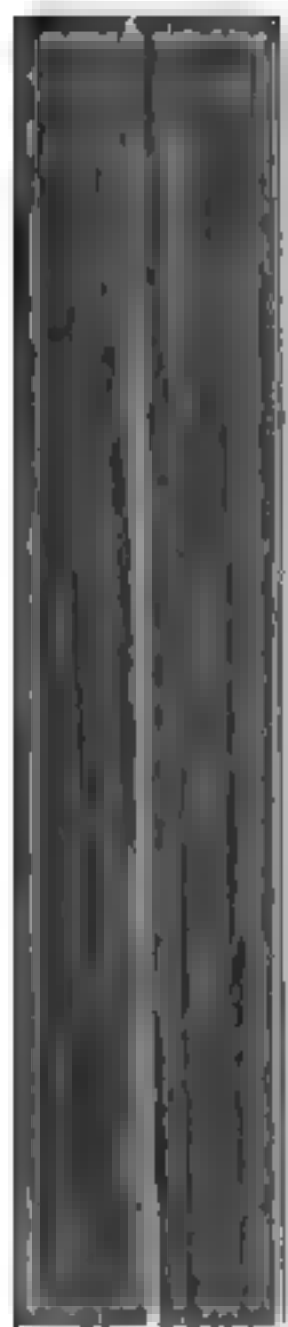
Nach, was sie blieben, auf der nach O zugekehrten
 Boblen Kugelfläche HWT selbst betrachtete. Man
 stellt diese Projection, wobei das Auge O , auf der
 Oberfläche der Kugel, einem Orte W gegenüber,
 als die perspectivische Tafel, eine durch den Mit-
 telpunkt der Kugel, mit dem Horizonte von W
 verlaufende Ebene angenommen wird, die stere-
 ographische Horizontalprojection. Wie
 man für diese die Meridiane und Parallelen gezeichnet
 werden können, soll in folgenden Aufgaben unter-
 sucht werden.

§. 65.

Aufgabe. Den perspectivischen
 Entwurf eines Meridians $QDPd$, wel-
 cher von dem Meridiane $WQHOT$ des
 Orts W , um einen gegebenen Winkel
 absteht, zu zeichnen, vorausgesetzt, daß
 des Orts W Horizontalfläche HRT
 die perspectivische Tafel sey.

Aufl. I. Fall. Es sey erstlich der Meri-
 dian $HQWT$, des Orts W selbst, auf der Tafel
 HRT zu entwerfen.

Hier ist klar, daß, wenn man sich von allen
 Punkten des Meridians $HQWT$ gerade Linien,
 als Lichtstrahlen, nach dem Auge O gezogen vor-
 stellt,



lich ist, und, daß daher diese Durchschni
selbst, der perspectivische Entwurf des
ribians PQWT seyn müsse; jeder
also, in dessen Ebene das A
liegt, muß auf der perspectivisc
sich als eine gerade Linie pro

II. Fall. Jeder andere
aber, wie DQd, welcher die Eben
in dem Durchmesser Dd schneidet, in
ersten Meridian um den sphärischen Wi
absteht, wird sich auf der Taf
Kreishogen Dqd abbilden, 1
messer aus dem Abstände des Orts V
Q, und dem sphärischen Winkel D
dem Unterschiede der beyden Mittagstre
und des ersten HQWTO berechnet we

R o m o i d Man nehme Ge

dQDP ist. Die Durchschnittsfigur dieses Strahlenkegels, mit der perspectivischen Tafel **TD**, muß ein Kreis seyn, weil erstlich die Ebene der Tafel, oder die Ebene des Schnitts, recht steht auf der Axe **OC** des Strahlenkegels, diese Axe gleich ist dem Halbmesser **CQ** oder der Grundfläche des Kegels, d. h. weil die Durchschnittsfigur eine Sectio subcontraria dessen ist (§. 63.).

Hier kommt indessen nur derjenige Theil dieser Durchschnittsfigur, oder des projectirten Meridians in Betrachtung, welcher der hinter die Tafel **TD** fallenden Hälfte **dQD** des Meridians zugehört, weil man sich allemahl vorstellt, das Auge betrachte nur denjenigen Theil der Kugelfläche, welcher hinter die Tafel **HT** fällt.

Es wird sich demnach die Hälfte des Meridians, also der Bogen **DQd**, auf der Tafel als Kreisbogen **Dqd** abbilden, welcher zu seiner Ebene die gerade Linie **Dd**, also die Durchschnittsebene des Meridians mit der Ebene der Tafel hat, durch den Punkt **q**, oder durch das Bild des Punctes **Q** gehen muß.

Den Halbmesser, und die übrigen Bestimmungen dieses Kreisbogens **Dqd**, als der perspectivischen Entwerfung, oder des Bildes des Meridians

Meridians DQd auf der Tafel HT zu finden, bieten folgende Betrachtungen.

§. 66.

I. Für das Bild q , des Poles Q .

1. Dies Bild liegt da, wo die gerade Linie QO die Tafel durchbohrt.

Es ist zugleich dieser Punkt q in der geraden Linie CH , dem Bilde des Meridians WQH (§. 64, I. Fall.). Die gerade Linie Cq ist das Bild von dem Bogen QW , dem Abstände des Orts W vom Pole, oder der Ergänzung der geographischen Breite des Orts W zu 90° . C ist das Bild von W , und fällt in den Mittelpunkt der Tafel.

2. Heißt man diesen Bogen $QW = \varepsilon$, so ist der Winkel QOW am Umkreise $= \frac{1}{2} \varepsilon$, und in dem rechtwinklichten Dreiecke OCq

$$Cq = OC \cdot \tan \frac{1}{2} \varepsilon$$

d. h. wenn man den Halbmesser $OC = CH = r$ nennt, so hat man

$$Cq = r \cdot \tan \frac{1}{2} \varepsilon.$$

§. 67.

II. Für die Lage der Sehne Dd des Bogens Dqd , gegen CH .

1. Weil die beiden größten Kreise $dHDT$, $PdQD$ sich in einem Durchmesser Dd der Kugel durch-

urchschneiden, so geht die gerade Linie Dd , durch
 en Mittelpunkt C der Kugel, und also auch des
 kreises $HDTd$, und der Winkel HCD am Mit-
 telpunkte, durch welchen die Lage der Linie Dd
 egen HC bestimmt wird, hat zu seinem Maasse
 en Bogen HD , in dem sphärischen Dreiecke HQD .
 diesen Bogen HD , als das Maas des Winkels
 $ICD = \varphi$, kann man aus dem sphärischen Dreie-
 ck HQD berechnen, worin $QHD = 90^\circ$ (weil
 die Ebenen $HQWO$ und $HdTD$ auf einander
 senkrecht stehen), $HQ = 90^\circ - \varepsilon$, und der
 Winkel HQD gleich ist der Ergänzung des Winkels
 DQW , oder des Unterschiedes der Mittags-
 kreise QD , QW , zu 180° . Nennt man also die-
 en Unterschied der Mittagskreise $= \lambda$, so ist
 $HQD = 180^\circ - \lambda$, und nach den Regeln der
 sphärischen Trigonometrie $\text{tang } HD =$

$$\frac{\sin HQ \cdot \text{tang } HQD}{\cos HQ \cos DHQ \text{ tang } HQD + \sin DHQ}$$

der wegen $DHQ = 90^\circ$

$$\text{tang } HD = \sin HQ \cdot \text{tang } HQD$$

b. h.

$$\text{tang } \varphi = - \cos \varepsilon \cdot \text{tang } \lambda.$$

2. Man sieht hieraus, daß der Winkel
 $ICD = \varphi$ stumpf ist, so lange λ spitzig ist, weil
 die Tangente des Winkels φ negativ wird.

Sie

Für den Winkel HCD hat man

$$HCD = 180^\circ - \varphi$$

und dieser ist spitzig, so lange λ spitzig ist.

Zus. Man stelle sich vor, der punktirte Kreis AE sey der Aequator, auf welchem von dem Punkte o nach der Richtung oE, also von Westen nach Osten, die Längen der Oerter gerechnet werden. Schneiden nun die Meridiane QV, QE, bey u und E in den Aequator, und heißt des Meridians QE, in welchem der Ort W liegt, auf dessen Horizont man den Meridian QV stereographisch entwerfen will, geographische Länge $oE = L$, und des zu projectirenden Meridians QV geographische Länge $ou = l$, so ist der Winkel VQE $= \lambda = L - l$, demnach für den Winkel HCD, innerhalb dessen die Projection qD des Bogens QD fällt $\text{tang } \varphi = -\text{cosec } \text{tang } (L - l)$.

§. 68.

A n m e r k u n g.

Hier in der Figur ist der Bogen QD, dessen Projection qD ist, westlicher, als QW. Wäre nun z. E. QD der Meridian von Paris, und QW der von Petersburg, so würde, wenn man diese Meridiane aussen auf einem Erdglobo betrachtete, der Pariser Meridian linker Hand des Petersburger fallen.

fallen. Gehet man sich nun aber das Auge auf der Kugel bey O , also im Rader von Petersburg, und in die Höhlung der Halbkugel $HW T$, in der jene beyde Meridiane liegen, hineinsetzend, so würde diesem Auge alles umgekehrt erscheinen, es würde ihm nemlich der Pariser Meridian QD (also der westliche) rechter Hand des Petersburger QW erscheinen, wie denn auch wirklich die Projection qD des Pariser Meridians hier rechter Hand der Petersburger Linie qC , ober der Projection des Petersburger fällt, wenn man die Tafel HT von der Seite O betrachtet. Da man nun aber bey dem Gebrauche der Landcharten, die Längen der Orten, oder der Meridiane, allemahl von der linken Hand gegen die rechte zählt, so daß die östlichen Meridiane rechter Hand der westlichen zu liegen kommen, so sieht man leicht, daß, wenn qD , also die Projection des westlichen Meridians, auch linker Hand qC , der Projection des östlichen, zu liegen kommen sollte, man die aus dem Augenpunkte O geschehene Entwerfungen qC , qD der Meridiane QW , QD , nicht von der Seite O , sondern von der entgegengesetzten W betrachten müsse, gleichsam als wenn man das Blatt Papier, worauf die Projectionen qC , qD gezeichnet worden, umkehrte, und gegen das Licht hielte, oder auch vor einem

Expie.

Spiegel betrachtete, da denn dem Beobachter in W ebenfalls qD linker Hand qC erscheinen würde, so wie man auf der Kugel, QD linker Hand qW hat, wenn man sie, wie gewöhnlich, von der convexen Seite ansieht. Man begreift, daß in der Natur der Projection Dqd im wesentlichen nichts geändert wird, ob man z. E. den Kreisbogen Dqd von der Seite O , aus dem wahren Standpunkte O , oder von der entgegengesetzten W ansieht; man hat alsdann in der Zeichnung nur das zu links, was man, indem man sie aus O ansah, zur rechten hatte.

§. 69.

III. Für den Halbmesser des zu zeichnenden Meridians Dqd .

I. Es sey nunmehr, wie bisher, der Kreis $dHDT$ (Fig. LI.) die Tafel, oder eigentlich ihr Durchschnitt mit der Erdfugel, C ihr Mittelpunkt, und die gerade Linie TCH , die Projection des bisher betrachteten Meridians HWT , in dessen Ebene man sich das Auge O gedenkt. q in der Linie CH sey die Projection des Poles Q , und der Kreisbogen dqD die Projection eines Meridians, der um den Winkel λ von dem ersten HWT (Fig. L.) abstehe, so ist erstlich

Cq

$q = r \tan \frac{\lambda}{2} \epsilon$, welches die Lage des Punktes auf CH bestimmt.

2. Formel für den Winkel qCD , oder $CD = \varphi$ ist

$$\tan \varphi = - \cos \epsilon \tan \lambda$$

welches die Lage der Linie $Dd = 2r$, als Sehne des zu beschreibenden Bogens Dqd , bestimmt;

setzt man nun durch C, als dem Mittel der Sehne d , ein Perpendikel μc , so liegt der Mittelpunkt

des zu beschreibenden Bogens Dqd in der geraden Linie μc , und der Halbmesser $dc = qc$ des

Bogens dqD ist $= \frac{r}{\cos \psi}$, wenn ψ den Neigungswinkel

des zu projectirenden Kreises dQD (Fig. L.) gegen die Tafel dHD bedeutet, weil

r die gegenwärtige Projection alle die Umstände ansetzen, unter welchen oben (§. 63. Zus. III.)

der Schnitt des optischen Kegels betrachtet worden ist.

3. Um also den Halbmesser der Projection dD des Meridians dQD zu finden, so muß der

richtige Neigungswinkel ψ , also in gegenwärtiger Figur der sphärische Winkel HDQ , berechnet

werden.

Dieser ergibt sich aus dem sphärischen Dreieck HQD , in welchem der Winkel bey $H = 90^\circ$,

der

Zus. IV. Es ist auch $Kq = CK + Cq =$
 $= r (\cot \varepsilon + \tan \frac{1}{2} \varepsilon) = r \operatorname{cosec} \varepsilon = \frac{r}{\sin \varepsilon}$

und (Zus. III.)

$$Kc = Kq \cot \lambda$$

Zus. V. Da der Werth von $KC = \frac{r}{\tan \varepsilon}$

gar nicht von λ , oder von dem Unterschiede der beiden Meridiane QD und QW (Fig. L.) abhängt, so ist klar, daß KC für alle zu beschreibenden Meridiane unveränderlich bleibt, und nur die Werthe von Kc von dem Unterschiede der Meridiane abhängen, das will sagen, die Mittelpunkte c aller durch q zu beschreibenden Bögen, welche die Projectionen der Meridiane vorstellen, liegen in einer geraden Linie $\pi\rho$, welche man durch K, in dem Abstände CK (Zus. III.) vom Mittelpunkte C, senkrecht auf CK zieht, wo denn CK bloß in dem Verhältnisse der Cotangente von ε , d. h. der Tangente der geographischen Breite des Orts W (Fig. L.) abhängt, dessen Projection C in den Mittelpunkt der Tafel fällt.

Zus. VI. Für ein gegebenes λ ist es leicht, zu beurtheilen, ob der Mittelpunkt c des zu beschreibenden Meridians Dqd, linker oder rechter Hand der Linie HCK falle. So lange nemlich

λ

Zus. III. Man fällt auf HT, oder deren Verlängerung, von c ein Perpendikel cK, so
 & man

$$KC = Cc \cdot \cos KCc = Cc \cdot \sin \varphi \quad (\text{Zus. I})$$

$$\text{od } Kc = Cc \cdot \sin KCc = - Cc \cdot \cos \varphi$$

$$\text{et wegen } Cc = Cd \cdot \cot Ccd = r \cdot \tan \psi$$

$$\text{so } \frac{r}{\cot \psi} = \frac{r}{\tan \epsilon \sin \varphi} \quad (\text{Zus. II.}) \text{ wird}$$

$$KC = \frac{r}{\tan \epsilon} \text{ und}$$

$$Kc = - \frac{r \cdot \cos \varphi}{\tan \epsilon \cdot \sin \varphi} = - \frac{r}{\tan \epsilon} \cdot \cot \varphi$$

$$\text{so } \frac{r}{\tan \epsilon \cdot \tan \varphi} = \frac{r}{\tan \epsilon \cos \epsilon \tan \lambda} =$$

$$= \frac{r}{\sin \epsilon \tan \lambda}.$$

Es kann also auch der Mittelpunkt c des zu beschreibenden Kreises Dqd bestimmt werden, wenn an CK, Kc von den gefundenen Werthen nimmt; denn mit dem Halbmesser cq, durch den gegebenen Punkt q, der verlangte Kreis, oder die Projection des gegebenen Meridians, beschrieben werden kann.

Zus. V. Da der Werth

gar nicht von λ , oder φ
 beyden Meridiane. QD r
 hängt, so ist klar, daß
 den Meridiane unverär
 Werthe von Kc von
 biane abhängen, do
 c aller durch q s'
 die Projectionen
 in einer gerader
 in dem Abstand
 C, senkrecht
 dem Verhál
 Tangente t

ist in den Sinus des Abstandes des Parallelkreises vom Pole, also $gz = r \sin \eta$. Demnach

$$zx = r \sin \eta \sin \lambda.$$

XVIII. Weiter ist, weil zc senkrecht auf CW (II.), diese Linie zc für den Halbmesser $CW = r$, der Sinus des Bogens Wz , eines größten durch z und W gelegten Kreises, und Cc der Cosinus dieses Bogens. Demnach

$$Cc = r \cos Wz.$$

XIX. Nun ist in dem sphärischen Dreiecke QWz gegeben der sphärische Winkel $zQa = \lambda$, die Seite $Qz = Qa = \eta$, und $QW = \varepsilon$. Also nach den Regeln der sphärischen Trigonometrie, für die dritte Seite Wz

$$\cos Wz = \sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta.$$

XX. Ferner in dem sphärischen Triangel HQz , findet sich aus $HQ = 90^\circ - \varepsilon$, $Qz = \eta$, und dem eingeschlossenen Winkel $HQz = 180^\circ - \lambda$

$$\cos Hz = \sin \varepsilon \cos \eta - \cos \varepsilon \sin \eta \cos \lambda.$$

XXI. Demnach (XVI.)

$$zy = r (\sin \varepsilon \cos \eta - \cos \varepsilon \sin \eta \cos \lambda)$$

und (XVIII.)

$$Cc = r (\sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta)$$

XXII. Folglich in der Proportion (XIV.), worin $Oc = r + Cc$, $OC = r$, und xy aus (XXI.) bekannt sind.

rung der Sehne Dq , macht, gleich
 $\cdot CoD$ am Mittelpunkte c des Bogens
 $\cdot CoD$ der halben Sehne Dd zugehört,
 nem Maße den halben Bogen Dq
 auch der Winkel $Vqd = qdD + qI$
 Maße hat.

5. Ferner der Winkel dVD
 $= 90^\circ$. Auch steht Cc auf der Sel-
 recht, weil $Cd = CD$, also ist auch

6. Hieraus folgt, daß die bey
 Vqd und CcD einander ähnlich sind.

7. Eben so findet sich auch leicht
 seit der beyden Dreyecke NSq , NCK

8. Also $Vd : Vq = CD$
 $NS : Sq = NC : CK = CD : CK$

und nach den Eigenschaften des Kreises $Hq : qT = Vq : Dq$ also

$$Hq : Dq = Vq : Tq$$

Within

$$Hq : qo = Dd : Vq : Vd : Tq$$

$$= \frac{Dd}{Tq} : \frac{Vd}{Vq}$$

10. Eben so ist wegen der ähnlichen Dreiecke NSM , CqM , die Linie MN , oder

$$Dd : NS = Mq : Cq$$

und vermöge der Eigenschaften des Kreises

$$Sq : Mq = Hq : Tq \text{ oder}$$

$$Sq : Tq = Hq : Mq$$

Demnach

$$Dd : Sq : NS : Tq = Hq : Cq \text{ oder}$$

$$Hq : Cq = \frac{Dd}{Tq} : \frac{NS}{Sq} \text{ Aber nach (9) war}$$

$$qo : Hq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{Dd}{Tq} \text{ also}$$

$$qo : Cq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{NS}{Sq} = CK : Cc \text{ (8.)}$$

11. Da nun überdem der Winkel $Cqo = KCc$, weil qo parallel ist mit Cc , so muß der Triangel Cqo ähnlich seyn dem KCc ; also der Winkel $CKc = Coq$. Aber $Coq = 90^\circ$, also
auch

$$\text{Und } u = 49^{\circ} . 59' . 44'' ,$$

$$\varepsilon - u = 17 . 30 . 16$$

$$\log \sin (\varepsilon - u) = 9,4782486 - 10$$

$$\log \cos \eta = 9,8080675 - 10$$

$$\text{Summe} = 19,2863161 - 20$$

$$\text{abgezogen } \log \cos u = 9,8081076 - 10$$

$$\log \cos \beta = 9,4782085 - 10$$

$$\log \cot (\varepsilon - u) = 10,5011603 - 10$$

$$\log \cos \alpha = 9,9793688$$

$$\text{und } \alpha = 17^{\circ} . 31' . 16''$$

$$\frac{1}{2} \alpha = 8 . 45 . 38$$

Also

$$2 \log \cos \frac{1}{2} \alpha = 9,9898036 - 10$$

$$+ \log 2 = 0,3010300$$

$$\text{Also } \log 2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2 = 10,2908336 - 10$$

Diesen Logarithmus ziehe man ab von $\log \cos$ der bereits oben steht, so erhält man

$$\log CX = 0,1873740$$

$$\text{also } CX = 0,153948$$

$$\text{Ferner ist } \log \sin \eta = 9,8842540 - 10$$

$$\log \sin \lambda = 8,2418553 - 10$$

$$8,1261093 - 10$$

Hievon ziehe man ab obigen Logarithmen $2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2$, so erhält man

$$\log ZX = 0,8352757 - 3$$

$$\text{also } ZX = 0,006843$$

der Ebene des Parallels, weil dies Dreieck in der Ebene des Meridians HWTO liegt, und alle Meridiane auf den Ebenen der Parallelkreise senkrecht stehen.

3. Dies Dreieck Oba ist die Durchschnittsfigur der Ebene des Meridians HWTO, mit der krummen Seitenfläche des Kegels Oba.

4. Die Ebene HRTr ist also auch senkrecht auf der Ebene des Dreiecks Oab.

5. Weil nun die Ebene Oab senkrecht ist auf der Ebene des Kreises ab, diese Ebene Oba aber durch die Spitze des Kegels, und durch den Mittelpunkt g seiner Grundfläche geht, so ist nothwendig Oba die Ebene des Neigungswinkels der Axe Og des Kegels gegen die Grundfläche desselben.

6. Also ist erstlich die Ebene HRTr senkrecht auf der Ebene Oab, des Neigungswinkels Ogb der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben; die erste Bedingung, welche statt finden muß, wenn die Durchschnittsfigur AZB ein Kreis seyn soll.

7. Nun muß aber noch bewiesen werden, daß die Winkel OAB und Oba von gleicher Größe sind, und also die Durchschnittsfigur AZBA eine Sectio subcontraria des Kegels sey.

8. Dies

8. Dies erhellet so:

Man ziehe Wa , so ist der Winkel Oa Halbkreise $= 90^\circ = OCH$ oder OCA . Und überdem der Winkel AOC den beiden Dreiecken AOC , OaW gemeinschaftlich ist, so sind Dreiecke einander ähnlich, und man hat

$$Oa : OW = OC : OA$$

und eben so wegen der ähnlichen Dreiecke OBC

$$OW : Ob = OB : OC$$

Demnach

$$Oa : Ob = OB : OA$$

Da nun überdem der Winkel BOA den Dreiecken OAB und Oba gemeinschaftlich sind sie beyde einander ähnlich, woraus der $\angle OAB = \angle Oba$ folgt.

Demnach ist die Durchschnitsfigur eine *Subcontraria* des Kegels, mithin ein Kreis

9. Vermöge dessen, was wir oben bei *Sectio subcontraria* beygebracht haben, ei daß der Mittelpunkt F des Schnitts BZA , geraden Linie AB liegen, und AB selbst der Durchmesser des Schnitts, oder des Kreises BZ müsse.

10. Diesen Durchmesser zu finden erstlich

$$CA = OC \cdot \text{tang } WOa \text{ und}$$

$$CB = OC \cdot \text{tang } WOb.$$

11. Aber $OC = r$ und die Winkel WOa , WOb haben zu ihrem Maße die halben Bögen Wa , Wb ; wo $Wa = QW - Qa = \varepsilon - \eta$, und $Wb = QW + Qb = \varepsilon + \eta$ ist.

12. Demnach

$$CA = r \text{ tang } \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$$

$$CB = r \text{ tang } \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta)$$

13. Also der Halbmesser AF der Projection $= \frac{1}{2}(CB - CA) = \frac{1}{2}r(\text{tang } \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta) - \text{tang } \frac{1}{2}(\varepsilon - \eta))$, welchen ich mit ρ bezeichnen will.

Ann. Weil überhaupt, wenn α und β ein paar Winkel bedeuten, $\text{tang } \alpha - \text{tang } \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$, so kann, wenn man $\alpha = \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta)$ und $\beta = \frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$ setzt, die Formel für ρ auch so ausgedrückt werden

$$\rho = r \frac{\sin \eta}{2 \cos \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta) \cos \frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)} = \frac{r \sin \eta}{\cos \varepsilon + \cos \eta}.$$

14. Endlich ist auch für den Abstand des Mittelpunktes F der Projection, vom Mittelpunkte C der Tafel,

CF

$$CF = CA + AF, \text{ d. h.}$$

$$CF = \frac{1}{2} r (\tan \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) + \tan \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta))$$

Ann. Wenn man wie in (13. Ann.) verfährt, so kann der Werth von CF auch so dargestellt werden

$$\begin{aligned} CF &= \frac{r \sin \varepsilon}{2 \cos \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) \cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)} \\ &= \frac{r \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon + \cos \eta} \quad (\text{Tr. G. XIII. 13.}) \end{aligned}$$

15. Die bisherigen Schlüsse nahmen $\varepsilon > \eta$ an. Die Anwendung der gefundenen Formeln hat aber gar keine Schwierigkeit, wenn auch $\varepsilon < \eta$ wäre; weil alsdann $\varepsilon - \eta$ bloß negativ, mithin auch die Tangente von $\frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$ negativ zu setzen ist.

16. Zuf. für $\eta = 90^\circ$, also für die Projection des Aequators, wäre

$$\begin{aligned} CF &= \frac{1}{2} r (\tan (45^\circ + \frac{1}{2} \varepsilon) - \tan (45^\circ - \frac{1}{2} \varepsilon)) \\ &= r \tan \varepsilon \end{aligned}$$

nach den bekannten trigonometrischen Formeln. Und eben so

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} r (\tan (45^\circ + \frac{1}{2} \varepsilon) + \tan (45^\circ - \frac{1}{2} \varepsilon)) \\ &= r \sec \varepsilon \end{aligned}$$

§. 72.

III. Aufgabe. Es sey nunmehr (Fig. LIV.) z ein beliebiger Ort in dem Paralleltreit bza,

bza, dessen Durchschnittslinie mit der Ebene des Kreises OHV, die gerade Linie ba sey, und Qz die Meridian durch z, welcher mit dem Meridiane des Orts W, auf dessen Horizontalfläche HT die Stereographische Projection gemacht werden soll, den Winkel $\angle QW = \lambda$ mache. Des Orts z Abstand $Qz = Qa$ vom Pole sey, wie bisher, $= \eta$, und z in der Projection BZA des Parallels bza sey der Punkt z perspectivischer Ort, es liege also z auf der Tafel da, wo die gerade Linie zO die Tafel durchbohrt, man verlangt den Punkt z auf dem Umkreise BZA des projectirten Parallels bza zu bestimmen.

Aufl. I. Man gedenze sich durch O und W eine Ebene, oder größten Kreis ORW, senkrecht auf die Tafel HRT, und RCr sey beyder Ebenen, oder Kreise, gemeinschaftliche Durchschnittslinie, auf welcher demnach HC senkrecht stehen wird, so wie auch die Ebene OHV auf ORW senkrecht seyn wird.

II. Ferner sey HzK ein größter Kreis, senkrecht auf den ORW, und zy ein Perpendikel auf die Ebene ORW; von y falle man yc senkrecht auf CVV, so ist, wie aus der Lehre von der Lage der Linien und Ebenen bekannt ist, auch zc senkrecht auf CVV (Kästn. Geom. 46 S. 7. Zuf.).

III. Durch

III. Durch c errichte man auch in der Ebene OHW eine senkrechte Linie cx auf CW , und x sey ihr Durchschnitt mit dem in der gedachten Ebene OHW liegenden Durchmesser ba , des Parallels bza .

IV. Weil nun die Ebene OHW selbst auf ORW senkrecht steht, CW aber beyder Ebenen Durchschnitt ist, so muß auch cx auf der Ebene ORW senkrecht seyn (Kästn. Geom. 47. S. 1. Zus.).

V. Also ist cx parallel mit zy (Kästn. Geom. 46. S.), und zy mit cx in einer Ebene $zxyz$, senkrecht auf ORW (Kästn. Geom. 46. S.).

VI. Aber eben diese Ebene $yczx$ muß auch senkrecht auf der OHW seyn, weil ycC und ycx rechte Winkel sind (II. IV.) (Kästn. Geom. 45. S.).

VII. Da nun überdem auch die Ebene des Parallels bza auf der Ebene OHW senkrecht steht, so muß beyder Ebenen $yzcx$ und bza gemeinschaftlicher Durchschnitt zx senkrecht auf der Ebene OHW seyn (Kästn. Geom. 48. S.).

VIII. Also zx auch senkrecht auf dem Durchmesser ba des Parallels bza .

IX. Ferner ist die Ebene $yzcx$ parallel mit der Ebene RHr , weil beyde auf OHW senkrecht stehen, und die Linien yc und Rr gleichlaufend sind,

X. Ge

X. Gedankt man sich demnach durch $O, z,$ eine Ebene, welche die RHr in ZX durchschneidet, so sind ZX und zx , als Durchschnittslinien zweier paralleler Ebenen ($IK.$), mit einer dritten Eben ebenfalls gleichlaufend; und da zx senkrecht ist auf der Ebene OHV ($VII.$), so muß auch die ihr parallele ZX senkrecht seyn auf OHV , d. h. auch auf der Linie CH , welche in der Ebene OHV durch X geht. (Räsn. Geom. 46. u. 47.)

XI. Gedankt man sich endlich auch noch die Ebene Ozy senkrecht auf ORW , und ihren Durchschnitt ZY mit der Ebene RHr , die gleichfalls senkrecht ist auf ORW , so ist auch ZY senkrecht auf der geraden Linie Rr , und man sieht leicht, daß ZY das Bild von dem Perpendikel zy , und ZX das Bild von zx seyn wird, und daß, so wie $zxyz$ ein rechtwinklichtes Parallelogramm ist, auch $ZYZX$ eines dergleichen seyn wird.

XII. Weis man nun für den Punkt Z , als das Bild von z , anzugeben, die Werthe von CX als Abscisse, und XZ als Ordinate, so ist der Punkt Z hiedurch vollkommen bestimmt. Es kommt also darauf an, nach den bisherigen Vorbereitungen, CX und XZ zu finden.

XIII. Dies

XIII. Dies geschieht auf folgende Art:

Erstlich sind YC und yc parallel, also in dem Dreiecke Ocy

$Oc : OC = cy : CY$, aber $cy = zx$ in dem Parallelogramme $yczx$ (XI.), und eben so $ZX = CY$, also

$$Oc : OC = zx : ZX.$$

XIV. Ferner ist, wie leicht einzusehen,

$$zy : ZY = Oy : OY = Oc : OC$$

oder $Oc : OC = zy : CX$, weil $ZY = CX$.

XV. Nun ist zy in der Ebene des größten Kreises HZK (II.), dessen Durchschnitt mit der Ebene ORK , die gerade Linie CyK ist; folglich ist zy der Sinus des Bogens Kz , oder der Cosinus des Bogens Hk , für den Halbmesser $CK = CH = r$.

XVI. Also $zy = r \cos Hk$, wo $\cos Hk$ für den Sin. tot. $= r$ zu nehmen ist.

XVII. Ferner ist zx , senkrecht auf ba (VIII.), der Sinus des Winkels zga am Mittelpunkt g des Parallels, für den Halbmesser $gz = ga$, und dieser Winkel zga ist das Maß des sphärischen $zQa = \lambda$ (Räsn. G. 52. S. 3. B.).

$$\text{Also } zx = gz \sin \lambda.$$

Aber der Halbmesser gz des Parallels bza ist gleich dem Halbmesser der Kugel OHV multipli-

cirt

Ans. VI. Ist der Halbmesser OC sehr groß, würde es beschwerlich seyn, ihn ganz, in seine nern Theile eingetheilt, vor sich zu haben. Man kent sich alsdann nur eines solchen Stückes des Halbmessers zum Abtragen der berechneten Werthe von CZ (oder auch von ZX und CX in 72:), als höchstens, nach Maßgabe des zu werfenden Stückes der Erdofläche, die Werthe von $\frac{1}{2}$, oder von CX und ZX ausfallen können.

Setzt, man wolle ein Stück der Erdofläche stereographisch entwerfen, für einen Halbmesser OC = 60 Schuhen. Hier würde man für den ganzen Halbmesser OC keinen Raum auf dem Papiere haben. Es würde aber auch nicht ganz nöthig seyn, bei einem so großen Halbmesser, wohl nur ein einzig großes Stück der Erdofläche, auch auf einem größten Royalbogen, oder Kupferplatten, verzeichnet werden kann. Wäre daher z. E. das Blatt Papier, worauf ein Stück der Erdofläche stereographisch entworfen werden sollte, etwa 3 Schuh lang und breit, so darf, weil C in dem Mittelpunkte des Blatt Papierses gewöhnlich angenommen wird, der Werth von CX oder ZX nie größer, als $1\frac{1}{2}$ Schuh ausfallen, welches der 40ten Theil des Halbmessers OC von 60 Schuhen betragen würde. Der Werth von $CZ = \sqrt{(1\frac{1}{2})^2 + CX^2}$ kann

$$CX = \frac{\sin \epsilon \cos \eta - \cos \epsilon \sin \eta \cos \lambda}{1 + \sin \epsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \epsilon \cos \eta}$$

und aus (XIII.) und (XVII.)

$$ZX = \frac{\sin \eta \sin \lambda}{1 + \sin \epsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \epsilon \cos \eta}$$

Berechnet man demnach diese Werthe für gegebene ϵ , η , λ , so kann dadurch der Punkt Z in der Projection des Parallels bestimmt werden.

Zus. I. Diese Formeln sind für die Berechnung dieser Werthe von CX und ZX eben nicht sehr bequem.

Ich will daher suchen, sie hier etwas bequemer, wobei vorthellhaft die Logarithmen angewandt werden können, einzurichten. Ich will den Bogen $Wz = \alpha$, und den $HZ = \beta$ nennen.

Weil nun $\sin \eta = \tan \eta \cdot \cos \eta$, so ist auch (XX.)

$$\cos \beta = \sin \epsilon \cos \eta - \cos \epsilon \tan \eta \cos \eta \cos \lambda$$

und (XIX.)

$$\cos \alpha = \sin \epsilon \tan \eta \cos \eta \cos \lambda + \cos \epsilon \cos \eta$$

Man suche nun einen Winkel u , dessen Tangente $= \tan \eta \cos \lambda$ ist, oder setze $\tan u =$

$$\tan \eta \cos \lambda, \text{ so ist, wegen } \tan u = \frac{\sin u}{\cos u}$$

$$\cos \beta = \left(\sin \epsilon - \frac{\cos \epsilon \sin u}{\cos u} \right) \cos \eta$$

=

$$= \frac{\sin \varepsilon \cos u - \cos \varepsilon \sin u}{\cos u} \cdot \cos \eta$$

$$= \frac{\sin (\varepsilon - u)}{\cos u} \cos \eta \quad (\text{Trig. S. XII. a.})$$

welches sich bequem durch Logarithmen rechnen läßt.
 So nach einer ähnlichen Rechnung

$$\cos \alpha = \frac{\cos (\varepsilon - u) \cos \eta}{\cos u} = \cos \beta \cos (\varepsilon - u)$$

ist nun eigentlich

$$CX = \frac{r \cos \beta}{1 + \cos \alpha} \quad \text{und} \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$CX = \frac{r \cos \beta}{2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

so eben so

$$ZX = \frac{r \sin \eta \sin \lambda}{2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

Irger kann man die Rechnung nicht anstellen.

Exempel. Es sey $r = 1$; $\lambda = 1^\circ$; $\eta = 50^\circ$;
 $= 67^\circ. 30'$, so ist

$$\log \tan \eta = 10,0761865 - 10$$

$$1 \cos \lambda = 9,9999338 - 10$$

$$\text{also } 1 \tan u = 10,0761203$$

(0)

$$u = 49^{\circ} . 59' . 44'' ,$$

$$\varepsilon - u = 17 . 30 . 16$$

$$\sin (\varepsilon - u) = 9,4782486 - 10$$

$$\log \cos \eta = 9,8080675 - 10$$

$$\text{Summe} = 19,2863161 - 20$$

$$\text{abgezogen } \log \cos u = 9,8081076 - 10$$

$$\log \cos \beta = 9,4782085 - 10$$

$$\log \cot (\varepsilon - u) = 10,5011603 - 10$$

$$\log \cos \alpha = 9,9793688$$

$$\text{und } \alpha = 17^{\circ} . 31' . 16''$$

$$\frac{1}{2} \alpha = 8 . 45 . 38$$

Also

$$2 \log \cos \frac{1}{2} \alpha = 9,9898036 - 10$$

$$+ \log 2 = 0,3010300$$

$$\text{Also } \log 2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2 = 10,2908336 - 10$$

Diesen Logarithmus ziehe man ab von $\log \cos$ der bereits oben steht, so erhält man

$$\log CX = 0,1873740$$

$$\text{also } CX = 0,153948$$

$$\text{Ferner ist } \log \sin \eta = 9,8842540 - 10$$

$$\log \sin \lambda = 8,2418553 - 10$$

$$8,1261093 - 10$$

Hievon ziehe man ab obigen Logarithmen $2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2$, so erhält man

$$\log ZX = 0,8352757 - 3$$

$$\text{also } ZX = 0,006843$$

Di

Dies Exempel steht in Karstens Lehrbuch der Mathematik. 7. Th. im 23ten Abschnitt der Perspectiv §. 347. Meine Rechnungalte ich noch für kürzer, als die Karstensche, weil ich weniger Proportionaltheile zu berechnen habe. Auch ist das Verfahren, wodurch die Formeln für CX und XZ gefunden worden, gewiß das einfachste, welches stattfinden kann.

§. 73.

Bem. II. Unter welchen Umständen die Werthe von CX und XZ negativ werden, d. h. der Punkt X unterhalb des Mittelpunktes C , und der Punkt Z rechter Hand von CB (die Projection nemlich von der Seite V angesehen) falle, hier umständlich aus einander zu setzen, ist für den, der mit trigonometrischen Formeln umzugehen weiß, unnöthig. Meine Formeln sind so beschaffen, daß sie in einem jeden Falle bestimmen, ob die zur Berechnung nöthigen Werthe von u , β , α kleiner oder größer, als 90° ausfallen. Woraus sich denn zugleich ergibt, wie CX und XZ bejaht oder verneint werden.

B. E. Wenn λ nicht, wie in dem gegebenen Beispiele, bejaht, sondern verneint wäre, d. h. der sphärische Winkel $\angle Qa$, nicht dießseits, sondern jen-

als 90° wurde, wenn eines negativen ε
 aus bejaht bleibt, so lange als er nicht 1
 Also bleibt $\tan u$ ebenfalls bejaht,
 spitzig. Ist nun $u < \varepsilon$, so ist $\varepsilon - u$,
 $\sin(\varepsilon - u)$ bejaht. Da nun auch c
 ist, so wird $\cos \beta$ bejaht, folglich a
 und man sieht also, daß auch CX be
 müsse. Aber der Werth von ZX wi
 negativ angenommen, und also $\sin \lambda$
 selbst negativ werden müssen.

Ferner sey 1. E. λ bejaht, aber
 ist $\cos \lambda$ verneint, also u verneint
 allemahl den Bogen, welchen ein von Z
 senkrecht gefällter Bogen, von Q an au
 schneidet, wo man dann leicht einseht,
 $\lambda > 90^\circ$ ist, das erwähnte Perpendi
 hinaus nach H zu, in HQW einschn

erneint ausfällt. Der Werth von CX wird aber nicht werden, auch wird ZX bejaht bleiben, weil in λ bejaht ist, wenn auch $\lambda > 90^\circ$ genommen wird. Und so wird sich in andern Fällen leicht entscheiden, wie CX und ZX bejahte oder verneinte Werthe bekommen.

Für Paralleltreise, welche in die südliche Halbkugel fallen, wird $\eta > 90^\circ$, wornach man sich eben ebenfalls in der Rechnung zu richten hat, so wie denn auch, wenn W in die südliche Halbkugel fällt, also ε über 90° groß wird, die besondern außer allgemeinen Formel herzuleitenden Werthe von CX und ZX, mit Zuziehung einiger Betrachtung der Figur, keinen Anstand haben.

§. 74.

1. Dieses Verfahren, Punkte eines Paralleltreises durch Abscissen und Ordinaten, wie CX, XZ, zu bestimmen, kann dienen, einen Paralleltreis zu verzeichnen, wenn der Halbmesser desselben etwa zu groß wäre, als daß man ihn unmittelbar aus seinem Mittelpunkte F beschreiben könnte. In diesem Falle könnte man die Werthe von CX, XZ etwa von einzelnen zu einzelnen, oder je nachdem man es nöthig findet, auch nur von 5 zu 5 Graden der Länge λ berechnen, und dann durch die gefundenen

denen Punkte Z, entweder aus freyer Hand, oder
vermittelft der Werkzeuge (§. 18. X.), den ver-
langten Parallel ausziehen.

2. Statt der Werthe CX, XZ, könnte man
zur Entwerfung des Punktes Z eines Paralleltre-
ses, auch die Distanz CZ vom Mittelpunkte der
Tafel, und den Winkel ZCF, den CZ mit CH
machte, und welcher dem sphärischen Winkel zWQ
gleich seyn muß, gebrauchen.

Diesen Werth von CZ zu berechnen, über-
lege man, daß, weil CZ, so wie auch cz, noth-
wendig auf der geraden Linie OCM senkrecht stehen
(§. 72. II.)

$CZ = OC \cdot \tan ZOC = r \cdot \tan WOz$
seyn muß. Aber der Winkel WOz hat zu seinem
Maasse den halben Bogen $Wz = \frac{1}{2} \alpha$. Demnach
 $CZ = r \tan \frac{1}{2} \alpha$.

wo denn α entweder nach der Formel (§. 72. XIX.)

$$\cos \alpha = \sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta$$

oder nach der bequemern (das. Zus. I.)

$$\cos \alpha = \frac{\cos (\varepsilon - u) \cos \eta}{\cos u}$$

berechnet werden kann. So wäre z. E. in dem
obigen Beispiele, wo $\frac{1}{2} \alpha = 8^{\circ} 45' 38''$ gefun-
den wurde, für $r = 1$

$$CZ = r \tan \frac{1}{2} \alpha = 0,15410.$$

Für den Winkel $ZCF = zWO$ hätte man in dem sphärischen Dreiecke zQW

$\sin Wz : \sin \lambda = \sin Qz : \sin zWQ$ oder

$$\sin zWQ = \frac{\sin \eta \sin \lambda}{\sin \alpha}$$

3. Macht man demnach den Winkel $FC\mu = zWQ$, und trägt auf den Schenkel $C\mu$ desselben das gefundene CZ , so ist der Punkt Z in dem zu verzeichnenden Parallele bestimmt.

Sehr oft ist es hinreichend, bei der Berechnung derjenigen Dinge, welche zur Bestimmung eines Punktes, wie Z , nöthig sind, die Secunden wegzulassen, wodurch denn die Rechnungen freylich zu ein merktliches abgeführt werden.

Bes. I. Wäre der Fall, daß die Projection BZA eines vorgegebenen Parallels, sich aus ihrem Mittelpunkte selbst hätte beschreiben lassen, so kann die Projection Z eines vorgegebenen Ortes z gefunden werden, wenn man für Z nur den Abstand CZ vom Mittelpunkte C der Tafel, nach (2.) berechnet, und mit diesem CZ aus C den verlangten Ort Z auf dem bereits beschriebenen Parallele BZA abschneidet.

Bes. II. Man sieht leicht, daß CZ den perspectivischen Entwurf des Bogens Wz ,
oder

(6)
Abstandes des Orts W von dem z,

§. III. Im 15ten §. ist gezeigt worden, auch den Abstand $Wz = \alpha$ zweyer Orter z (für welche gegeben sind die Weiten von nemlich $QW = \varepsilon$, $Qz = \eta$, und der λ ihrer Mittagskreise zQ , WQ), durch eine Construction finden könne. — Wendet man also das dortige Verfahren auf die gegenwärtige an, so kann man die Rechnung (§. 72.) und CZ ziemlich genau durch Zeichnung an würde demnach auf den einen Schenkel des Winkels $= \lambda$, den man auf dem Papiere gezeichnet hätte, nach einem beliebigen, aber nicht gar zu kleinen tausendtheiligten Maßstabe, die Summe der beyden Sinusse von $\frac{1}{2} (\varepsilon + \eta)$ und $\frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$ tragen, und auf den andern Schenkel die Differenz dieser Sinusse, so würde sich, nach (§. 15.) die Sehne des Bogens α durch Zeichnung ergeben. — Diese messe man auf dem tausendtheiligten Maßstabe, und halbire die für diese Sehne gefundene Anzahl von Tausendtheilchen des Maßstabes, so hat man den Sinus von $\frac{1}{2} \alpha$, welchen man in den Tafeln aufschlagen, und dadurch den Bogen $\frac{1}{2} \alpha$ in Graden und Minuten erhalten kann. Dann nehme man aus den Tafeln die Tangente von $\frac{1}{2} \alpha$ (versteht

Halbmesser r), und multiplicire
 fter $OC = r$, welchen man an
 theilen ausdrückt, so hat man CZ
 nan dies nicht will, sondern
 s Halbmessers OC aus
 ill, so muß für die Projection
 der Halbmesser OC in 1000,
 es angeht, in noch kleinere Theile getheilt
 a seyn.

Zus. IV. Wenn der Halbmesser OC zur
 Projection nicht gar zu groß ist, daß man die Seh-
 nen, wie (Zus. III.), von ihm selbst abfassen kann,
 kann dieser Halbmesser OC selbst den tausend-
 theiligen Maasstab, für die Bestimmung der Sehne
 des Bogens α durch Construction, abgeben. Ge-
 wöhnlich ist aber OC zu groß, und man muß daher
 zu dieser Construction einen kleinern Maasstab ge-
 brauchen.

Aber alsdann ist ein unvermeidlicher Fehler
 von einigen Minuten, der in der Bestimmung des
 Bogens α durch Construction sehr leicht begangen
 werden kann, desto sichtbarer in dem Werthe von
 CZ , der allemahl in Theilchen des Halb-
 messers OC abgefaßt wird, je größer OC
 selbst angenommen worden ist, und je kleinere Theile
 desselben also auf dem Papiere noch sichtbar ausfallen.

Ge



Tangente von $\frac{1}{2} \alpha$ um einige Tausen
dazu gebrauchten Eichenmaaßstabes
fanden, so würde dies in dem Mei-
ßen man ihn in Meilen abfaßte, lei-
ter von einigen Meilen betragen, und
der Meilenmaaßstab so groß wäre,
Meilen noch eine sichtbare Größe
wäre es in allen Fällen besser, den M
durch Rechnung zu bestimmen, die
so gar beschwerlich nicht ist. Bey die
ist es dem selten nöthig, kleinere The
stens 100000 Theilchen des Halbm
trachtung zu ziehen, ja in den meisten
10000 Theilchen vollkommen hin.

Zu f. V. Je einen größern F
fläche man Stereographisch entwerfen
Kleiner ist man sonderhat. den Halb

Art. VI. Ist das Halbmesser OC sehr groß, würde es beschwerlich seyn, ihn ganz, in seine neun Theile eingetheilt, vor sich zu haben. Man trennt sich also dann nur eines solchen Stückes des Halbmessers zum Abtragen der berechneten Theile von CZ (oder auch von ZX und CX in 72), als höchstens, nach Angabe des zu messenden Stücks der Erdoberfläche, die Werthe von, aber von CX und ZX ausfallen können.

Setzt, man wolle ein Stück der Erdoberfläche stereographisch entwerfen, für einen Halbmesser OC von 60 Schuhen. Hier würde man für den ganzen Halbmesser OC seinen Platz auf dem Papiere haben. Es würde aber auch nicht ganz nöthig seyn, bei einem so großen Halbmesser, wohl nur ein kleines großes Stück der Erdoberfläche, auch auf einem größten Royalbogen, oder Kupferplatten, verzeichnet werden kann. Wäre daher z. B. das Blatt Papier, worauf ein Stück der Erdoberfläche stereographisch entworfen werden sollte, etwa 3 Schuh hoch und breit, so darf, weil C in dem Mittelpunkte des Blatt Papierses gewöhnlich angenommen wird, der Werth von CX oder ZX nie größer, als $\frac{1}{2}$ Schuh ausfallen, welches der 40ten Theil des Halbmessers OC von 60 Schuhen betragen würde. Der Werth von CZ = $\sqrt{40^2 + 15^2}$

kann

2 höchstens etwas über 2 Schuh groß aus,
 und dies wäre der 3te Theil des Halbm
 3 OC. Für ein größeres CZ würde Z
 4 h des Papiere fallen. Gesezt nun, man
 auf dem Papiere 100000 Theilchen des
 5 messers OC, ohne daß man den ganzen
 6 selbst vor sich hätte, so überlege man,
 jene 2 h dem 3ten Theile des
 messers OC, sie $3333\frac{1}{3}$ Hundert
 theilchen selbst betragen müßten, daß
 eine 2 Ed auf dem Papiere in 3333
 also einen, auf dem Papiere in
 1666 Theile theilen müßte, um beim Abfassen der
 Werthe von CZ, 100000 Theilchen des Halbmessers
 OC vor sich zu haben.

Da es aber beschwerlich seyn würde, zu die
 ser Absicht einen Schuh in 1666 Theile zu theilen
 so überlege man, daß, weil 1000 solcher Theile
 betragen würden $\frac{1}{1666}$ eines Schubes, oder 0,6001
 desselben, man nur nöthig haben wird, etwa 0,6
 eines Schubes, also 6 Decimaltheil in 1000 Theile
 einzutheilen, und jede solche 1000 Theile, so weit
 es die Größe des Papiers verstattet, nach Art eines
 verjüngten Maasstabes nach einander hinzutragen;
 da würden denn die Theilchen dieses Maasstabes
 sich

b. auf 100000 Theilchen des Halbmessers OC
stehen.

Bes. VII. Wenn die Größe eines Blatt
pieres, worauf die Projection von einem Stücke
Erdoberfläche gemacht werden soll, vorgegeben ist,
b. man hat den Werth von CZ für den von
der Mitte C der Charte am weitesten weg zu
gehenden Punkt Z berechnet, so kann man
aus die ungefähre Größe des Halbmessers
C beurtheilen. Es sey die halbe Breite des
pieres $= a$, die halbe Höhe $= b$, so ist
 $(a^2 + b^2)$ die größte Linie, welche von der
Mitte des Papiers aus gezogen werden kann.
Nun man nun das größte CZ $= \mu$. OC
o μ einen Decimalbruch, wie den 0,15410 in
1 Beispiele (2.) bedeute) gefunden, und soll
3 CZ auf dem Papiere Platz haben, so darf
Z nicht größer, als $\sqrt{a^2 + b^2}$ seyn, also

$$OC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\mu}$$

Gesetzt, es wäre $a = b = 1$ Fuß, und
Z $= 0,125$. OC, so muß OC $= \frac{\sqrt{2}}{0,125}$

$$\frac{1,4142}{0,125}, \text{ oder } = 11,1 \text{ Fuß seyn; wenn man}$$

die Projection für einen Halbmesser OC von

20 Fuß zu machen, so würde Z nicht allein vollkommen auf das vorgegebene Blatt Papier fallen, sondern auch noch Platz für die Einfassung und den Rand der Charte übrig bleiben.

Diese Betrachtungen sind für die Ausübung wichtig, weil sie zeigen, wie sich die Größe des Papiers, worauf man ein Stück der Erdoberfläche entwerfen will, nach dem Halbmesser OC der Projection, und der Ausdehnung des zu entwerfenden Stücks selbst richtet, oder auch, wie der Halbmesser der Projection, nach der Größe des Papiers, und des zu entwerfenden Stücks proportionirt werden kann, damit keine Punkte der Projection, wie Z, außerhalb des Papiers fallen.

Zus. VIII. Da der Halbmesser OC in 859,430 Theile getheilt werden müßte, wenn man den Werth einer Meile für die zu entwerfende Charte bekommen wollte, so erhellet, daß, wenn OC z. E. in 100000 Theile eingetheilt worden wäre, man nur $\frac{169222}{879}$, d. h. 116,35 solcher Theile abfassen müßte, um auf dem Papiere die Größe einer Meile zu erhalten. Da es aber nicht ratsam seyn würde, diese Größe mehreren mahle neben einander auf dem Papiere hinzutragen, um einen ganzen Meilenmaßstab zu erhalten, so faßt man lieber sogleich 11635 Theile des Halbmessers

fers OC, als den Werth von 100 Meilen und theilt den Raum in 100 Theile, so bestimmt man die einzeln Meilen, so wie den ganzen Maßstab, genauer, als durch das Aneinanderlegen der einzelnen Meilen, welches nieß Ganze richtig geben kann.

Zus. IX. Wenn man, nach dem Verfahren (Zus. I.), auf den Projectionen verschiedener Parallelkreise, die Punkte, wie Z, bestimmt, welche einer und derselben geographischen Länge λ zugehören, so liegen diese sämmtlich in der Projection qZn eines Meridians QzU , welcher um den Winkel λ , von dem mittelften HQW , dessen Projection durch die gerade Linie HC abgebildet wird, absteht. Man darf also diese Punkte Z, nur durch einen zusammenhängenden Zug aus freyer Hand, oder vermittelst der obigen Werkzeuge (§. 18. X.) verbinden, so kann durch die Kreisbogen qZn , oder die Projectionen des vorgegebenen Meridians QzU bezeichnet werden.

Dieses Verfahren dient, einen Meridian qZn zu entwerfen, der sich aus seinem Mittelpunkte selbst nicht bequem beschreiben ließe. Die Projectionen der Parallelkreise haben gewöhnlich kleinere Halbmesser, als die der Meridiane, und lassen sich also

her aus ihren Mittelpunkten ziehen. Auch dies nicht angienge, so würde das obige Verfahren, wodurch (§. 72. 3. e, wie Z, sowohl zur Verzeichnung der Meridiane, gefunden werden und sich anwenden lassen.

Zus. X. Freylich wird diese Arbeit beschwerlich ausfallen. Indessen bleiben Formeln zur Bestimmung der Werthe, wodurch die Punkte Z verzeichnen kann, immer Größen während der Rechnung unverändert. In der Formel (§. 72. XIX.)

$\cos \alpha = \sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta$
bleiben die Produkte $\sin \varepsilon \sin \eta$; $\cos \varepsilon$ und folglich auch ihre Logarithmen, so lang dieselben, als man Punkte Z auf einem und dem Parallelkreise, und nur für die unterschiedenen Werthe von λ sucht, welches denn die Rechnung sehr erleichtert.

Zus. XI. Hätte man die Parallelkreise ihren Mittelpunkten selbst beschreiben können, müssen dennoch zur Ziehung der Meridiane, qZn, Punkte Z in diesen Parallelkreisen besetzt werden, welche einerley Längen, oder gleiches Werthen von λ zugehören. Allein man braucht dann etwa nur auf den beyden äußersten und

Paralleltreife des zu entwerfenden pers-
pektiven Mapes, solche zu einerley Länge λ ge-
hören. Punkte Z zu bestimmen, so kann durch
3 solche zusammengehörige ein Meridian, ver-
mittels des Werkzeugs (§. 18. X. α .) durchgeführt
den, und dieser Meridian wird denn auch die
igen Paralleltreife in den gehörigen Punkten Z ,
den gleiche λ entsprechen, durchschneiden, und
sich auch diese Parallelen in ihre Grade thei-
len abtheilen. Bey dem Gebrauche des Werk-
zeugs (§. 18. X. β .) mögten drey Punkte wohl
hinlänglich seyn. Man könnte alsdann etwa
5 Parallelen solche zusammengehörige Punkte
zeichnen, und die Meridiane durchführen.

§. 75.

Indeffen kann man die Zeichnung eines Me-
ans, welcher um λ Grade von dem mittelften
Charte absteht, und folglich alle Paralleltreife
Punkten Z durchschneidet, welche sämtlich glei-
chen Längen zugehören, vielleicht noch bequemer auf
jede Art bewerkstelligen.

1. Es sey (Fig. LIV.) qZn die Projection
des Theile QzU eines Meridians, welcher
 λ Grade von dem QWT , dessen Projection auf
Tafel die gerade Linie HCT ist, abstehe, und
Rapports Geom. 4r Th. 21 n

n sey auf der Durchschnittslinie der beiden Tafeln mit der Ebene ORW, die Projection des Punktes n des Meridians, wo solcher in den größten Schnitt ORW einschneidet.

2. Man heiße den Bogen UW, welcher sich aus dem rechtwinkl. sphärischen Dreiecke UWQ in welchem der Winkel bey W $\equiv 90^\circ$, der Bogen QW $\equiv \varepsilon$, und der Winkel UQW $\equiv \lambda$ ist, ergibt $\equiv \vartheta$: so ist nach der sphärischen Trigonometrie $\text{tang } WU$, oder

$$\text{tang } \vartheta = \text{tang } \lambda \sin \varepsilon.$$

3. Nun sey (Fig. LV.) qZn der zu betrachtende Meridian, und die Bedeutung der Buchstaben q, C, n, wie die in der LIVten Figur.

4. Man gedente sich in n eine Tangente des Meridians, und nγ darauf senkrecht, so liegt der Mittelpunkt c der Projection qZn, in der geraden Linie nγ. nc sey also der Halbmesser der Projection qZn, so ist nach (§. 69. 4.)

$$cn = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda} = \frac{r}{\cos \psi} \quad (\text{das. 3.})$$

5. Man ziehe weiter cK senkrecht auf die Verlängerung von qC, und ck senkrecht auf die Verlängerung von nC, so ist nach (§. 69. Zus. III.)

$$kc = KC = \frac{r}{\text{tang } \varepsilon}$$

6. Ger.

6. Ferner Cn (Fig. LIV.) $= OC \cdot \tan COn$, weil OCn ein rechtwinkliges Dreieck ist. Aber $OC = r$, und der Winkel $COn = WOU = \frac{1}{2} S$, weil er als ein Peripheriewinkel zu seinem Maasse den halben Bogen $UV = S$ hat, worauf er steht. Demnach

$$Cn = r \cdot \tan \frac{1}{2} S.$$

7. Auch (Fig. LV.) in dem rechtwinklichten Dreiecke knc

$$\sin knc = \frac{kc}{cn} = \frac{KC}{cn} = \frac{\cos \psi}{\tan \varepsilon} \quad (4. 5.)$$

oder $\cos \psi$ aus (§. 69. 4.) genommen, und den Winkel knc oder $Cnc = \zeta$ gesetzt

$$\sin \zeta = \frac{\sin \lambda \cdot \sin \varepsilon}{\tan \varepsilon} = \cos \varepsilon \sin \lambda$$

8. Dieser Winkel ζ bestimmt nun die Lage des Halbmessers nc gegen die Linie Cn (6.) und ist also leicht aus λ und ε berechnet.

9. Nun sey Z ein beliebiger Punkt des Meridians, und auf den Halbmesser cn die Linie ZG senkrecht, so wie Zu senkrecht auf die an n gezogene Tangente $n\tau$, so ist, wenn man $GZ = nu = y$, $Zu = Gn = x$, und den Halbmesser $nc = R$ setzt, aus den Eigenschaften des Kreises

$$2R - x : y = y : x \text{ oder}$$

$$y^2 = 2Rx - x^2.$$

10. Man kann demnach für jedes auf der Karte angenommene $nu = y$ den zugehörigen Werth von $x = Z$ berechnen, oder auch, wenn man will, x nach Gefallen annehmen, und y berechnen.

11. Gewöhnlich ist der Halbmesser nc so groß, daß man $2Rx$ ohne merklichen Fehler von x lassen kann, und also beynähe

$$y^2 = 2Rx$$

oder $x = \frac{y^2}{2R}$ setzen kann.

12. Der letztere Fall ereignet sich allemahl, wenn der Meridian qZn aus seinem Mittelpunkte selbst nicht beschrieben werden kann, wenn c zu weit hinaus fällt, und also der Bogen qZn nur wenig Krümmung hat, wie z. B. der Fall ist, wenn man kein großes Stück der Erdoberfläche, z. B. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmesser r , stereographisch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und soll solches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, so wird der Halbmesser r nie sehr groß angenommen werden dürfen, und die meisten Meridiane, außer denen, die etwa zunächst um den mittel-

Mittelpunkt qC zu liegen kommen, werden sich aus dem Mittelpunkt selbst beschreiben lassen.

13. Uebrigens brauchen nur für wenige Punkte die Abscissen nu , und Ordinaten Zu berechnet zu werden, nur für so viele, daß man den Bogen qn mit hinlänglicher Genauigkeit, vermittelst der oben beschriebenen Werkzeuge, verzeichnen kann.

14. Begreiflich braucht man nur allemahl $u' = nu$ und senkrecht darauf $u'z = uZ$ zu nehmen, so ist auch z ein Punkt in dem zu beschreibenden Bogen.

15. Uebrigens kann man auch aus der von m nach dem zu bestimmenden Punkte Z angenommenen Hypotenuse nZ die Abscisse Gn berechnen, und Z durch zm und nZ verzeichnen, wie oben (§. 18. X. 29.) gezeigt worden. Heißt man nemlich den Halbmesser

des zu zeichnenden Bogens $Zn = R = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$

4.), so ist nach (a. a. O. X. 30.)

$$Gn = \frac{Zn^2}{2R} = \frac{\frac{1}{2} Zn^2 \cdot \sin \varepsilon \sin \lambda}{r}$$

Nun nehme man $nZ = \frac{m}{1000} r$, wie oben

§. 18. X. 31.), so hat man

$$Gn = \frac{\frac{1}{2} m^2 \cdot \sin \varepsilon}{1000000} \cdot r \sin \lambda$$

h. h. Es sey so viele Meridianen des Halbkreises r , als das Product $\frac{1}{2} m^2 \sin e \sin \lambda$ ganzen Einheiten enthält.

16. Es sey $\mu A \nu$ die Projection eines Parallels. Schneidet man der Meridian qZn die Parallel in S , so ist der Bogen AS die Projection von so vielen Graden des Parallels, als man so viele der Meridian qZn vom mittlern Meridian qC der Karte abzieht. Wenn man also $\lambda = 1^\circ$; 2° ; 3° u. s. w. setzt, so werden die projectirten Meridiane, die Projectionen der Paralleltreife, von Graden zu Graden eintheilen.

Zusatz. Diese Eintheilung der Paralleltreife in perspectivische Grade kann auch durch Hülfe der sogenannten Theilkreise bewerkstelligt werden, welches Verfahren insbesondere Hr. Hase (*Sciagraphia integri tract. de constructione apparum etc. et in specie de projectionibus sphaerarum*. Lips. 1717.) als vortheilhaft empfohlen hat. Daher ich hier auch einen Begriff davon beybringen muß:

1. Es sey (Fig. LVI.) die Bedeutung der Buchstaben H , O , Q , W , C , T , a , z , b , wie in (Fig. LIV.), und $\alpha\beta$ sey ein Kreis, dessen Pol O , und dessen Abstand von O , dem des Kreises azb von seinem Pole Q gleich ist. $\alpha\beta$ sey
der

den Durchmesser, und zugleich die Durchschnittslinie der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ mit dem größten Kreise $OHWT$, so liegt das Centrum γ des Kreises $\alpha\zeta\beta$ in dem Durchschnitte des Halbmessers OC mit dem Durchmesser $\alpha\beta$, und OC steht senkrecht auf $\alpha\beta$, so wie CQ senkrecht auf ba .

2. Durch die drei Punkte Q, z, O lege man einen Kreis, welcher die Ebene $OHQWT$ in der geraden Linie QO , und den Kreis $\alpha\beta$ in ζ durchschneidet. Ich behaupte, die Bögen $\alpha\zeta$ und az , auf den beiden Kreisen $\alpha\zeta\beta$ und azb , werden von gleicher Größe seyn.

3. Um dies zu beweisen, seyen m, μ die Durchschnittspunkte der geraden Linie QO , mit den beiden Durchmessern $ba, \beta\alpha$. Man ziehe von m, μ nach z und ζ die geraden Linien $mz, \mu\zeta$, so wie nach z und ζ die Halbmesser $gz, \gamma\zeta$, so sind $\mu\zeta, mz$ die Durchschnittslinien der Ebene des Kreises $Qz\zeta O$, mit den beiden Kreisen $\alpha\zeta\beta, azb$.

3. Hier sind nun erstlich die beiden Dreyecke $Qgm, O\gamma\mu$ einander gleich, weil $O\gamma = Qg$ (wegen des gleichen Abstandes beyder Kreise von ihren Polen), dann die Winkel $COQ = CQO$ (in dem gleichschenkl. Dreyecke OCQ) und $O\gamma\mu = Qgm = 90^\circ$. Also sind auch die beyden Winkel $Qmg = O\mu\gamma$, und $mg = \mu\gamma$.

4. Man

4. Man gedente sich nun bey μ die körperliche Ecke, welche durch die drey ebenen Winkel Qma , amz und Qmz gebildet wird, und welche aus der Spitze dieses körperlichen Winkels, welcher bey (Fig. LVII.) besonders gezeichnet ist, mit einem beliebigen Halbmesser, die drey Kreissektoren ks , sr , kr , als Maasse der ebenen Winkel, welche die körperliche Ecke bilden, beschrieben, so hat man ein sphärisches Dreyeck ksr , in welchem der Winkel rks dem Neigungswinkel der Ebene Qma , d. h. der Ebene des Kreises $QzGO$, gegen die Ebene des größten Kreises $WHOT$ gleich ist; dieser Neigungswinkel heiße k . Der sphärische Winkel ksr ist $= 90^\circ$, weil die Ebene Qma auf der amz , oder auf der Ebene des Kreises azb senkrecht steht; der Winkel Qma , dessen Maass der Bogen ks ist, heiße m , so hat man in dem rechten sphärischen Dreyecke ksr

$$\text{tang. } rs = \text{tang } rks . \sin ks \text{ oder}$$

$$\text{tang. } amz = \text{tang } k . \sin m.$$

Völlig auf eine ähnliche Art hat man für die körperliche Ecke bey μ , mit der man eben so, wie mit der bey m verfähre,

$$\text{tang. } au\zeta = \text{tang } k . \sin \mu$$

wo μ den Winkel Qma (so wie m den Qma) bedeute.

Aber

Über die eben genannten Winkel Qma und μa sind einander gleich (3.), also $m = \mu$, mithin $\text{tang. } amz = \text{tang. } a\mu\zeta$, folglich die beyden Winkel amz , $a\mu\zeta$ einander gleich.

5. Nunmehr hat man in den beyden Dreyecken gmz , $\gamma\mu\zeta$; $\gamma\mu = mg$ (3.), $\gamma\zeta = gz$ (als Halbmesser gleicher Kreise) und die Winkel bey μ und μ einander gleich (4.); also $\Delta\gamma\mu\zeta = gmz$; und die Winkel $\mu\gamma\zeta$, mgz , am Mittelpunkte beyder Kreise $\alpha\zeta\beta$, azb einander gleich, folglich auch deren Maaße, die Bögen $\beta\zeta$, bz , welche überdem mit gleichen Halbmessern beschrieben sind. Daraus denn endlich auch die Bögen $\alpha\zeta$, az , als die Ergänzungen jener zu 180° , mithin auch die Winkel $\alpha\gamma\zeta$, agz einander gleich seyn lassen.

6. Nunmehr gedente man sich von O durch jeden Punkt des Umfangs des Kreises $\alpha\zeta\beta$ gerade Linien bis an die Tafel gezogen, so würde sich auf der Ebene dieser Tafel HRT (Fig. LIV.) eine Projection von dem Kreise $\alpha\zeta\beta$ bilden, welche ebenfalls ein Kreis seyn muß, weil die Tafel auch den Punkt O zum Pole hat, und also mit der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ (1.) gleichlaufend ist. Dieser Projection Halbmesser wird die Linie CA (Fig. VI.) seyn, wo die Verlängerung von Oa in die ver-

4. Ma
che Erde,
ma, a:
uß der
ey (F:
inem
ss, s
ie f.
ein
tel
b.
b.
s

18 =

der Ebene dieses Kreises mit der Tafel, so man leicht einsehen, daß dieses eine gerade, nach q und β (Fig. LVIII.) gehende Linie ist, muß, weil q und β beyde in der Ebene der Tafel liegen, und q , β die Projectionen von den Punkten Q und ζ sind.

10. Da nun auch der Punkt z in dem Umfange des Kreises $Qz\zeta O$ ist, so wird auch dessen Projection in die gerade Linie $q\beta$ (9.) fallen.

11. Ist nun F auf der Linie CL (8.) der Mittelpunkt der Projection des Parallels azb , so beschreibe man mit dem Halbmesser $FA = (\tan \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta) - \tan \frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)) = p$ 71. 13., wo man zugleich die dortige Figur mit gegenwärtigen vergleiche) einen Kreis, um diese Projection vorzustellen, so wird bey Z , wo $q\beta$ diesen Kreis einschneidet, die Projection von dem Punkte z des Parallels azb (1.) seyn.

12. Auf eine ähnliche Art kann man die Projection eines jeden andern Punktes des Parallels (1.) auf dem mit dem Halbmesser FA auf der Tafel beschriebenen Kreise bestimmen, wo denn zu legen ist, daß allemahl der Winkel $ACZ = \angle = agz$ (5. 7.) $= \lambda =$ dem Unterschiede Mittagskreises des Punktes z von dem mittlern

sten

verlängerte CT einschneidet. Ist nun der Kreis $\alpha\zeta\beta$ Abstand vom Pole O, dem der Kreis $\alpha\zeta\beta$ von seinem Pole Q gleich (1.), also $\equiv \eta$ (S. 72.) so ist der Halbmesser $\gamma\alpha$ dieses Kreises $\equiv r$, $\sin \eta$ und $C\gamma \equiv r \cos \eta$, also $O\gamma \equiv r (1 - \cos \eta)$. Demnach wegen $O\gamma : \gamma\alpha \equiv OC : CH$ oder $1 - \cos \eta : \sin \eta \equiv r : CH$

$$CH = \frac{r \sin \eta}{1 - \cos \eta} = r \cot \frac{1}{2} \eta.$$

(Trig. S. XII. 28.).

7. Mit diesem Halbmesser CH sey nun (Fig. LVIII.) ein Kreis beschrieben, welcher demnach die Projection des Kreises $\alpha\zeta\beta$ vorstelle, und A sey auf diesem Kreise insbesondere die Projection des Punktes α , so wie denn der Durchmesser ACL die Durchschnittslinie des Meridians OHWT (Fig. LIV.) mit der Ebene dieser Projection sey. Der Punkt B im Umfange des Kreises, sey der Punktes ζ Projection, so muß der Winkel $ACB \equiv \alpha\gamma\zeta$ seyn, wie leicht einzusehen ist.

8. In dieser Linie CL, muß nun auch der Punkt q, die Projection des Poles Q (Fig. LIV.) sich befinden.

9. Man gedente sich ferner von O (Fig. LVI.), in der Ebene des Kreises $O\zeta\beta$, gerade Linien nach Q, z, ζ gezogen; und nun die Durchschnitts-

Linie

Linie der Ebene dieses Kreises mit der Tafel, so wird man leicht einsehen, daß dieses eine gerade, durch q und β (Fig. LVIII.) gehende Linie seyn muß, weil q und β beyde in der Ebene der Tafel liegen, und q , β die Projectionen von den Punkten Q und ζ sind.

10. Da nun auch der Punkt z in dem Umfange des Kreises $Qz\zeta O$ ist, so wird auch dessen Projection in die gerade Linie $q\beta$ (9.) fallen müssen.

11. Ist nun F auf der Linie CL (8.) der Mittelpunkt der Projection des Parallels azb , so beschreibe man mit dem Halbmesser $FA = \frac{1}{2} r (\tan \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) - \tan \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)) = \rho$ (S. 71. 13., wo man zugleich die dortige Figur mit der gegenwärtigen vergleiche) einen Kreis, um diese Projection vorzustellen, so wird bey Z , wo $q\beta$ in diesen Kreis einschneidet, die Projection von dem Punkte z des Parallels azb (1.) seyn.

12. Auf eine ähnliche Art kann man die Projection eines jeden andern Punktes des Parallels azb (1.) auf dem mit dem Halbmesser FA auf der Tafel beschriebenen Kreise bestimmen, wo denn zu überlegen ist, daß allemahl der Winkel $AC\beta = \alpha\gamma\zeta = \alpha g z$ (5. 7.) $= \lambda =$ dem Unterschiede des Mittagskreises des Punktes z von dem mittlern

sten

Den Meridian der Charte, welcher durch die gerade Linie HT abgebildet wird, genommen werden muß.

13. Man theile demnach den Umfang des Kreises AL auf die gewöhnliche Art in Grade ein, und ziehe aus q, durch alle Theilpunkte gerade Linien; wo diese in den Umfang des mit dem Halbmesser FA beschriebenen Kreises, als der Projection des Parallels azb, einschneiden, da theilen sie diese Projection in perspectivische Grade ein, und jeder Bogen, wie AZ, stellt die Projection des Bogens az des Parallels vor, welcher demnach so viel perspectivische Grade der Länge ausdrückt, als um so viele der Punkt z von dem mittelsten Meridian der Charte entfernt ist. In so ferne demnach dieser Kreis AL dient, den perspectivischen Parallel BAZ in seine Grade der Länge einzutheilen, nennt man AL den Theilungskreis (*Circulus divisor*).

Dieser Theilungskreis hat zu seinem Mittelpunkt C, den Mittelpunkt der Tafel; man kann aber auch einen andern Theilungskreis, dessen Mittelpunkt nicht in die Mitte der Tafel, sondern in einen beliebigen andern Punkt c der geraden Linie AL fällt, auf folgende Art bestimmen.

14. Man ziehe durch c bis an qB die Linie cB parallel mit CB, wo CB eine beliebige Anzahl von

an Graden auf dem Kreise ABL abschneide, so wird die Weite $c\xi$ der Halbmesser des verlangten Theilkreises $h\xi$ seyn. Denn wegen der Winkel $\angle c\xi = \angle ACB = \lambda$ sind die beiden Bögen $h\xi$, AB inander ähnlich, und fassen eine gleiche Anzahl von Graden. Um demnach den Punkt Z in dem Parallele um F zu finden, ist es einerley, ob man auf dem Kreise um C , von A nach B eine Anzahl von Graden $= \lambda$ nimmt, und qB zieht, oder auf dem Kreise um c , von h nach ξ , λ Grade abzählt, und $q\xi$ zieht, weil q , Z , ξ , B in einer einzigen geraden Linie liegen. Es kommt also darauf an, den Halbmesser $c\xi$ durch Rechnung zu finden.

15. Man setze demnach des Punktes c (13.) Weite von C , oder dem Mittelpunkte der Tafel $= e$, den Halbmesser $c\xi$, oder $ch = u$, so ist erstlich $cq = Cq - e = r \tan \frac{1}{2} \epsilon - e$; Nun ferner

$Cq : CB = cq : c\xi$ oder u ,
also wegen $Cq = r \tan \frac{1}{2} \epsilon$; und $CB = CA = r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) der Werth von

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \epsilon - e) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \epsilon}.$$

16. Sollte man lieber den Punkt h , durch welchen der Theilungskreis gehen sollte, als gegeben anse-

ansetzen, so setze man $hC = f$, also Cb also auch
 $hc - f = u - f$, so wird (14.)

$u \tan \frac{1}{2} \varepsilon = (r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - (u - f)) \cot \frac{1}{2} \eta$
 woraus sich findet

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon + f) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

17. Diese allgemeine Formel für den Halbmesser des Theilungskreises auf einige besondern Fälle anzuwenden, so setze man

B. C. α) Es solle der Theilungskreis durch den Mittelpunkt C der Sä-
 gel gehen, so wäre $f = 0$. Demnach ist
 diesen Fall

$$u = \frac{r \tan \frac{1}{2} \varepsilon \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

welches sich, wenn man $\tan \frac{1}{2} \varepsilon$ durch $\frac{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon}$,

und $\cot \frac{1}{2} \eta$ durch $\frac{\cos \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \eta}$ ausdrückt, in

$$u = \frac{r \sin \frac{1}{2} \varepsilon \cos \frac{1}{2} \eta}{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$$

verwandelt, und sich leicht durch Logarithmen be-
 rechnen läßt.

β) Sollte der Theilungskreis durch
 den Punkt A gehen, so muß man Ch, oder
 $f =$

10. Man kann demnach für jedes auf einer Tangente nr angenommene $nu \equiv y$ den zugehörigen Werth von $x \equiv Zu$ berechnen, oder auch wenn man will, x nach Gefallen annehmen, und daraus y berechnen.

11. Gewöhnlich ist der Halbmesser nr so groß, daß man gegen das Produkt $2Rx$ ohne merklichen Fehler das x^2 weglassen kann, und also beynähe

$$y^2 \equiv 2Rx$$

oder $x \equiv \frac{y^2}{2R}$ setzen kann.

12. Der letztere Fall ereignet sich allemal, wenn der Meridian qZn aus seinem Mittelpunkt c selbst nicht beschrieben werden kann, wenn c zu weit hinaus fällt, und also der Bogen qZn nur wenig Krümmung hat, wie z. E. der Fall ist, wenn man kein großes Stück der Erdoberfläche, z. E. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmesser r , stereographisch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und soll solches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, so wird der Halbmesser r nie sehr groß angenommen werden dürfen, und die meisten Meridiane, ausser denen, die etwa zunächst um den mittel-

mitteln qC zu liegen kommen, werden sich aus den Mittelpunkten selbst beschreiben lassen.

13. Uebrigens brauchen nur für wenige Punkte Abscissen nu , und Ordinaten Zu berechnet zu werden, nur für so viele, daß man den Bogen qn mit hinlänglicher Genauigkeit, vermittlest der oben beschriebenen Werkzeuge, verzeichnen kann.

14. Begreiflich braucht man nur allemahl $u' = nu$ und senkrecht darauf $u'z = uZ$ zu nehmen, so ist auch z ein Punkt in dem zu beschreibenden Bogen.

15. Uebrigens kann man auch aus der von n h dem zu bestimmenden Punkte Z angenommenen hne nZ die Abscisse Gn berechnen, und Z durch u und nZ verzeichnen, wie oben (§. 18. X. 29.) gezeigt worden. Heißt man nemlich den Halbmesser

des zu zeichnenden Bogens $Zn = R = \frac{r}{\sin \epsilon \sin \lambda}$

(§. 18. X. 30.)

$$Gn = \frac{Zn^2}{2R} = \frac{\frac{1}{2} Zn^2 \cdot \sin \epsilon \sin \lambda}{r}$$

man nehme man $nZ = \frac{m}{1000} r$, wie oben

(§. 18. X. 31.), so hat man

$$Gn = \frac{\frac{1}{2} m^2 \cdot \sin \epsilon}{1000000} \cdot r \sin \lambda$$

kann aber höchstens etwas über 2 Schuh groß ausfallen, und dies wäre der 30te Theil des Halbmessers OC. Für ein größeres CZ würde 2 außerhalb des Papiers fallen. Gesezt nun, man wollte auf dem Papiere 100000 Theilchen des Halbmessers verzeichnen, ohne daß man den ganze Halbmesser selbst vor sich hätte, so überlege man, daß, weil jene 2 Schuh dem 30ten Theile des Halbmessers OC gleich sind, sie $3333\frac{1}{3}$ Hunderttausendtheilchen desselben betragen müßten, daß man also jene 2 Schuh auf dem Papiere in 3333 Theile, also einen Schuh auf dem Papiere in 1666 Theile theilen müßte, um beim Ablesen des Werthe von CZ, 100000 Theilchen des Halbmessers OC vor sich zu haben.

Da es aber beschwerlich seyn würde, zu dieser Absicht einen Schuh in 1666 Theile zu theilen, so überlege man, daß, weil 1000 solcher Theile betragen würden $\frac{1000}{1666}$ eines Schuhs, oder 0,6002 desselben, man nur nöthig haben wird, etwa 0,6 eines Schuhs, also 6 Decimalzoll in 1000 Theile einzutheilen, und jede solche 1000 Theile, so weit es die Größe des Papiers verstattet, nach Art eines verjüngten Maßstabes nach einander hinzutragen; da würden denn die Theilchen dieses Maßstabes sich

sch auf 100000 Theilchen des Halbmessers OC bestehen.

Auf. VII. Wenn die Größe eines Blatt Papiere, worauf die Projection von einem Stücke der Erdoberfläche gemacht werden soll, vorgegeben ist, und man hat den Werth von CZ für den von der Mitte C der Charte am weitesten weg zu liegen kommenden Punkt Z berechnet, so kann man daraus die ohngefähre Größe des Halbmessers OC beurtheilen. Es sey die halbe Breite des Papiere = a , die halbe Höhe = b , so ist $\sqrt{a^2 + b^2}$ die größte Linie, welche von der Mitte des Papiere aus gezogen werden kann. Hätte man nun das größte $CZ = \mu \cdot OC$ (wo μ einen Decimalbruch, wie den 0,15410 in dem Beispiele (2.) bedeute) gefunden, und soll dieß CZ auf dem Papiere Platz haben, so darf CZ nicht größer, als $\sqrt{a^2 + b^2}$ seyn, also

$$OC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\mu}$$

Gesetzt, es wäre $a = b = 1$ Fuß, und $CZ = 0,125 \cdot OC$, so muß $OC = \frac{\sqrt{2}}{0,125}$
 $= \frac{1,4142}{0,125}$, oder $= 11,1$ Fuß seyn; wenn man also die Projection für einen Halbmesser OC von

20 Fuß zu machen, so würde Z nicht allein auf dem Papiere kommen auf das vorgegebene Blatt Papier fallen, sondern auch noch Platz für die Einfassung des Randes der Charte übrig bleiben.

Diese Betrachtungen sind für die Konstruktion wichtig, weil sie zeigen, wie sich die Größe des Papiers, worauf man ein Stück der Erbschaft entwerfen will, nach dem Halbmesser OC der Projection, und der Ausdehnung des zu entwerfenden Stücks selbst richtet, oder auch, wie die Größe des Halbmessers der Projection, nach der Größe des Papiers, und des zu entwerfenden Stücks proportionirt werden kann, damit keine Punkte der Projection, wie Z, außerhalb des Papiers fallen.

Bes. VIII. Da der Halbmesser OC in 859,430 Theile getheilt werden mußte, wenn man den Werth einer Meile für die zu entwerfende Charte bekommen wollte, so erhellet, daß, wenn OC z. E. in 100000 Theile eingetheilt worden wäre, man nur $\frac{100000}{859,430}$, d. h. 116,35 solcher Theile abfassen mußte, um auf dem Papiere die Größe einer Meile zu erhalten. Da es aber nicht ratsam seyn würde, diese Größe mehrere male neben einander auf dem Papiere hinzutragen, um einen ganzen Meilenmaßstab zu erhalten, so setzt man lieber sogleich 11635 Theile des Halbmessers

Fünftes. Kapitel.

Vorschriften zur Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde; Polarprojection, Aequatorialprojection, Horizontalprojection, entweder von einzelnen Stücken der Erdoberfläche, oder von der völligen Halbkugel.

§. 76.

Aufgabe I.

Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Polarprojection zu zeichnen.

Aufl. 1. Wenn man (Fig. LIV.) annimmt, daß das Auge O sich in einem der beiden Erdpole befände, W also der gegenüberstehende Erdpol, mithin die Tafel RHT die Ebene des Aequators wäre, so würden die Punkte Q und P, mit O und W

der Durchschnittslinie Kr der Tafel mit ORW , die Projection des Punktes U bians, wo solcher in den größten Kreis anschnidet.

Man heiße den Bogen UW , welcher sich in rechtwinkl. sphärischen Dreiecke UWQ , in der Winkel bey $W = 90^\circ$, der Bogen

$UQW = \lambda$ ist, ergibt
 so ist nach der sphärischen Trigonometrie
 , oder

$$\text{tang } \vartheta = \text{tang } \lambda \sin \epsilon.$$

3. Nun sey (Fig. I V.) qZn der zu beschreibende Meridian, und die Bedeutung der Buchstaben q, C, n , wie die in der LIVten Figur.

4. Man gedente sich in n eine Tangente des Meridians, und $n\gamma$ darauf senkrecht, so liegt der Mittelpunkt c der Projection qZn , in der geraden Linie $n\gamma$. nc sey also der Halbmesser der Projection qZn , so ist nach (§. 69. 4.)

$$cn = \frac{r}{\sin \epsilon \sin \lambda} = \frac{r}{\cos \psi} \quad (\text{daf. 3.})$$

5. Man ziehe weiter ck senkrecht auf die Verlängerung von qC , und ck senkrecht auf die Verlängerung von nC , so ist nach (§. 69. Zus. III.)

$$kc = KC = \frac{r}{\text{tang } \epsilon}$$

6. Ferner Cn (Fig. LIV.) $= OC \cdot \tan COn$,
 weil OCn ein rechtwinkliches Dreieck ist. Aber
 $C = r$, und der Winkel $COn = WOU = \frac{1}{2} S$,
 weil er als ein Peripheriewinkel zu seinem Maasse
 den halben Bogen $UV = S$ hat, worauf er steht.
 Demnach

$$Cn = r \cdot \tan \frac{1}{2} S.$$

7. Auch (Fig. LV.) in dem rechtwinklichten
 Dreiecke nkc

$$\sin knc = \frac{kc}{cn} = \frac{KC}{cn} = \frac{\cos \psi}{\tan \varepsilon} \quad (4. 5.)$$

er $\cos \psi$ aus (§. 69. 4.) genommen, und den
 Winkel knc oder $Cnc = \zeta$ gesetzt

$$\sin \zeta = \frac{\sin \lambda \sin \varepsilon}{\tan \varepsilon} = \cos \varepsilon \sin \lambda$$

8. Dieser Winkel ζ bestimmt nun die Lage des
 Halbmessers nc gegen die Linie Cn (6.) und ist
 so leicht aus λ und ε berechnet.

9. Nun sey Z ein beliebiger Punkt des Meri-
 ans, und auf den Halbmesser cn die Linie ZG
 senkrecht, so wie Zu senkrecht auf die an n gezo-
 gene Tangente $n\tau$, so ist, wenn man $GZ = nu$
 $= y$, $Zu = Gn = x$, und den Halbmesser
 $c = R$ setzt, aus den Eigenschaften des Kreises

$$2R - x : y = y : x \text{ oder}$$

$$y^2 = 2Rx - x^2.$$

Gegeben auf dem Kreise ABL abschneide, so
 die Brette $c\xi$ der Halbmesser des verlangten
 Kreises $h\xi$ sey. Denn wegen der Winkel
 $\angle ACB = \lambda$ sind die beyden Bögen $h\xi$, AB
 der ähnlich, und fassen eine gleiche Anzahl von
 Graden. Um demnach den Punkt Z in dem Paral-
 lel EF zu finden, ist es einerley, ob man auf
 dem Kreise um C , von A nach B eine Anzahl von
 Graden $\angle ACB = \lambda$ nimmt, und qB zieht, oder auf
 dem Kreise um C , von h nach ξ , λ Grade abzählt,
 und $q\xi$ zieht, weil q , Z , ξ , B in einer einzigen
 Geraden Linie liegen. Es kommt also darauf an,
 den Halbmesser $c\xi$ durch Rechnung zu finden.

15. Man setze demnach des Punktes c (13.)
 Brette von C , oder dem Mittelpunkte der Tafel
 E , den Halbmesser $c\xi$, oder $ch = u$, so ist
 endlich $cq = Cq - c = r \tan \frac{1}{2} \epsilon - e$;
 und ferner

$$Cq : CB = cq : c\xi \text{ oder } u,$$

so wegen $Cq = r \tan \frac{1}{2} \epsilon$; und $CB = CA =$
 $\cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) der Werth von

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \epsilon - e) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \epsilon}.$$

16. Sollte man lieber den Punkt h , durch
 welchen der Scheitungsreis gehen sollte, als gegeben
 anse-

ansehen, so setze man $hC = f$, also Cc obere $=$
 $hc - f = u - f$, so wird (14.)

$u \tan \frac{1}{2} \varepsilon = (r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - (u - f)) \cot \frac{1}{2} \eta$
 woraus sich findet

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon + f) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

17. Diese allgemeine Formel für den Halbmesser des Theilungskreises auf einige besondere Fälle anzuwenden, so setze man

B. E. $\alpha)$ Es solle der Theilungskreis durch den Mittelpunkt C der Tafel gehen, so wäre $f = 0$. Demnach für diesen Fall

$$u = \frac{r \tan \frac{1}{2} \varepsilon \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

welches sich, wenn man $\tan \frac{1}{2} \varepsilon$ durch $\frac{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon}$,

und $\cot \frac{1}{2} \eta$ durch $\frac{\cos \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \eta}$ ausdrückt, in

$$u = \frac{r \sin \frac{1}{2} \varepsilon \cos \frac{1}{2} \eta}{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$$

verwandelt, und sich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

$\beta)$ Sollte der Theilungskreis durch den Punkt A gehen, so muß man Ch, ober
 $f =$

Durchmesser, und zugleich die Durch-
 he der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ mit dem
 Kreise OHWT, so liegt das Centrum γ des
 Kreises $\alpha\zeta\beta$ in dem Durchschnitte des Halbmess-
 ers $\gamma\zeta$ mit dem Durchmesser $\alpha\beta$, und OC steht senk-
 recht auf $\alpha\beta$, so wie CQ senkrecht auf ba.

Durch die drey Punkte Q, z, O lege man
 einen Kreis, welcher die Ebene OHQWT in der
 ebenen Linie QO, und den Kreis $\alpha\zeta\beta$ in ζ durch-
 schneide. Ich behaupte, die Bögen $\alpha\zeta$ und az,
 beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$ und azb, werden von
 gleicher Größe seyn.

2. Um dies zu beweisen, sehen m, μ die
 Durchschnittpunkte der geraden Linie QO, mit
 den beyden Durchmessern ba, $\beta\alpha$. Man ziehe
 von m, μ nach z und ζ die geraden Linien mz,
 $\mu\zeta$, so wie nach z und ζ die Halbmesser γz , $\gamma\zeta$,
 und $\mu\zeta$, mz die Durchschnittpunkte der Ebene
 des Kreises Qz ζ O, mit den beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$, azb.

3. Hier sind nun erstlich die beyden Dreyecke
 m, O $\gamma\mu$ einander gleich, weil O γ = Q γ
 wegen des gleichen Abstandes beyder Kreise von
 dem Polen), dann die Winkel COQ = CQO (in
 gleichschenkl. Dreyecke OCQ) und O $\gamma\mu$ =
 m = 90°. Also sind auch die beyden Winkel
 $\alpha\zeta$ = O $\mu\gamma$, und mg = $\mu\gamma$.

4. Man

desselben, den Parallel in seine p Gräde eintheilen.

19. Wollte man mit dem $H = r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) aus C den Theil schreiben, so möchte dies wohl nicht an CA sehr groß würde, wie sich ereignen kann. In diesem Falle steht man den Theilungskreis (17.), dessen Halbm. (16. β), sich leicht durch Logarithmen löst.

20. Ließe sich aber auch der Kreis (17.) nicht aus seinem Mittelpunkte so müßte man ihn, vermittelst der (S. 18. X.), durch Punkte verzeichnen auch bey dem einzutheilenden Parallel wäre, wenn dessen Halbmesser zu 1

rechten des Boles; wenn demnach dieser sehr über das Brettbrett hinausfiele, so würde die Beschreibung der erwähnten Bögen durch die, nicht viel nützen. Ueberhaupt sind die Längsreise nur alsdann in der Ausübung nützlich, wenn man sie unmittelbar aus ihren Mittelpunkt beschreiben kann, da hingegen, wenn man erst durch Punkte verzeichnen muß, dies sehr mühsam ist, und das Verlangen (66. 73. 74.) kürzer zu dem verlangten führt.

20. Die bisherigen Sätze enthalten die Vorschriften zur Zeichnung perspectivischer Netze, welche wir nunmehr im Zusammenhange durch Aufgaben des folgenden Kapitels erläutern wollen.

Fünftes. Kapitel.

Vorschriften zur Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde; Polarprojection, Aequatorialprojection, Horizontalprojection, entweder von einzelnen Stücken der Erdoberfläche, oder von der völligen Halbkugel.

§. 76.

A u f g a b e I.

Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Polarprojection zu zeichnen.

Aufl. 1. Wenn man (Fig. LIV.) annimmt, daß das Auge O sich in einem der beiden Erdpole befände, W also der gegenüberstehende Erdpol, mithin die Tafel RHT die Ebene des Aequators wäre, so würden die Punkte Q und P, mit O und

W

Parallel selbst beschreiben können, welches der Fall ist, wenn ρ nicht zu groß ausfällt, so kann man um so mehr auch mit dem Halbmesser u , den man von A nach L zu trägt, den Theilungskreis unmittelbar beschreiben, und demnach durch Hülfe desselben, den Parallel in seine perspectivischen Gräde eitheilen.

19. Wollte man mit dem Halbmesser $Cq = r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) aus C den Theilungskreis beschreiben, so möchte dies wohl nicht angehen, wenn Cq sehr groß würde, wie sich ereignet, wenn η klein ist. In diesem Falle zieht man also lieber den Theilungskreis (17.), dessen Halbmesser, nach (16. β), sich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

20. Ließe sich aber auch der Theilungskreis (17.) nicht aus seinem Mittelpunkte beschreiben, so müßte man ihn, vermittelst der Werkzeuge (§. 18. X.), durch Punkte verzeichnen, welcher auch bey dem einzutheilenden Parallel der Fall wäre, wenn dessen Halbmesser zu groß ausfiel. Gewöhnlich sind in solchen Fällen nur Stücke von diesen Kreisen zu beschreiben, wie bey Charten, die sich nur über einzelne Länder erstrecken. Man braucht aber bey der Anwendung des Theilungskreises doch immer den Punkt q , oder die Pro-

, 8 u. dergleichen für die Grade der Breite schon
 ten, um demnächst in jedes einzelne Viereck
 jedes jeden Ort nach Maßgabe seiner
 phischen Länge eintragen zu können, welche
 eine ähnliche Art, wie bisher bey andern
 schon gezeigt worden, bewerkstelligt wird.

3. Beweis. Daß bey dieser
 erstlich der Pol in die Mitte C der Tafel
 muß, ist aus (1.) klar, so wie denn auch,
 projectirten Meridiane hier gerade Linien seyn
 daraus erhellet, daß das Auge in diesem
 der Ebene eines jeden Meridians selbst ist, und
 die Durchschnittslinien dieser Meridiane
 Aequator, nothwendig die Projectionen der
 diane auf die Ebene des Aequators darstellen
 Daß endlich die aus C zu beschreibenden Pa-
 relle, die Halbmesser Ca, Cß, Cy u. habe-
 sen, folgt daraus, daß für gegenwärt-
 Fall in der allgemeinen Formel für den Halb-
 der Projection (S. 71. 13.) $\varepsilon = 0$ gesetzt u
 muß, weil W (Fig. LIV.) mit Q zusammen
 ist (1.), und also jeder Halbmesser des zu
 renden Parallels, oder

$$\rho = \frac{1}{2} r (\tan \frac{1}{2} \eta - \tan \frac{1}{2} \eta)$$

$$\text{d. h. } \rho = \frac{1}{2} r (\tan \frac{1}{2} \eta + \tan \frac{1}{2} \eta)$$

$$= r \tan \frac{1}{2} \eta$$

nimmt man also jeden Bogen, z. E. ra ,
 , allemahl dem Abstände η des zu ent-
 Parallel vom Pole gleich, so sind die
 a , rRb u. am Umkreise $= \frac{1}{2} \eta$, und
 den rechtwinklichten Dreiecken RCa ,
 e Werthe Ca , $C\beta$, $C\gamma$ u. $= r \tan \frac{1}{2} \eta$,
 Halbmesser der zu projectirenden Paralle-
 len.

Setzt man in die Formel (§. 69. 4.) für
 der Projection eines Meridians eben-
 , so wird dieser Halbmesser unendlich,
 auch hieraus, daß die Meridiane auf
 Projection gerade Linien seyn müssen.

§. 77.

Ein Stück einer solchen Polar-
 n, z. E. $ABEF$, wo c der mittlere
 derselben sey, zu zeichnen, wird zwar
 kommen, es müßte denn das Stück
 den Pol selbst seyn, indessen hat es
 Schwierigkeit, weil die Halbmesser C_1 ,
 C_2 , mit denen man aus C die Parallel-
 ... kl u. beschreiben muß, aus den
 dieser Parallelkreise vom Pole, d. h.
 gänzungen ihrer geographischen Breiten,
 Formel $\rho = r \tan \frac{1}{2} \eta$ sich berechnen
 laß.

lassen, wo, wenn man will, die Werthe von ρ in geographischen Meilen, oder in Decimaltheilen des Halbmessers der Erde ausgedrückt werden können. Giebt C so weit hinaus, daß man die Kreise aus ihren Mittelpunkten C nicht selbst beschreiben könnte, so hat man doch erstlich auf dem Meridiane CT die Punkte 2, 3, 4, 5, durch welche die Parallelkreise gehen müssen, indem man den Punkt 2, durch welchen der unterste Parallel kl gehen soll, wo man es am bequemsten findet, in CT annimmt, und darauf die Welten von 2 nach 3 $= C_2 - C_3$; von 2 nach 4 $= C_2 - C_4$ &c. nimmt, wo C_2, C_3 &c. sich aus der Formel $r \tan \frac{1}{2} \eta$ berechnen lassen. Dann für die durch 2, 3, 4 &c. zu ziehenden Parallelkreise die Halbmesser bekannt sind, so kann man so viel Punkte in jedem Parallel nach den schon oft gezeigten Methoden bestimmen, daß sich jeder Bogen, wie mn, kl &c. entweder aus freyer Hand, oder durch die Werkzeuge (S. 18. X. &c.) beschreiben läßt. Da bey dieser Projectionsart zugleich die Winkel der Meridiane an C , den wahren auf der Kugel gleich sind, so ist z. E. für jeden Punkt k , oder auch l , welcher in einem Parallele kl , (dessen Abstand vom Pole $= \eta$), um λ Grade der Länge vom mittelften Meridiane CT absteht, der Winkel IC_2 oder $kC_2 = \lambda$, mithin das Perpendikel von l
oder

γ, δ u. dergleichen für die Grade der Breite schreiben, um demnächst in jedes einzelne Viereck dieses Netzes jeden Ort nach Maßgabe seiner geographischen Länge eintragen zu können, welches auf eine ähnliche Art, wie bisher bey andern Netzen schon gezeigt worden, bewerkstelligt wird.

3. Beweis. Daß bey dieser Projection erstlich der Pol in die Mitte C der Tafel fallen muß, ist aus (1.) klar, so wie denn auch, daß die projectirten Meridiane hier gerade Linien seyn müssen; daraus erhellet, daß das Auge in diesem Falle in der Ebene eines jeden Meridians selbst ist, und also die Durchschnittslinien dieser Meridiane mit dem Aequator, nothwendig die Projectionen der Meridiane auf die Ebene des Aequators darstellen müssen. Daß endlich die aus C zu beschreibenden Parallelkreise, die Halbmesser Cα, Cβ, Cγ u. haben müssen, folgt daraus, daß für gegenwärtigen Fall in der allgemeinen Formel für den Halbmesser der Projection (§. 71. 13.) $\varepsilon = 0$ gesetzt werden muß, weil W (Fig. LIV.) mit Q zusammenfallend ist (1.), und also jeder Halbmesser des zu projectirenden Parallels, oder

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} r (\operatorname{tang} \frac{1}{2} \eta - \operatorname{tang} (-\frac{1}{2} \eta)) \\ \text{d. h. } \rho &= \frac{1}{2} r (\operatorname{tang} \frac{1}{2} \eta + \operatorname{tang} \frac{1}{2} \eta) \\ &= r \operatorname{tang} \frac{1}{2} \eta \end{aligned}$$

wird.

gerade Linie HCT wird die Projection des Meridians OHWT seyn, in dessen Ebene sich das Auge über dem Punkt O des Aequators befindet.

2. Hieraus erhellet denn, daß auch der Pol Q, oder die Projection des Poles Q, in die Ebene mit H zusammenfallen muß; so wie dem Punkt T zugleich die Projection des entgegengesetzten Poles seyn wird. Auf der stereographischen Aequatorialprojection fallen demnach die Pole, ihre Bilder in den Umfang des größten Kreises RHT, in welchem die Tafel die Oberfläche der Kugel durchschneidet. HWT ist nun die Kugelfläche, welche mit ihren Meridianen unzerlegt, so weit sie in diese halbe Kugel fallen, auf der Ebene der Tafel RHT abgezeichnet werden soll.

3. Man sieht leicht, daß, da die Projection der Pole jetzt in H und T fallen, ein jeder Meridian auf der Tafel HRT, ein H und T gehender Kreisbogen seyn muß. Jedem Parallelkreise wird die eine Hälfte in die Halbkugel HWT, und die andere in die Halbkugel HOT fallen, daher denn auf der Ebene der Tafel in diesem Falle, nur allemahl die eine Hälfte jeden Parallels abgebildet werden kann, diese

... der Halbkugel HEW zu liegen

4. Um nun endlich die Halbmesser für die
 Kreisbogen oder Pro-
 jectionen der Meridiane zu finden, so stelle (Fig.
 1.) der mit dem Halbmesser HC beschriebene
 Kreis $HAHT$ die Ebene der Tafel vor, und die
 senkrechten Durchmesser HT , HT
 von der bisherigen Bedeutung. So stellen
 die Projectionen der Pole vor (2.), und
 die Linie Rr wird die Projection des Aequa-
 torialen Ebenen sich das Auge befindet, seyn
 ; man theile wieder, wie in der vorherge-
 henden Aufgabe, den Umfang des Kreises $HAHT$,
 in Quadranten desselben, wie rH , HR &c.,
 in einzelnen Grade, oder wie hier geschehen ist,
 in 10 Grad ab.

Man ziehe wieder, wie im vorigen (§. 77.),
 die punktirten Linien nach a , b , c , d &c.,
 über ihre Einschnitte auf CH , bey α , β ,
 trage hierauf die Entfernungen Ca , $C\beta$,
 &c. aus C in o , p , q , r &c. aus C in i ,
 &c. &c., und aus C in ω , π , κ , ρ &c.,
 die vier Halbmesser CH , CR , CT , Ct
 in Theilung bekommen, so sind die Punkte
 e , i , k , l &c. diejenigen, durch welche
 die

die Parallelfreise, und $o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$, diejenigen, durch welche die Meridiane von 10 zu 10 Graden gerissen werden müssen.

6. Um nun die Projection, eines beliebigen Parallels, z. E. desjenigen, dessen Abstand vom Pole $H = 50^\circ$ seyn würde, zu zeichnen, so ziehe man aus dem Mittelpunkte C durch d , dem 50 ten Grad des Abstandes vom Pole, einen Halbmesser Cd , und verlängere ihn, bis er bey y , in eine unbestimmt durch H gezogene Tangente oder Parallele mit Rt , einschneidet, und trage Cy , aus C in F , auf die Verlängerung von CH , so ist F das Centrum für den durch d zu reissenden Parallelfreis. Man fasse nun die Weite Fd ($5.$), oder auch Fd , so kann man damit den Parallel dd , durch den 50 ten Grad des Abstandes vom Pole, oder den 40 ten Grad der geographischen Breite beschreiben. Nimmt man $Cf = CF$, so ist auf eine ähnliche Art f das Centrum zu dem Parallelfreise, welcher 50 Grade vom entgegengesetzten Pole T absteht. Auf dieselbe Weise werden die Mittelpunkte und Halbmesser für alle übrigen Parallelfreise durch Zeichnung gefunden; die Theile, welche auf dem mittelsten Meridiane TH sich befinden, nemlich $Ca, a\beta; Ci, kl$ u. s., stellen allemahl 10 Grade der Breite vor, so wie $Co, op, pq;$

14. Das, was, in κ 10 Grade der Länge auf dem projectirten Aequator Rr.

7. Um einen gegebenen Meridian, z. E. durch ρ den 40ten Grad der Länge, von dem mittlern HT angerechnet, zu zeichnen, so zähle man von H nach a, auf dem Umfange des Halbkreises TH, 80 Grade ab, doppelt so viel, als nemlich der Unterschied des zu zeichnenden Meridians von dem mittlern HT beträgt, und ziehe von H durch a eine gerade Linie, welche den Durchmesser Rr, oder dessen Verlängerung in x durchschneide, so ist x das Centrum des durch ρ , H, T, mit dem Halbmesser $xH = x\rho$ zu zeichnenden Meridians H ρ T. Auf dieselbe Art kann jeder andere Meridian beschrieben werden.

8. Trägt man Cx aus C in x' , so ist x' das Centrum zu dem gleichnamigten Meridiane HrT, auf der andern Seite des mittlern HT.

9. Hat man solchergestalt alle Meridiane und Parallelen gezogen, so erhält man das stereographisch äquatorische Kugelnetz, und man darf jetzt nur an die Punkte a, b, c ic. Zahlen für die Grade der Breite, und an ω , π , κ ic., o, p, q ic. dergleichen für die Grade der Länge hinschreiben, um demnachst jeden Ort, nach Maßgabe seiner geographischen

oder k auf CT , als Ordinate für den Punkt l ober k , d. h. $kv \Rightarrow lv = Ck \cdot \sin \lambda = r \tan g \frac{1}{2} \eta \sin \lambda$, und die Abscisse von 2 nach $v = r \tan g \frac{1}{2} \eta - r \tan g \frac{1}{2} \eta \cos \lambda = r \tan g \frac{1}{2} \eta (1 - \cos \lambda) = 2r \tan g \frac{1}{2} \eta \sin \frac{1}{2} \lambda^2$ bekannt. Das übrige bedarf keiner weiteren Erläuterung. Durch die drei Punkte $k, 2, l$ könnte man nun, z. E. mittelst des Werkzeugs (§. 18. X. $\alpha.$), den Bogen $k2l$ beschreiben, den man hierauf nur in so viel gleiche Theile oder Grade der Länge, theilen dürfte, als zwischen k und l enthalten sind.

§. 78.

Aufgabe II. Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Aequatorialprojection zu zeichnen (Fig. LIV.).

Aufl. 1. In diesem Falle befindet sich das Auge O irgendwo in der Ebene des Aequators; wenn nun $HRTr$ wieder die Tafel vorstellt, welche allemahl auf dem Halbmesser OC durchs Auge, senkrecht angenommen wird, so muß, wenn jetzt OUW den Aequator bedeutet, der Bogen WQ bis zum Pole $= 90^\circ$ seyn, also der Pol Q in H , und eben so der entgegengesetzte P in T , oder in den Umfang der Tafel $HRTr$, welche jetzt zugleich einen Meridian vorstellen wird, fallen, und die
gerade

$\varepsilon 90^\circ$ setzt. Daß nun der Parallel auch durch Punkte d und D gehen, also auch $Fd = FD =$ seyn müsse, ergibt sich aus der Gleichheit der beiden Dreiecke FCd , CHy , in welchen der Winkel FCd beyden gemein, $FC = Cy$ und $Cd = CH$, mithin auch $Fd = Hy$ ~~und~~ $\tan \eta = \rho$ 71. 13. Ann. dorten $\varepsilon = 90^\circ$ gesetzt) wird. an sieht also zugleich hieraus, daß die Tangente r , des Halbmesser des zu projectirenden Parallels ist.

β) Für die Meridiane. 1. Wenn man aber in den Formeln (§. 69. 5.) $\varepsilon = 90^\circ$ setzt, wird für einen Meridian, der um λ Grade von dem mittelften HT absteht, z. E. HrT, oder $H\rho T$,

$$\text{Halbmesser der Projection} = \frac{r}{\sin \lambda} = r \operatorname{cosec} \lambda.$$

Ferner (das. Zus. III.) der Werth von KC (Fig. LII.) $r \cot \varepsilon = 0$. Also geht bey der geographisch - äquatorischen Projection die Linie c (Fig. LII.), in welche der Mittelpunkt c des projectirenden Meridians fällt, durch den Mittelpunkt C der Tafel, oder c fällt in den Durchmesser MN, welcher auf HT senkrecht steht, also (Fig. LX.) in den Durchmesser Rr, oder dessen Verlängerung.

2. Wenn

2. Wenn nun HrT die Projection des erwähnten Meridians, und x' das zugehörige Centrum ist, so wird $Cx' =$ dem Werthe von Kc (Fig. LII. und §. 69. Zus. III.) für $\varepsilon = 90^\circ$, d. h. $Cx' = r \cot \lambda$; dann ist ferner Cr $=$ dem Werthe von Cn (§. 75. 6. und Fig. LV.) für $\varepsilon = 90^\circ$, d. h. $Cr = r \tan \frac{1}{2} \lambda$, weil das dortige δ in diesem Falle $= \lambda$ ist.

3. Um demnach den Punkt r durch Zeichnung zu finden, durch welchen der Meridian HrT, dessen Abstand vom mittlern HT $= \lambda$ sey, gerissen werden muß, so wird auf dem eingetheilten Quadranten Hr, von r nach d, der Bogen rd $= \lambda$ genommen, und hierauf Rd gezogen, welche CH in δ durchschneidet. Dann ist Cd $= r \tan \frac{1}{2} \lambda$, also dem Werthe von Cr gleich; daher denn nur Cd aus C in r getragen werden darf, um auf dem Aequator Rr den Punkt r, welcher der geographischen Länge λ zugehört, zu erhalten. Dies zeigt erstlich den Grund, warum die Eintheilungen auf beyden Halbmessern CH, Cr völlig auf einerley Art beschaffen seyn müssen.

4. Um nun den Halbmesser $Cx' = Cx$, womit der Meridian HrT, oder auch HpT gerissen werden muß, durch Zeichnung zu finden, so nehme man den Bogen Hda $= 2\lambda$, und ziehe durch a,

wie

die Parallelkreise, und $o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$, diejenigen, durch welche die Meridiane von 10 zu 10 Gradon gerissen werden müssen.

6. Um nun die Projection eines beliebigen Parallels, z. E. desjenigen, dessen Abstand vom Pole $H = 50^\circ$ seyn würde, zu zeichnen, so gehe man aus dem Mittelpunkte C durch d , dem 50 ten Grad des Abstandes vom Pole, einen Halbmesser Cd , und verlängere ihn, bis er bey y , in eine unbestimmt durch H gezogene Tangente oder Parallele mit Rr , einschneidet, und trage Cy , aus C in F , auf die Verlängerung von CH , so ist F das Centrum für den durch d zu reißenden Parallelkreis. Man fasse nun die Bette Fd (5.), oder auch Fd , so kann man damit den Parallel ddd , durch den 50 ten Grad des Abstandes vom Pole, oder den 40 ten Grad der geographischen Breite beschreiben. Nimmt man $Cf = CF$, so ist auf eine ähnliche Art f das Centrum zu dem Parallelkreise, welcher 50 Grade vom entgegengesetzten Pole T absteht. Auf dieselbe Weise werden die Mittelpunkte und Halbmesser für alle übrigen Parallelkreise durch Zeichnung gefunden; die Theile, welche auf dem mittelsten Meridiane TH sich befinden, nemlich $Ca, a\beta; Ci, kl$ u. s., stellen alle mahl 10 Grade der Breite vor, so wie Co, op, pq ;

punkten, welche sämmtlich in den mittelsten Meridian, oder in die gerade Linie βF fallen, beschreiben lassen, wenn die Halbmesser ρ nicht zu groß ausfallen. Für die Punkte β, γ, δ , durch welche die Parallelen zu ziehen sind, hat man die Entfernungen $C\beta, C\gamma, C\delta$; nach der allgemeinen Formel $r \tan(45^\circ - \frac{1}{2}\eta) = r \tan \frac{1}{2}\sigma$ (wo $\sigma = 90^\circ - \eta$ die geographischen Breiten jener Punkte, wie β, γ u. bezeichnet), mithin auch die Werthe $\beta\gamma = C\gamma - C\beta$; $\gamma\delta = C\delta - C\gamma$, die man z. E. von einzeln, oder von 5 zu 5 Grad der Breite u. dgl., je nachdem man es nöthig findet, berechnen und auftragen kann, ehe man aus β, γ, δ u. die Halbmesser der zu beschreibenden Parallelen nach F , oder wenn die Breiten südlich sind, nach F zu absetzt. — Ließen sich diese Parallelen aus ihren Mittelpunkten nicht selbst beschreiben, so kann man sie, nach der bereits öfters erklärten Art, durch Punkte verzeichnen. Man kann auch hiebei zu Rathe ziehen, was oben (§. 72.) von Verzeichnung eines beliebigen Parallels durch Punkte, gelehrt worden ist, wo man die Formeln für die dortigen Werthe von CX, XZ (§. 72. XXII. u.), leicht auf den gegenwärtigen Fall anwendet, wenn man in denselben $\varepsilon = 90^\circ$ setzt. Andere hiehergehörige Hülfsmittel sind

phischen Länge und Breite, in jedes einzelne Blied dieses Netzes eintragen zu können.

10. Beweis. a) Für die Parallelkreise. Wenn η des zu entwerfenden Parallels dds Abstand vom Pole bezeichnet, so ist auf der gegenwärtigen Projection, für welche ε (§. 66. 2.) $= 90^\circ$ (1.), der Abstand des Mittelpunkts F dieses Parallels von C, oder

$$CF = \frac{r}{\cos \eta} = r \cdot \sec \eta \text{ (§. 71. 14. das. Ann.)}$$

Wenn man nun den Bogen Hd $= \eta$ nimmt, und durch d den Halbmesser Cd bis y an die Tangente HY verlängert, so ist in dem rechtwinklichten Dreiecke HCy; Cy $= r \sec \eta =$ dem gefundenen Werthe von CF. Also wenn man CF $=$ Cy nimmt, so ist F das verlangte Centrum zu dem Parallel dds. Daß nun dieser Parallel durch den, nach (5. 6.), bestimmten Punkt δ gehen, also F δ der Halbmesser desselben seyn müsse, erhellt daraus,

$$\text{weil hier } C\delta = RC \cdot \tan CR\delta = r \tan \frac{(90^\circ - \eta)}{2}$$

$= r \tan (45^\circ - \frac{1}{2} \eta)$; und dies gerade den Werth von CA (Fig. LIV. und §. 71. 12.) ausdrückt, wenn man dorten, wo der Punkt A mit dem gegenwärtigen δ einerley Bedeutung hat,

$$\varepsilon =$$

A n m e r k u n g.

De la Hire's Aequatorialprojection.
 Auf der bisher beygebrachten gewöhnlichen Aequatorialprojection verkürzen sich (Fig. LX.) die Grade des Aequators und der Parallelen von dem Umfange des äussersten Meridians gegen den mittlern Meridian HT zu immer mehr und mehr, und eben dies ist auch der Fall von den Graden der Breite von H gegen C zu. De la Hire hat (Mem. de l'Ac. des Sc. 1701. p. 348. des holländischen Drucks, und nach ihm Dion l'Usage des Astrolabes, Paris 1702. ch. 1. Sect. III.) eine Aequatorialprojection angegeben, bey welcher diese Verkürzung der Grade und folglich Abweichung derselben von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel weit geringer ausfällt, als auf der gewöhnlichen Aequatorialprojection. Aber das Auge muß zu diesem Behufe nicht in die Oberfläche der Kugel, sondern außerhalb derselben, wiewohl in der Ebene des Aequators angenommen werden. Folgendes giebt einen Begriff von dieser De la Hireschen Aequatorialprojection.

I. Es sey wieder wie bisher HRT die perspectivische Tafel; H , T die beyden Erdpole, $MRuW$ der Aequator Fig. LXXI. Tab. VIII.

Die Länge außerhalb der Kugel bey O in der Ebene des Meridians, — in einer Linie OC senkrecht auf der Durchschnittslinie. Er: des Aequators auf der Tafel, und C der Mittelpunkt der Kugel. so die Winkel $OCR = RCW = 90^\circ$.

II. Hent ein beliebiger Meridian von dem Meridiane $MHRT$ durchs Auge (dessen Projection auf der Tafel die gerade Linie HT ist), um den Winkel $VCu = \lambda$ entfernt. — Also $RCu = 90^\circ - \lambda$.

III. Auf der Tafel sey die krumme Linie HUT die Projection dieses Meridians $Hent$, so folglich HZU die des Quadranten Hzu , so insbesondere Z die Länge des Punktes z , dessen geographische Breite zu $= \beta$.

IV. Folglich das Perpendikel ZY auf RC , ist Projection des Perpendikels zy auf Cu ; Y die Projection von y , und U die von u .

V. Ich suche auf der Projection die Länge der Abscisse $OY = x$ und Ordinate $YZ = y$ zu den projecirten Punkt z , dessen geographische Länge von dem Meridian HWT an gerechnet also $= \lambda$, und die Breite $= \beta$ ist. Die Distanz des Lages O von dem Mittelpunkt der Kugel also $OC = k$, und den Halbmesser $MC = r$ gesetzt.

VI. Aufl. Man ziehe yw parallel mit RC , so auf CW senkrecht, so hat man erstlich

$$\begin{aligned} wy &= Cy \cdot \sin \lambda = r \cos \beta \sin \lambda \\ Cw &= Cy \cdot \cos \lambda = r \cos \beta \cos \lambda \\ \text{Also } Ow &= k + r \cos \beta \cos \lambda; \text{ Dann au} \\ yz &= r \sin \beta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VII. Nun } Ow : OC &= yw : CY \\ \text{und } Ow : OC &= Oy : OY = yz : YZ \end{aligned}$$

VIII. Demnach

$$\begin{aligned} CY &= \frac{yw : OC}{Ow} = \frac{k r \cos \beta \sin \lambda}{k + r \cos \beta \cos \lambda} \\ YZ &= \frac{yz : OC}{Ow} = \frac{k r \sin \beta}{k + r \cos \beta \cos \lambda} \end{aligned}$$

IX. Man kann also für jeden gegebenen Meridian, also für jedes λ die Projectionen einzelner Punkte x, y E. von 10 zu 10 Grade Breite durch die Berechnung jener Werthe $CY = x$ und $YZ = y$ bestimmen, und so durch die erhaltenen Punkte Z den projecirten Meridianquadranten HZU und so auf eine ähnliche Weise den andern Quadranten uT aus U entwerfen, wo denn leicht erhellet, daß für positive Breiten β , die Werthe von x dieselben für positive sind, die Werthe von y aber nur negativ ausfallen. Der projecirte Quadrant von nach T ist also völlig dem von H nach U, und ähnlich. Für negative λ , also für Merit

welche den Aequator zwischen V und T schneiden würden, werden die Werthe von x negativ, und die von y bleiben wie vorher. Also sind auch die projectirten Meridiane zwischen HT und HrT , denselben zwischen HT und HrT gleich und ähnlich.

X. Man kann zeigen, daß die krumme Linie $HZUT$ kein Kreisbogen, wie auf der gewöhnlichen Aequatorialprojection, sondern ein Bogen einer Ellipse ist, deren kleine Axe zwar in die gerade Linie RCr , aber der Mittelpunkt nicht in C selbst fällt. Ich finde aber in der weitem Betrachtung dieser Ellipse und in ihrer Gleichung selbst keine erheblichen Vortheile in der Ausübung für eine bequemere Zeichnung der Meridiane, als diejenige ist, welche sich unmittelbar aus den berechneten Werthen von x und y nach den Formeln (VII.) ergibt, weil die Beschreibung elliptischer Bögen (etwa aus ihren Brennpunkten), sobald die Zeichnung einigermaßen groß gemacht werden soll, eben nicht sehr bequem ist. Ich übergehe also die weitere Betrachtung und Auffuchung jener Gleichung, und werde nunmehr zeigen, wie man die Werthe von x und y für jeden Punkt Z auch durch eine leichte Construction finden könne, ich will setzen etwa von 10 zu 10 Graden der Breite, welches zur Zeichnung der Meridiane hinlänglich ist.

XI. Man

XI. Man beschreibe also mit dem Halbmesser $CR = r$ (Fig. LXXII.) einen Kreis, also die Tafel, und ziehe darin senkrecht auf einander die beiden Durchmesser Rr , HT (wie Fig. LXXI.).

XII. Man verlängere CT und mache $CO = k$. Gesezt nun, es sollte die Projection eines Meridians z. B. für $\lambda = 60^\circ$ gezeichnet werden; um nun die Werthe von x und y z. B. für $\beta = 40^\circ$ zu finden, und also den Punkt Z auf der Tafel für diese Angaben $\lambda = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$ zu bestimmen, nehme man auf dem hier von 10 zu 10 Grad eingetheilten Halbkreis RHr , den Bogen $Ru = 90^\circ - \lambda$ (wie Fig. LXXI.) hier $= 30^\circ$, und ziehe von O nach u eine gerade Linie, so ist U auf CR die Projection von u (IV.).

XIII. Nun nehme man den Bogen $uz = \beta = 40^\circ$ und fälle das Perpendikel zy , auf Cu , und ziehe Oy , so gibt ihr Durchschnitt Y auf CR , die Abscisse $CY = x$ (wie Fig. LXXI.).

XIV. Endlich ziehe man Oz , und durch Y (XIII.) mit yz eine Parallele $Y\zeta$, so ist diese $Y\zeta = y = YZ$ der LXXIten Fig., wegen $Oy : OY = yz : Y\zeta$ und

$$Oy : OY = yz : YZ \text{ (XII.)}$$

Man

Man fasse demnach $Y\xi$ und trage sie auf ein Perpendikel durch Y aus Y in Z , so ist Z der projectirte Punkt für $\lambda = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$.

XV. So kann man für die übrigen Werthe von β die projectirten Punkte erhalten, und dadurch den Meridian selbst zeichnen.

Hat man nun mehrere Meridiane auf diese Art entworfen, so ergeben sich auch

XVI. Die projectirten Parallelkreise, wenn man auf den projectirten Meridianen, die Punkte Z , welche alle einerley β entsprechen, durch krumme Linien vereinigt. Man kann zeigen, daß auch die Parallelkreise sich auf dieser Projection als Ellipsen abbilden müssen, deren weitere Betrachtung ich aber gleichfalls hier unnöthig finde.

XVII. Ueberhaupt wird es doch wohl immer am besten seyn, die Werthe von x und y durch Rechnung zu bestimmen, und etwa nach einem in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser r aufzutragen. Wer eine solche de la Hire'sche Projection zeichnen will, wird gut thun, sich vorher eine Tafel für diese Werthe von x und y etwa von 10 zu 10 Graden der Länge λ und Breite β zu berechnen, bey deren Berechnung und dem Gange derselben sich denn leicht Abkürzungen und

und Vortheile darbieten werden, die hier keine weitere Erläuterung bedürfen.

XVIII. De la Hire nimmt den Werth von $CO = k$ so groß, daß wenn z. B. $\lambda = Wu = \frac{1}{2} WR = 45^\circ$ genommen wird, auch CU (als die Projection von Wu) $= \frac{1}{2} CR = \frac{1}{2} r$ (als der Projection von WR) ausfalle. Auf diese Art sieht man denn leicht, daß überhaupt die Abstände der Punkte, wo die projectirten Meridiane den Halbmesser CR durchschneiden, sich ohngefähr verhalten werden, wie die Abstände der Punkte von einander, wo die Meridiane HUT auf der Kugel den Aequator RuV durchschneiden, und also nicht in dem wahren Verhältnisse wie auf der Kugel stehen, als bey der gewöhnlichen Aequatorialprojection der Fall ist.

XIX. Um den Werth von k nach der erwähnten Voraussetzung zu finden, setze man in die Formel für x (VIII.) $\lambda = 45^\circ$; $\beta = 0^\circ$, so soll für diesen Fall $x = \frac{1}{2} r$ seyn. Dies giebt

$$\frac{1}{2} r = \frac{kr \sin 45^\circ}{k + r \cos 45^\circ}$$

Also wegen $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$

$$k = \frac{r \sin 45^\circ}{2 \sin 45^\circ - 1}$$

Nun ist $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ also $k = \frac{1}{2} r \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

Oder wenn man Zähler und Nenner mit $\sqrt{2}+1$ multipl.irt

$$k = \frac{r\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2} = r \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\text{Also } k - r = OM = \frac{r\sqrt{2}}{2} = r \cdot 0,7071068$$

Demnach OM ohngefähr $= \frac{1}{2} r$

$$k = r \cdot 1,7071068$$

$$\log k = \log r + 0,2322606.$$

XX. Die Werthe von x und y (VIII.) am bequemsten zu berechnen, können vorthailhaft die Tafeln (§. 50. VI.) gebraucht werden. Man setze das Produkt $\cos \beta \cos \lambda = \cos u$ und $r = 1$,

$$\text{so ist ersichtlich } x = \frac{k \cos \beta \sin \lambda}{k + \cos u}$$

$$\text{und dann } y = \frac{x \tan \beta}{\sin \lambda} = x \cdot \tan \psi$$

wenn man der Kürze halber einen Winkel dessen

$$\text{Tangente} = \frac{\tan \beta}{\sin \lambda} \text{ ist } = \psi \text{ setzt.}$$

Hier kann man nun für jedes λ und β die Winkel u und ψ aus den obigen Tafeln (§. 50. VI.) (das

best.

dortige δ nur $\equiv \beta$; $L \equiv \lambda$ und $y \equiv \psi$ gesetzt herausnehmen.

Exemp: Für L oder $\lambda \equiv 60^\circ$ und δ oder $\beta \equiv 40^\circ$ ist aus der ersten Tafel $u \equiv 67^\circ$. Das dortige y oder hier $\psi \equiv 44^\circ$. ψ , aus zweyten Tafel. Also

$$k + \cos u \equiv 1,70710 + 0,38295 \equiv 2,09005$$

$$\text{Nun: ferner } \log \cos \beta \equiv 9,88425 - 10$$

$$\log \sin \lambda \equiv 9,93753 - 10$$

$$\log k \equiv 0,23226$$

$$\text{Summe} \equiv 0,05404$$

$$\text{abgez. } \log (k + \cos u) \equiv 0,32015$$

$$\text{Giebt } \log x \equiv 0,73389 - 1$$

$$\log \tan \psi \equiv 9,98635 - 10$$

$$\text{Also } \log y \equiv 0,72024 - 1$$

Hieraus $x \equiv 5418$ und $y \equiv 5251$. Wenn man den Halbmesser $r = 10000$ $x = 5418$; $y = 5251$. In den meisten Fällen ist hinlänglich diese Werthe nur für ein in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser zu bestimmen und aufzutragen.

XXI. Das bisherige mag hinreichen von der De la Hire'schen Aequatorial-Projection, er unter andern auch auf seinem Astrolabe anbracht hat, einen Begriff zu geben.

XXII.

XXII. Es ist von dieser Projection in folgender Charte Gebrauch gemacht worden. *A Map of the world on a globular — projection, exhibiting particularly the nautical Researches of Cap. F. Cook with all recent Discoveries for the present time, carefully drawn by A. Arrowsmith.* Es gehört dazu ein Buch *A companion to a map of the world by A. A.* 20 S. in 4. Buch und Charte beschrieben in der allgem. Literaturzeitung 1795. n. 176.

H. H. Kästner hat die Theorie davon (ohne jedoch auf die bequemere Berechnungsart XX. vermittlest der Tafeln §. 50., und auf die von mir angeführte Construction XI. ic. geleitet worden zu seyn) gleichfalls in seiner Weitern Ausführung der mathematischen Geographie ic. Göttingen 1795 vorgetragen. S. 507.

Arrowsmiths Charte selbst, nebst dem zugehörigen Buche, kenne ich aber nur aus der angeführten Recension in der Allg. Litter. Zeit.

XXIII. Alle hier gegebenen Vorschriften zur Zeichnung der Meridiane und Parallelen gelten übrigens mit der gehörigen Veränderung auch für die gewöhnliche Aequatorialprojection. Man darf in den angegebenen Vorschriften und Formeln zu dem Behufe nur $k = r = 1$ setzen.

Aufgabe III. Für einen geg. Ort W , zu welchem (Fig. LIV. größte Kreis $HrTR$ als Horizontfläche gehört, eine stereographische Horizontalprojection zu zeichnen, d. h. $HrTR$ für die perspectivische Tafel genommen wird, auf dieser Tafel halbe Kugelfläche $HQWT$, in Mitte der Ort W fällt; mit alle Meridianen und Parallellkreisen zu versehen. Das Auge wird in O , dem W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (Fig. L. dem Halbmesser der Erde einen Kreis I welcher die Tafel vorstellt, so wird erstli Mittelpunkt C , die Projection des Orts W für welchen die Horizontalprojection zu gen ist.

II. Man ziehe auf einander senk Durchmesser HT , Rr , und lasse HT den ersten Meridian des Orts W , dem der entspricht, bedeuten, so wird Rr den Durch der beyden Ebenen $RHrT$, $ORWr$ der Figur vorstellen.

Aufgabe III. Für einen gegebenen Ort W , in welchem (Fig. LIV.) der größte Kreis HRH als Horizontalsfläche gehört, eine stereographische Horizontalprojection zu zeichnen, d. h. wenn HRH für die perspectivische Tafel angenommen wird, auf dieser Tafel die halbe Kugelstäche $HQWT$, in deren Mitte der Ort W fällt, mit allen Meridianen und Parallellkreisen zu entwerfen. Das Auge wird in O , dem Orte W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (Fig. LXI.) mit dem Halbmesser der Erde einen Kreis $RHrT$, welcher die Tafel vorstellt, so wird erstlich dessen Mittelpunkt C , die Projection des Orts W seyn, für welchen die Horizontalprojection zu verfertigen ist.

II. Man lege auf einander senkrecht die Durchmesser HT , Rr , und lasse HT den projectirten Meridian des Orts W , dem der Punkt C entspricht, bedeuten, so wird Rr den Durchschnitt der beiden Ebenen $RHrT$, $ORWr$ der LIVten Figur vorstellen.

zählen, hierauf aus R nach e und d gerade Linien ziehen, den Abstand de in ψ halbiren, und um ψ den Aequator Rer beschreiben. Allein man kann auch das Centrum ψ zu finden, nur von R den Bogen RHi = dem doppelten Abstand des Ortes W (III.) vom Pole, also hier $2.61.25^\circ$, nehmen (in welchem Falle hier i zusammenfallen würde), und aus r durch i (hier q'), eine gerade Linie ziehen, so wird bei ψ das Centrum zu dem zu projectirenden Meridian Rer bestimmen, welchen man demnach mit dem Halbmesser ψe beschreiben kann. In gegentheiligem Falle geht der Aequator auch durch R und r .

VI. Um nun einen beliebigen Meridian zu zeichnen, so setze man, es solle z. B. derjenige Meridian vorfallen, welcher 70 Grade rechts des mitttelsten, dem Orte W zugehörigen Meridians HT , falle.

VII. Wir haben im vorhergehenden (Auf. V.) bewiesen, daß (Fig. LI.) aller projectirenden Meridiane ihre Mittelpunkte in einer geraden, auf HT (oder deren Verlängerung) senkrecht gezogenen Linie πp zu liegen kommen. Dieser Linie (Fig. LXI.) Abstand CK vom Mittelpunkte C der Tafel zu finden, so mache

ziehen; hierauf aus R nach e und d gerade Linien ziehen, den Abstand de in ψ halbiren, und aus ψ den Meridian Rer beschreiben. Allein man darf, um das Centrum ψ zu finden, nur von R bis i den Bogen RHi ~~ist~~ dem doppelten Abstände des Ortes W. (Hl.) vom Pole, also hier $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$, nehmen (in welchem Falle hier i mit ψ zusammenfallen würde), und aus e durch i (oder hier ψ) eine gerade Linie ziehen, so wird solche bei ψ das Centrum zu dem zu projectirenden Meridian Rer bestimmen, welchen man demnach mit dem Halbmesser ψe beschreiben kann. In gesuchten Fällen geht der Meridian auch zugleich durch R, r.

VI. Um nur einen beliebigen Meridian zu zeichnen, so setze man, es solle z. B. derjenige entworfen werden, welcher 70 Grade rechter Hand des mittelsten, dem Orte W zugehörigen Meridians HT, falle.

VII. Wir haben im vorhergehenden (S. 69. Auf. V.) bewiesen, daß (Fig. Lk.) aller zu entwerfenden Meridiane ihre Mittelpunkte in einerley geraden, auf HT (oder deren Verlängerung) senkrecht gezogenen Linie $\pi\rho$ zu liegen kommen. Dieser Linie (Fig. LXI.) Abstand CK vom Mittelpunkte C der Tafel zu finden, so mache man

den

diane- und Parallelen sind hier von 10 zu 10 Graden entworfen, und der Mittelpunkt dieser Projection entspricht einem Orte, der unter dem 30ten Grade der geographischen Breite liegt.

X. Beweis der bisherigen Constructionen:

a) Für die Paralleltreise. 1. Es sey überhaupt die geographische Breite des Orts, dessen Horizont die perspectivische Tafel ist $= 90^\circ - \varepsilon$, also ε des Orts Abstand vom Pole, und η des zu entwerfenden Parallels Abstand vom Pole. So hat man erstlich für den Abstand Cq des projecirten Poles vom Mittelpunkte der Tafel, nach (S. 66.), die Formel $Cq = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon$; wenn man demnach überhaupt auf dem Umfange der Tafel den Bogen $Iq' = 90^\circ - \varepsilon$, also der geographischen Breite des erwähnten Ortes gleich nimmt, so ist die Ergänzung zu 90° , oder der Bogen $q'r = \varepsilon$, und der Winkel $q'Rc = \frac{1}{2} \varepsilon$, und Cq (in dem rechtwinklichten Dreiecke RCq) $= Rc \cdot \tan q'Rc = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon$, wie erfordert wird, wenn q die Projection des Poles seyn soll. Daher denn erstlich die Construction (III.) für die Projection des Poles erwiesen ist.

2. Wenn man nunmehr die Bögen $q'a = q'b = \eta$ nimmt, und Ra, Rb zieht, welche
bey

er mit β in CH einschneiden, so ist der Winkel
 a Maß die Hälfte des Bogens ar, d. h.
 $\frac{a}{2} = \frac{e - \eta}{2}$; und eben so der Bogen

bq'r $= \frac{e + \eta}{2}$ das Maß des Winkels bRr;

aus in den rechtwinklichten Dreiecken CRa,
 β , $Ca = RC$, $\text{tang } rRa = r \cdot \text{tang } \frac{1}{2} (e - \eta)$,
 $C\beta = r \cdot \text{tang } \frac{1}{2} (e + \eta)$. Demnach sind hier
 β diejenigen Punkte, welche (Fig. LIV.) mit
 and B bezeichnet waren, weil die Werthe von
 $C\beta$, nach dieser Construction, eben diejenigen
 welche oben (§. 71. 12.) für CA und CB
 an den worden; daher denn auch der Abstand aß,
 birt bey φ , das Centrum zu dem zu projectiren-
 Parallel $\mu\alpha\gamma$ geben muß, so wie F (Fig. LIV.)
 (§. 71. 9.) dergleichen für den projectirten
 Parallel BZA war. In gegenwärtigem Falle
 nur der Punkt β außerhalb des Umfangs der
 sel, so wie B und A (Fig. LIV.) beyde inner-
 b derselben fielen. Es ist also klar, daß die
 Construction (IV.) nothwendig das Centrum und
 Halbmesser des zu entwerfenden Parallels ge-
 muß.

und Vortheile darbieten werden, die hier keine weitere Erläuterung bedürfen.

XVIII. De la Hire nimmt den Werth von $CO = k$ so groß, daß wenn z. B. $\lambda = Wu = \frac{1}{2} WR = 45^\circ$ genommen wird, auch CU (als die Projection von Wu) $= \frac{1}{2} CR = \frac{1}{2} r$ (als der Projection von WR) ausfalle. Auf diese Art sieht man denn leicht, daß überhaupt die Abstände der Punkte, wo die projectirten Meridiane den Halbmesser CR durchschneiden, sich ohngefähr verhalten werden, wie die Abstände der Punkte von einander, wo die Meridiane HUT auf der Kugel den Aequator KUV durchschneiden, und also mehr in dem wahren Verhältnisse wie auf der Kugel stehen, als bey der gewöhnlichen Aequatorialprojection der Fall ist.

XIX. Um den Werth von k nach der erwähnten Voraussetzung zu finden, setze man in die Formel für x (VIII.) $\lambda = 45^\circ$; $\beta = 0^\circ$, so soll für diesen Fall $x = \frac{1}{2} r$ seyn. Dies giebt

$$\frac{1}{2} r = \frac{kr \sin 45^\circ}{k + r \cos 45^\circ}$$

Also wegen $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$

$$k = \frac{r \sin 45^\circ}{2 \sin 45^\circ - 1}$$

4. Für $\eta = 90^\circ$, d. h. für den fenden Aequator würde des Mittelpun-
 von C, oder

$C\psi = \frac{1}{2}r(\text{tang}(45^\circ + \frac{1}{2}\epsilon) - \text{tang}$
 oder $C\psi = r \text{ tang } \epsilon$, wie auch an
 Ann.) folgt. Hieraus ist klar, daß
 den Bogen RHi, wie oben (IV.):
 man nur aus r durch i eine gerade
 und sie bis an HT verlängern dürfe
 bey ψ das Centrum zu dem projectire
 Rcr zu finden; denn nun ist der Win-
 und $C\psi = Cr. \text{ tang } Rri$ (in dem r
 Dreiecke ψCr) $= r \text{ tang } \epsilon$,
 wird.

β) Für die Meridiane.

Haupt des zu entwerfenden Meridians
 aus dem mittelsten HT — 1 Kreis

dortige δ nur $= \beta$; $L = \lambda$ und $y = \psi$ gesetzt)
herausnehmen.

Exemp: Für L oder $\lambda = 60^\circ$ und δ oder
 $\beta = 40^\circ$ ist aus der ersten Tafel $u = 67^\circ 29'$.
Das dortige y oder hier $\psi = 44^\circ 6'$, aus der
zweiten Tafel. Also

$$k + \cos u = 1,70710 + 0,38295 = 2,09005$$

$$\text{Nun ferner } \log \cos \beta = 9,88425 - 10$$

$$\log \sin \lambda = 9,93753 - 10$$

$$\log k = 0,23226$$

$$\text{Summe} = 0,05404$$

$$\text{abgez. } \log (k + \cos u) = 0,32015$$

$$\text{Giebt } \log x = 0,73389 - 1$$

$$\log \tan \psi = 9,98635 - 10$$

$$\text{Also } \log y = 0,72024 - 1$$

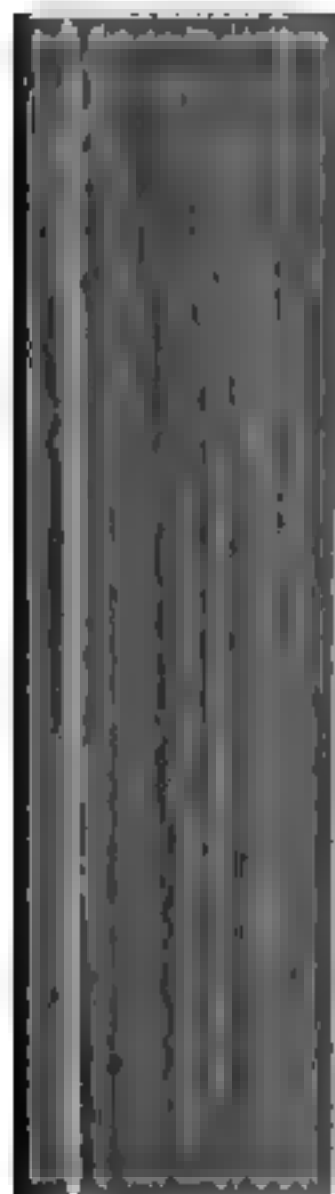
Hieraus $x = 0,5418$ und $y = 0,5251$, oder
wenn man den Halbmesser $x = 10000$ setzt
 $x = 5418$; $y = 5251$. In den meisten
Fällen ist hinlänglich diese Werthe nur für einen
in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser zu berech-
nen und aufzutragen.

XXI. Das bisherige mag hinreichen von die-
ser De la Hire'schen Aequatorial-Projection, die
er unter andern auch auf seinem Astrolabe ange-
bracht hat, einen Begriff zu geben.

sparen, so kann man, nach den angegebenen Formeln, auch die Werthe von $C\phi$, $C\alpha$, CK , Kc und Cq berechnen, und sie in Theilen des Halbmessers r , oder wenn man will, auch in Meilen, vergleichen 859 den Halbmesser r betragen müssen, auftragen; dann erhält man die Punkte ϕ , α ; q , K , c , welche zur Verzeichnung der Parallelen und Meridiane erforderlich sind, viel sicherer und schärfer, als durch Zeichnung, weil sich bey obigen Constructionen sehr oft ereignet, daß gewisse Punkte, wie z. E. δ , sehr weit hinausfallen, und daher theils nicht mit der gehörigen Genauigkeit gefunden werden können, theils auch wohl gar nicht einmal mehr auf die Verlängerung, welche man etwa dem Reissbrette gäbe (S. 18. VII.), fallen. Die Formeln zur Berechnung der erwähnten Größen, sind übrigens so einfach, daß man die Berechnung wohl nicht scheuen, und sobald der Halbmesser r nur einigermaßen groß ist, sie einer jeden Construction vorziehen wird.

Exemp. Für $r = 1$, und $\varepsilon = 60^\circ$ ist $Cq = \tan \frac{1}{2} \varepsilon = \tan 30^\circ = 0,5773 \dots$ D. h. wenn man den Halbmesser CR in 10000 Theile theilt, so nähme man $Cq = 5773$ solcher Theile, oder nur $= 577$ Theilen, wenn man CR nur in 10000 eintheilt. Nähme man aber auf dem

Pa



Hr I K für die perspectivis
genommen wird, auf dies
halbe Kugelfläche HQW
Mitte der Ort W fällt; m
ridianen und Parallelkreise
fen. Das Auge wird in O
W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (dem Halbmesser der Erde einen, welcher die Tafel vorstellt, so wir Mittelpunkt C, die Projection des für welchen die Horizontalprojecti gen ist.

II. Man ziehe auf einander Durchmesser LT R. und lege

Man kann Kc auch nach der Formel

$$qc \cdot \sin cqK = qc \cdot \cos \lambda = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda} \cdot \cos \lambda$$

$= r \operatorname{cosec} \varepsilon \cot \lambda$ berechnen, weil $qc = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$

der Halbmesser des projectirten Meridians ist (69. 4.). Den Halbmesser qc selbst fände man $= r \operatorname{cosec} \varepsilon \operatorname{cosec} \lambda = r \sec 30^\circ \cdot \sec 20^\circ = 1056$ Meilen.

§. 82.

Wenn man ein Stück einer solchen Horizontalprojection zu einer Charte eines einzelnen Landes zeichnen sollte, so ist gewöhnlich der Halbmesser r so groß, daß sich die zu projectirenden Meridiane und Parallelen, aus ihren Mittelpunkten selbst nicht beschreiben lassen. In diesem Falle müssen für die Meridiane und Parallelen so viel Punkte durch Abscissen und Ordinaten gefunden werden, daß man sie entweder aus freyer Hand, oder durch Hülfe der oben (§. 18. X:) angegebenen Werkzeuge verzeichnen kann. Am besten verfährt man hiebei, wenn man zuerst die Parallelen beschreibt, und Punkte derselben, etwa von einzeln zu einzeln Graden der Länge, von dem mittelsten Meridian der Charte, der allemahl durch
 eine

die Zeichnung zu machen wäre, den Ansat (§. 73. VII.) gäbe. Wenn auf diese Art die Parallelen aus ihren Mittelpunkten beschrieben werden können, so lassen sich die Meridiane, z. E. von einem zu einem Grad der Länge, vorthellhaft nach (§. 75.) entwerfen, oder man kann auch von einem zu einem Grad der Länge, die Punkte der Parallelen, durch welche nachher die Meridiane gezogen werden können, nach (§. 74. Zus. I.) bestimmen. Das Verfahren (§. 75.) mögte aber wohl den Vorzug verdienen, weil die Formeln sehr einfach sind, aus denen sich für einen zu zeichnenden Meridian, wie nunz (Fig. LV.) erstlich der Werth von Cn , und dann der Winkel Cny für die Lage des Halbmessers nc ergibt, durch dessen Ende n das Perpendikel nt auf ny gesetzt werden muß, um die Lage der Tangente nt , des durch Punkte zu beschreibenden Meridians (§. 75. 11 — 16.) zu erhalten. Können Theilkreise (§. 75. Zus.) angewendet werden (das. 19.), so kann man sich auch dieser zur Eintheilung der Parallelen in perspectivische Grade bedienen. Da alle hieher gehörigen Bemerkungen und Hülfsmittel oben von (§. 74. bis §. 76.) schon umständlich erläutert worden sind, so wäre es zu weitläufig, sie hier noch einmahl zu wiederholen, und man muß in jedem Falle aus Beschaffenheit der Umstände be-

entwerfen, oder man kann auch von einzelnen Graden der Länge, die Punkte bezeichnen, welche nachher die Meridiane gehen können, nach (§. 74. Zus. I.) bestes Verfahren (§. 75.) müßte aber wohl verdienen, weil die Formeln sehr einfach denen sich für einen zu zeichnenden Meridian (Fig. LV.) erstlich der Werth α dann der Winkel $Cn\gamma$ für die Lage der nc ergibt, durch dessen Ende n dann nr auf ny gesetzt werden muß, um Tangente nr , des durch Punkte n und r Meridians (§. 75. 11 — 16.) zu erhalten. Die Ellipse (§. 75. Zus.) angewendet (19.), so kann man sich auch dieser zur Darstellung der Parallelen in perspectivische Gra-

gehen lassen, und der Meridian, welcher durch die gerade Linie ab abgebildet ist, müßte dem 50ten Grade östlicher Länge entsprechen. Man würde also, um Europa zu entwerfen, sich den Ort des Auges auf der Kugel, dem 50ten Grad der Länge und 55ten Grad nördlicher Breite gegenüber genommen müssen, also in obige Formeln für diesen Fall $s = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ setzen.

Die Polarprojection stellt die Gegenden um den Pol am natürlichsten vor; sie ist daher für solche Gegenden mehrmahl gebraucht worden. Zu Gegenden um den Aequator dient die Aequatorialprojection, wo denn das Auge am besten demjenigen Theile der Erde gegenüber angenommen wird, der sich auf der Projection am natürlichsten abbilden soll. Projectionen von völligen Halbkugeln heißen auch *Planisphären*, dergleichen der Vater Chrysologue 1774 zwey herausgegeben, in welchen der Horizont von Paris die Tafel ist. Auf Hrn. Prof. Bode im Jahr 1783 herausgegebenen zwey Weltkarten ist der Horizont von Berlin zur Tafel angenommen. Die zwey Weltkarten, welche derselbe seiner Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erbkugel beigelegt hat, sind aber, wie ich schon oben (§. 53.) erwähnt habe, keine perspectivischen Projectionen.

Diese

und 55ten Grad nördlicher Breite gehen müssen, also in obige Formeln $\delta = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ setzen.

Die Polarprojection stellt die den Pol am natürlichsten vor; sie solche Gegenden mehrmahl gebraucht Gegenden um den Aequator dient die projection, wo denn das Auge am best Theile der Erde gegenüber angenommen sich auf der Projection am natürlich soll. Projectionen von völligen Hal auch Planisphären, vergleicht Ebrysologue 1774 zwey heraus welchen der Horizont von Paris ist. Auf Hrn. Prof. Bode im Jahr ausgegebenen zwey Weltkarten ist be

se Charten sind sehr brauchbare Beispiele zur
Vorbereitung der bisher vorgetragenen Lehren.

In Himmelscharten werden die Polars-
und Aequatorialprojectionen ebenfalls vorthellhaft
verwandt. Hieher gehören (die Planisphären von
v. Langondy (Paris 1764), vom Pater
Hyfologue de Sy, von Senex u. d. Auf
ten von Senex finden sich alle Sternbilder und
Stirne des Flamsteedischen Catalogs. Zwey die-
se Planisphären von Senex sind auf die Ebene
des Aequators, und zwey derselben auf die Ebene
des Ecliptiks entworfen. Die Planisphären von
Langondy enthalten auch die neuen Sternbilder
des Südpols. Sie stellen aber die Sternbilder
vor, wie sie auf der äußern oder convexen Seite
des Himmelskugels erscheinen würden, welches
sehr unbequem ist, wenn man die Vergleichung
mit dem Himmel aufstellen will, weil man auf die-
sen Planisphären dasjenige zur Rechten hat, was
ein Beobachter des Himmels zur Linken erscheint.
Prof. Funk in Leipzig hat zu seiner Anwei-
sung zur Kenntniß der Gestirne diese
Langondyschen Planisphären nachstehen lassen, aber
in der bessern Vorstellung, wie die Gestirne an
der innwendigen Fläche des Himmels erscheinen.
Prof. Bodens (Beschreibung und Ge-
brauch

brauch einer allgemeinen Himmelscharte, mit einem durchscheinenden Horizont, Berlin 1786) stellt auf einer einzigen, 23 Zoll im Durchmesser haltenden Scheibe, einen stereographischen Entwurf der hohlen Himmelkugel vom Nordpole bis zum 38ten Grad südlicher Abweichung, mit mehr als 3000 Sternen dar. Eben diese Charte auch als Beilage zur 5ten Ausgabe seiner Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels, Berlin 1788.

Unter allen Himmelscharten sind diejenigen, welche insbesondere den Thierkreis und die benachbarten Gestirne abbilden, am häufigsten im Gebrauche. Wir haben sehr gute Zodiachalcharten dieser Art von Cener auf zwey großen Bögen, welche gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts, unter Halley's Aufsicht verfertigt, zu London herausgekommen sind. Ferner gehört hieher eine Zodiacharte, die in Frankreich 1755 von le Monnier besorgt, und von Deulland gestochen worden ist; sie ist mit einem Catalog von Zodiachalsternen begleitet, welche Flamsteed beobachtet, und deren Längen auf das Jahr 1755 reducirt worden sind.

II. Das Eintragen eines Orts in ein Netz, wie (Fig. LXIII.) geschieht in der Haupt-

der zugehörigen Oerter auf der Kugel anzuordnen, sondern man müßte zur Messung dieser Distanzen auf der Charte, sich eines Meilenmaßstabes bedienen, der sich aus der Eintheilung eines Meridiangrades zwischen C und A, nach (II.), ergeben würde, vorausgesetzt übrigens, daß auf der Projection die Meridiangrade zwischen C und Z, oder C und A, selbst nicht gar zu verschieden ausfallen. Denn sonst müßte man selbst auf diese Verschiedenheit, und die daraus entstehende verschiedene Meilengröße (III.) Rücksicht nehmen, und CZ etwa theilweise, nach den verschiedenen zwischen C und Z statt findenden Meilenmaßstäben zu bestimmen suchen, welches aber immer sehr lästig seyn würde. Sicherer verfährt man alsdann nach (IV.). Doch versteht sich, daß selbst dieses Verfahren nur anwendbar ist, wenn von der Distanz eines Ortes Z vom Mittelpunkte C der Projection die Rede ist. In allen andern Fällen muß die Distanz, so bald sie so groß ist, daß man sie nicht nach einerley Maßstabe messen dürfte, aus den bekannten geographischen Breiten und Längen der Oerter, die sich auf der Projection leicht bestimmen lassen, vermittelt der sphärischen Trigonometrie (§. 14. III. Fall) gefunden werden, wozu auch die Construction (§. 15. und 16.) vermittelt der

Sch.

Sehnen gebraucht werden kann, wenn keine allzu große Schärfe nöthig ist.

VII. Man kann leicht beweisen, daß auf der stereographischen Projection die wahren Meilen, zur Messung der Distanzen um C herum, ohngefähr halb so groß sind, als diejenigen Meilen, die man erhalten würde, wenn man den Halbmesser OC oder r in so viel gleiche Theile theilte, als der wirkliche Halbmesser der Erde geographische Meilen enthält. Man nenne den 859,43 Theil von OC = m; so ist OC oder r = 859,43 . m, und eine Distanz, wie CA, um die Mitte der Projection herum = $r \tan \frac{1}{2} \mu = 859,43 . m . \tan \frac{1}{2} \mu$, wenn der Unterschied der geographischen Breiten zwischen C und A = μ heißt. Wäre nun dieser Unterschied μ in Graden ausgedrückt, so ist derselbe in Meilen = $\mu . 15$, und wenn also eine Meile auf CA die Größe n hätte, so wäre CA = $\mu . n . 15$; demnach muß

$$859,43 . m \tan \frac{1}{2} \mu = \mu . n . 15 \text{ also}$$

$$\frac{859,43 . m}{15 . \mu} \tan \frac{1}{2} \mu = n \text{ seyn.}$$

Wenn nun CA nicht sehr viele Grade enthält, also μ nicht groß ist, so kann man, wenn μ in Graden gegeben ist, ohne merlichen Fehler in

Decimaltheilen des Halbmessers setzen $\tan \frac{1}{2} \mu$
 $= \frac{\frac{1}{2} \mu}{57,29 \dots}$, weil, nach (§. 34. VII.) der
 Halbmesser eines Kreises 57,29 Grade enthält.
 Also wird

$$\frac{859,43 \cdot \frac{1}{2} \mu}{15 \cdot 57,29 \dots \mu} \cdot m = n \text{ oder}$$

weil $859,43 \dots = 15 \cdot 57,29 \dots$ (§. 34. VII.)
 so wird schlechtweg

$$\frac{1}{2} m = n.$$

Also muß ein Theil auf dem Meilenmaassstabe,
 worauf die Distanz CA ihren richtigen Meilen-
 werth bekommen soll, halb so groß seyn, als der
 859,43ste, oder ohngefähr 860te Theil des Halb-
 messers OC. Hat man demnach die Projection
 nach Meilen oder Theilen verzeichnet, deren 859,43,
 oder ohngefähr 860 den Halbmesser OC ausma-
 chen, so sind alsdann die wahren Meilen zur
 Messung nicht allzugroßer Distanzen um den Mit-
 telpunkt der Projection herum, ohngefähr halb so
 groß, als jene Theile auf OC, und wenn man
 demnach §. E. 7 $\frac{1}{2}$ der erwähnten Theile von OC
 abfaßte, so würde dies die Größe eines Meridian-
 grades auf der Distanz CA geben, welchen man
 in 15 gleiche Theile eintheilen müßte, um den wahren

gen Meilenmaaßstab zur Messung der Distanzen um die Mitte der Projection herum zu erhalten.

VIII. Eine schöne Eigenschaft der Stereographischen Projection ist, daß alle Meridiane derselben, vollkommen senkrecht auf den Parallelen stehen, wie auf der Kugel selbst der Fall ist, und daß also wenigstens, in Ansehung der Winkel, die einzelnen Vierecke eines solchen Netzes, denen auf der Kugel ähnlich sind. Den Beweis davon kann man synthetisch in Hrn. Prof. Klügels Antritts-Programm seines Lehramtes in Halle, Geometrische Entwicklung der Eigenschaften der stereographischen Projection. Halle 1788. §. 18. 1c., und analytisch in Herrn Hofr. Kästners *Theoria projectionis stereographicae horizontalis*, in dessen *dissertat. mathem. et physicis* pag. 188. Altenburg 1771. finden, so wie denn überhaupt beide Schriftsteller die Lehre von den Projectionen auf eigenen Wegen musterhaft vorgetragen haben. Sehr umständlich hat auch Hr. Hofr. Karsten die Lehre von den Projectionen der Kugelfläche in dem 7ten Theile seines Lehrbegriffs der Mathematik abgehandelt; mich deucht aber, daß der Weg, wodurch er diese oder jene Formeln gefunden hat,

benutzt werden kann, wenn keine allzu große Schärfe nöthig ist.

VII. Man kann leicht beweisen, daß auf der geographischen Projection die wahren Meilen, zur Messung der Distanzen um C herum, ungefähr halb so groß sind, als diejenigen Meilen, man erhalten würde, wenn man den Halbmesser OC oder r in so viel gleiche Theile theilte, der wirkliche Halbmesser der Erde geographische Meilen enthält. Man nenne den 859,43 Theil

$OC = m$; so ist OC oder $r = 859,43 \cdot m$, eine Distanz, wie CA, um die Mitte der Projection herum $= r \tan \frac{1}{2} \mu = 859,43 \cdot m \cdot \tan \frac{1}{2} \mu$, in der Unterschied der geographischen Breiten zwischen C und A $= \mu$ heißt. Wäre nun dieser Unterschied μ in Graden ausgedrückt, so ist derselbe in Meilen $= \mu \cdot 15$, und wenn also eine Theile auf CA die Größe n hätte, so wäre CA $\mu \cdot n \cdot 15$; demnach muß

$$859,43 \cdot m \tan \frac{1}{2} \mu = \mu \cdot n \cdot 15 \text{ also}$$

$$\frac{859,43 \cdot m}{15 \cdot \mu} \tan \frac{1}{2} \mu = n \text{ seyn.}$$

Wenn nun CA nicht sehr viele Grade enthält, also μ nicht groß ist, so kann man, wenn μ in Graden gegeben ist, ohne merkllichen Fehler in Rapiers Geom. 4r Th. Pp Decio

und was La Croix (Intro-
Geographie de Pinkerton)
Traité de Topographie)
lehren, ist mehr theoretisch

itel.

und Central

tion.

§. 84.

Wenn man sich das Auge bey der perspectivischen Entwerfung der Erdoberfläche, oder eines Theils derselben, in einer unendlichen Entfernung denkt, so werden alle Lichtstrahlen, die von der Oberfläche der Erde nach dem Auge gezogen werden, sich in parallele Linien verwandeln, und man wird statt eines Strahlenkegels, wie bisher der Fall war, einen Strahlencylinder erhalten, dessen Durchschnitt mit einer auf jene Parallelstrahlen senkrechten Ebene, auf dieser Ebene, als perspectivischer Tafel, die sogenannte orthographische Projection der Erdoberfläche

Meilenmaßstab zur Messung der Distanzen um Mitte der Projection herum zu erhalten.

VIII. Eine schöne Eigenschaft der stereographischen Projection ist, daß die Meridiane derselben, vollkommen recht auf den Parallelen stehen, wie der Kugel selbst der Fall ist, und daß wenigstens, in Ansehung der Winkel, die ein Vierecke eines solchen Netzes, denen auf der Kugel ähnlich sind. Den Beweis davon kann man synthetisch in Hrn. Prof. Klügels Antrittsprogramm seines Lehramtes in Halle, Geometrische Entwicklung der Eigenschaften der stereographischen Projection. Halle 88. §. 18. 1c., und analytisch in Herrn Dr. Kästners *Theoria projectionis stereographicae horizontalis*, in dessen dissertat. mathem. et physicis pag. 188. Altenburg 1781. finden, so wie denn überhaupt beide Schriftsteller die Lehre von den Projectionen auf eigenen Vorlesungen musterhaft vorgetragen haben. Sehr ungewöhnlich hat auch Hr. Hofr. Karsten die Lehre von den Projectionen der Kugelfläche in dem 7ten Theile seines Lehrbegriffs der Mathematik behandelt; mich deucht aber, daß der Weg, wo- durch er diese oder jene Formeln gefunden hat,

nicht immer der kürzeste ist. In Rücksicht der An-
 lytis und eines eigenthümlichen Ganges bey diesen
 Untersuchungen kann man auch de Lambre's
 Abhandlung über die stereographische Projection in
 den Memoires de l'Institut de Paris Tom. V.
 p. 393. Hrn. Prof. Mollweide in der Mo-
 natl. Corresp. 1806. Novemb. S. 427 und
 Dec. S. 528 nachlesen. Das brauchbarste für die
 Ausübung wird wohl das bisher bengebrachte ent-
 halten. — Was ältere Schriftsteller, z. E. Cla-
 vius, Varenius, Wolf u. a. von den Pro-
 jectionen gelehrt haben, ist sehr unvollständig.
 Hase, Tob. Mayer und Fowig haben zwar
 viele Landkarten nach der stereographischen Pro-
 jection verfertigt, aber von der Theorie derselben
 wenig bekannt gemacht. Herrn Hofr. Kästner
 gebührt das Lob, über diesen Gegenstand zwar
 etwas befriedigendes geliefert zu haben. Enzy-
 clisch finde ich die Beweise der stereographischen
 Projection auch sehr bündig in *John Harris M.
 A. F. R. S. Lexicon technicum or an uni-
 versal english dictionary of arts and sci-
 ences etc.* London 1704. unter den Artikeln
Projection und *spherik Geometry*. Was in
 meines Vaters Mathematischen Atlas vom
 Zeichnen der Landkarten vorkommt, reicht zur Aus-
 übung

Abung nicht hin; und was La Croix- (Intro-
duction a la Geographie de Pinkerton)
und Puissant (Traité de Topographie)
von den Projectionen lehren, ist mehr theoretisch
als practisch.

Sechstes Kapitel.

Von der orthographischen und Central- projection.

§. 84.

Wenn man sich das Auge bey der perspectiv-
tischen Entwerfung der Erdoberfläche, oder eines
Theils derselben, in einer unendlichen Entfernung
denkt, so werden alle Lichtstrahlen, die von der
Oberfläche der Erde nach dem Auge gezogen wer-
den, sich in parallele Linien verwandeln, und man
wird statt eines Strahlenfegels, wie bisher der
Fall war, einen Strahlencylinder erhalten,
dessen Durchschnitt mit einer auf jene
Parallelstrahlen senkrechten Ebene, auf
dieser Ebene, als perspectivischer Tafel, die soge-
nannte orthographische Projection der
Erde

Erfläche geben wird, von der wir nunmehr, wegen ihres Gebrauchs in der Astronomie, auch noch das allgemeinste beybringen wollen.

II. Es kommt hiebey vorzüglich darauf an, wie sich auf der Tafel (I.) die verschiedenen Meridiane und Parallelkreise der Erde, orthographisch abbilden werden, wenn ein orthographisches Netz für eine Halbkugel, oder ein beliebiges Stück derselben, zu diesem oder jenem Gebrauche verlangt würde, und da erhellet nunmehr leicht, daß die Vorschriften dazu sich aus den oben (§. 61.) beygebrachten allgemeinen Untersuchungen müssen herleiten lassen, wenn man in denselben sich die Spitze des Strahlenkegels, $\mathfrak{z}.$ $E. BOA$ (Fig. XLV.), unendlich weit weggedenkt, damit BO und AO , und so alle übrigen von dem Umfange des Kreises nach dem Auge O gezogenen geraden Linien oder Lichtstrahlen, sich in parallele Linien verwandeln, mithin BOA zu einem Strahlencylinder werde, dessen Grundfläche der Kreis BDA ist, und der nunmehr von einer Ebene $kEie$, welche keiner von den Seitenlinien BO , AO parallel ist, durchschnitten werde.

§. 85.

Daß in diesem Falle die Durchschnitsfigur $kEie$, also die orthographische Projection des
Kreis

$$Ee = a = \frac{(p + F) \sin \mu}{\sin(\mu + \zeta)} + \frac{(p - F) \sin \mu}{\sin(\mu - \zeta)}$$

oder auch

$$Ee = a = \frac{2p \sin \mu}{\sin(\mu + \zeta)}$$

Über wegen (S. 84. I.) muß notwendig, wenn die Schnittebene $kEie$ die Ase OC in L durchschneidet, der Winkel FLC des L rechtwinklig sein, also der Winkel $EFC = 90^\circ - OCF = 90^\circ - OAB$, d. h. $\zeta = 90^\circ - \mu$, also $\mu + \zeta = 90^\circ$ und $\sin(\mu + \zeta) = 1$. Demnach ist die Formel für die Ase Ee der Ellipse $kEie$

$$a = 2p \sin \mu$$

wo denn jetzt unter μ auch der Neigungswinkel der Ase OC gegen den Durchmesser BA verstanden werden kann.

II. Für den Winkel $kFE = \delta$, unter welchem dieser Durchmesser Ee (Fig. XLV.) die mit ki parallelen Sehnen halbirt, haben wir oben die allgemeine Formel (§. 6q. XI. 5.)

$$\tan \delta = \frac{\tan \beta}{\cos \alpha \sin \psi}$$

gefunden, welche auch auf den Strahlencylinder (Fig. XLIV.) angewandt werden kann, wenn man

man sich nur den Punkt O (Fig. XLV.) unendlich weit hinaus-gedenkt, daß BO und AO parallele Linien werden. Nun ist klar, daß, wenn man die Ebene kEie senkrecht auf die Axe OC annimmt (§. 84. I.), dieselbe auch senkrecht stehen wird auf der Ebene OCS, so wie auf allen übrigen, welche man sich durch die Axe OC gelegt vorstellt. Nun ist aber OS ein Perpendikel auf die Ebene BDA (§. 60. XI.); also steht die Ebene BDA ebenfalls auf der Ebene OCS senkrecht. Da demnach beyde Ebenen kEie und BDA auf der Ebene OCS senkrecht sind, so wird auch ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt ki senkrecht auf der Ebene OCS, mithin auch auf CS, stehen. Also wird der Winkel iwc oder FwC, d. h. α (§. 60. XI. 1.) $= 90^\circ$ seyn, d. h. die Linien CS und CF werden zusammenfallen. Aber wenn $\alpha = 90^\circ$, so muß wegen $\cos \alpha = 0$ nothwendig tang δ unendlich, mithin $\delta = 90^\circ$ werden. D. h. wenn die Schnittebene Ee auf die Axe des Kegels oder Cylinders senkrecht angenommen wird, so hat die Durchschnittslinie ki dieser Ebene mit der Grundfläche des Kegels oder Cylinders allemahl eine solche Lage, daß

I) ki auf der Ebene OCF des Neigungswinkels der Axe gegen die Grundfläche senkrecht steht, und

dann

ran sich nur den Punkt O (Fig. XLV.) unendlich weit hinaus-gedenkt, daß BO und AO parallele Linien werden. Nun ist klar, daß, wenn man die Ebene $kEie$ senkrecht auf die Axe OC nimmt (§. 84. I.), dieselbe auch senkrecht stehen wird auf der Ebene OCS , so wie auf allen übrigen, welche man sich durch die Axe OC gelegt vorstellt. Nun ist aber OS ein Perpendikel auf die Ebene BDA (§. 60. XI.); also steht die Ebene BDA ebenfalls auf der Ebene OCS senkrecht. Da demnach beyde Ebenen $kEie$ und BDA auf der Ebene OCS senkrecht sind, so wird auch ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt ki senkrecht auf der Ebene OCS , mithin auch auf CS , stehen. Also wird der Winkel iwc oder ewc , d. h. α (§. 60. XI. I.) $= 90^\circ$ seyn, d. h. die Linien CS und CF werden zusammenfallen. Aber wenn $\alpha = 90^\circ$, so muß wegen $\cos \alpha = 0$ nothwendig $\tan \delta$ unendlich, mithin $\delta = 90^\circ$ werden. D. h. wenn die Schnittebene Ee auf die Axe des Kegels oder Cylinders senkrecht angenommen wird, so hat die Durchschnittslinie ki dieser Ebene mit der Grundfläche des Kegels oder Cylinders allemahl eine solche Lage, daß
 1) ki auf der Ebene OCF des Neigungswinkels der Axe gegen die Grundfläche senkrecht steht, und
 dann

dann 2) derjenige Durchmesser Ea , welcher die mit kl parallel laufenden Sehnen des Kreises oder Eylinderquerschnitts halbiert, sie alle senkrecht halbiert. Es ist demnach in der Formel (I.) für den Durchmesser $Ea = a = 2\rho \sin \mu$ des Eylinderquerschnitts, unter dem Winkel μ , auch der Neigungswinkel $OCF = \beta$ der Axe des Eylinders gegen die Grundfläche selbst, zu verstehen, d. h. $\mu = \beta$, also $a = 2\rho \sin \beta$ zu setzen.

III. Unter den angeführten Umständen ist demnach in den Formeln (§. 60. XI. 1.) wegen $\alpha = 90^\circ$, ferner $\cos D = \cos \beta$, also $D = \beta$; weiter $\cot \omega = 0$ (das. 1.), also $\omega = 90^\circ$; dann $\zeta = \psi$ (das. 4.), oder (I.) $90^\circ - \mu = \psi$, oder (II.) $90^\circ - \beta = \psi$. D. h. der Neigungswinkel ψ der Schnittebene $kEie$ gegen die Grundfläche BDA , ist der Ergänzung des Neigungswinkels β der Axe OC zu 90° gleich.

IV. Weiter verwandelt sich für den Eylinderquerschnitt das Produkt $a \cdot b$ (§. 61. XI.) was vorher mit c bezeichnet wurde, (wegen $\nu - \zeta = 180^\circ - (\mu + \zeta)$ und also wegen $\sin(\nu - \zeta) = \sin(\mu + \zeta) = 1$, und wegen $\sin \nu = \sin \mu = \sin \beta$; (II.) in $a \cdot b = \frac{2\rho}{\sin \beta} = 2\rho \operatorname{cosec} \beta$;

und

die Gleichung für die Ellipse des Cylinderschnitts kEie ist (S. 61. XII.) (wegen $b =$

$$= \frac{2\rho}{\sin \beta} : 2\rho \sin \beta = \operatorname{cosec} \beta^2)$$

$$y^2 = 2\rho \operatorname{cosec} \beta \cdot x - \operatorname{cosec} \beta^2 \cdot x^2$$

ρ den Halbmesser der Grundfläche des Cylinders entet. Diese Gleichung ist für Ordinaten y , welche wegen $\delta = 90^\circ$ (II.) auf den Abscissen recht stehen, also für rechtwinkliche Ordinaten.

V. Man heißt die Zwergaxe einer Ellipse jene, welche durch den Mittelpunkt derselben recht auf den oben durch die Formel $a = 2\rho \sin \beta$ bestimmten Durchmesser Ee gesetzt wird. Sie ist doppelten Ordinate y gleich, welche einer Abscisse $x = \frac{1}{2} a = \rho \cdot \sin \beta$ zugehören würde. Man setze also in obige Gleichung (IV.) $x =$

$$\rho \sin \beta = \frac{\rho}{\operatorname{cosec} \beta}, \text{ so wird das zugehörige}$$

$= \rho$; also die Zwergaxe jener Ellipse $= 2\rho$; diese ist allemahl größer, als $a = 2\rho \sin \beta$, welcher Durchmesser a daher in dem Cylinderschnitte Eie die kleine Axe seyn wird. Die Zwergaxe der Ellipse kEie ist also allemahl dem Durchmesser der Grundfläche BDA des Cylinders gleich. Aus

dem

dem bisherigen ist es nunmehr leicht, die Vorschriften für die orthographischen Projectionen der parallel- und Mittagskreise herzuleiten.

§. 87.

Aufgabe. Man gedente sich nunmehr (Fig. L. und Fig. LIII.) das Auge O unendlich weit weg, dem Orte W gegenüber, dessen Horizontalsfläche der größte Kreis HRrT sey, so daß alle gerade Linien oder Lichtstrahlen, welche von dem Umfange eines jeden Parallels bza (Fig. LIII.), und Meridians, wie QuP (Fig. L.), nach dem Auge O gezogen werden, als parallele Linien zu betrachten sind. Man soll auf der Tafel RHRt, die orthographische Projection BZA des Parallels bza, und Meridians dQD verzeichnen.

Aufl. a) Für die Projection des Parallels bza (Fig. LIII.), dessen Abstand vom Pole Q = η , so wie der des Orts W vom Pole = δ heiße.

I. Hier wird nun sogleich erhalten, daß der Strahlentegel bOa, in einen Strahlencylinder sich verwandelt, dessen Axe die Linie Og ist, wenn g das Centrum des Parallels bza bedeutet, und die Linien Oa, Ob, Og jetzt als gleichlaufende
mit

re OW betrachtet werden. Da nun OW auf
 der Ebene der Tafel $RHrT$ senkrecht ist, so werden
 alle übrigen, wie Ob , Og , Oa , auf $RHrT$
 senkrecht stehen. Die Tafel $RHrT$ schneidet also
 die Axe Og des Strahlencylinders bOa senkrecht,
 so die Schnittfigur BZA , oder die orthographische
 Projektion des Parallels bza ist also eine Ellipse,
 deren kleine Axe die Linie AB seyn muß, die Durch-
 schnittslinie der Tafel $RHrT$ mit der Ebene des
 Neigungswinkels Ogb der Axe Og , gegen die
 Ebene bza . Nennt man diesen Neigungs-
 winkel β , so ist, wenn der Halbmesser $gb = ga$
 sey, $AB = 2p \sin \beta$. Weil aber Og parallel
 zu OW , so ist $\beta =$ dem Neigungswinkel der
 Linie OW gegen die Ebene des Parallels bza , und
 dieser Winkel ist, wenn man sich durch W eine
 rechtlaufende Linie $W\tau$ mit ab gezogen vorstellt,
 die man leicht finden wird, $= OW\tau$, welcher
 seinem Maße den halben Bogen $O\tau$, oder die
 halbe Ergänzung des Bogens $WQ\tau$ zu 180° hat;
 weil nun dieser Bogen $WQ\tau = WQ + Qb + b\tau$
 $= WQ + Qb + Wa = \varepsilon + \eta + \varepsilon - \eta = 2\varepsilon$, also
 der Winkel $OW\tau = \frac{180^\circ - 2\varepsilon}{2} = 90^\circ - \varepsilon$
 hat man $AB = 2p \sin (90^\circ - \varepsilon) = 2p \cos \varepsilon$,
 oder $p = \frac{AB}{2 \cos \varepsilon}$ (S. 47. V.), wenn r den
 Halb-

Halbmesser OC, oder CW der Erdfugel bedeutet; demnach die kleine Axe der Projection AZB, oder $AB = 2r \sin \eta \cos \varepsilon$. Die große Axe, senkrecht auf AB, würde seyn $= 2\zeta = 2r \sin \eta$ (§. 86. V.), und die Gleichung für die Ellipse AZB

$$y^2 = 2\rho \sec \varepsilon \cdot x - \sec \varepsilon^2 \cdot x^2 \\ = 2r \sin \eta \sec \varepsilon \cdot x - \sec \varepsilon^2 \cdot x^2$$

wo demnach x jede Abscisse, wie AX (Fig. LIV.), und y jede zugehörige Ordinate XZ bedeutet.

II. Um die Entfernung des Punktes A, von welchem die Abscissen angerechnet werden, von dem Mittelpunkte C der Tafel zu finden, so ist, weil die Linie aAO parallel mit WO gedacht werden muß, das Perpendikel CA = dem Perpendikel, was von a auf den Durchmesser OW würde herabgefallen werden, also $= r \sin Wa = r \sin (\varepsilon - \eta)$, und eben so CB $= r \sin (\varepsilon + \eta)$; woraus denn ebenfalls $AB = r (\sin (\varepsilon + \eta) - \sin (\varepsilon - \eta)) = 2r \sin \eta \cos \varepsilon$ folgt. Auch wird Cq $= r \sin \varepsilon$, welches die Projection des Poles giebt.

β) Für die Meridiane.

I. Wenn des orthographisch zu entwerfenden Meridians dQD (Fig. L.) Unterschied, von dem HQW des Orts W, welcher auf der Tafel durch die gerade Linie CH abgebildet wird, $= \lambda$ ist, und man sich nun von allen Punkten des Umfangs dQDP,

$dQDP$, wieder Parallellinien mit WO gedacht, so erhält man einen Strahlencylinder, dessen Grundfläche ein größter Kreis, nemlich der Meridian $dQDP$ ist, dessen Halbmesser also $= r$, und die Axe die Linie OW selbst ist. Da nun wieder die Tafel senkrecht steht auf der Axe OC , so muß auch des Meridians orthographische Projection eine Ellipse seyn, deren kleine Axe $a = 2r \sin \beta$, wenn jetzt β den Neigungswinkel der Axe OC des Strahlencylinders gegen die Ebene des zu projectirenden Meridians QU bedeutet (§. 86. II.). Dieser Neigungswinkel ist $= 90^\circ - \psi$, wenn ψ den Neigungswinkel der Durchschnittsebene, oder der Tafel $RHTr$, gegen die Ebene des Meridians QUP , als Grundfläche des Strahlencylinders bedeutet (§. 86. III.). Nun ist aber oben für diesen Neigungswinkel gefunden worden $\cos \psi = \sin \epsilon \sin \lambda$ (§. 69. 4.). Also ist $\sin \beta = \sin \epsilon \sin \lambda$, und also die kleine Axe a der Ellipse, welche die orthographische Projection des Meridians auf der Tafel abbildet, $= 2r \sin \epsilon \sin \lambda$. Die große Axe ist $= 2r =$ dem Durchmesser des Meridians (§. 86. 5.).

II. Wenn jetzt (Fig. L. und LI.) dqD die orthographische Projection des Meridians DQd , so weit derselbe hinter die Tafel fällt, vorstellt,

wo Dcd die Durchschnittslinie der Projection mit der Ebene der Tafel TDHd bedeutet, so ist zugleich diese Durchschnittslinie Dd selbst die große Axe der Ellipse dqD, oder des projectirten Meridians dQD, weil $Dd = 2r$. Die kleine Axe wird nunmehr auf die Linie μc , welche senkrecht auf Dd gezogen wird, von μ nach c , so daß $Ce = Ce =$ der halben kleinen Axe genommen werden muß, fallen, und für den Winkel $H\mu c = \varphi - 90^\circ$ (§. 69. Zus. I.), den diese Linie μc mit Dd macht, wird, wie oben, da dqD die stereographische Projection eines Meridians vorstellt, die Formel $\tan \varphi = -\cos \varepsilon \tan \lambda$ gebraucht werden können, wo den φ den Winkel HCD bezeichnet, den die große Axe Dd der Ellipse dqD mit HT macht. Die Gleichung für die Ellipse dqD wird seyn

$$y^2 = 2r \operatorname{cosec} \beta \cdot x - \operatorname{cosec} \beta^2 x^2$$

$$\text{welche wegen } \operatorname{cosec} \beta = \frac{1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \varepsilon \sin \lambda} =$$

$\operatorname{cosec} \varepsilon \operatorname{cosec} \lambda$, sich in

$$y^2 = 2r \operatorname{cosec} \varepsilon \operatorname{cosec} \lambda \cdot x - \operatorname{cosec} \varepsilon^2 \operatorname{cosec} \lambda^2 \cdot x^2$$

verwandelt, wo denn die Abscissen x , von dem Punkte D, oder d auf dem Durchmesser Dd an gerechnet, und die Ordinaten parallel mit μc , alle senkrecht auf Dd genommen werden müssen.

Aus dem bisherigen wird hinlänglich erhellen, die orthographischen Projectionen der Parallelen Meridiane, durch Verzeichnung der Ellipsen mittelst der Gleichungen des vorhergehenden §. in dem vorkommenden Falle sich werden entwerfen zu können, da zugleich die übrigen Dinge, welche die orthographische Projection betreffen, aus (§. 87. β II.) entnommen sind. Man kann aus den allgemeinen Formeln leicht die besondern Fälle, welche auf die orthographische Projection zu machen ist, Bezug haben, z. E. die orthographische Polarprojection, welche $\varepsilon = 0$, und die orthographische Äquatorialprojection, für welche $\varepsilon = 90^\circ$ genommen ist, herleiten. Die weitere Anwendung der orthographischen Projection, die davon in der Astronomie in der Lehre von den Finsternissen zu machen ist, die leichteste Methode, wie Ellipsen, aus den bekannten Abmessungen derselben zu zeichnen u. dergl. wäre hier zu weitläufig beyzubringen, und muß daher aus besondern Schriften über diesen Gegenstand z. E. de la Lande's Astronomie u. a. erlernt werden. Ich gebe also hier noch kürzlich das allgemeine von der orthographischen Projection beybringen.



nach allen dem Auge zugekehrten π
fläche der Kugel gerade Linien bis
fortzieht, so heißt die auf solche
Projection der vor dem Auge befind
QWP auf die Berührungsebene
projection, und es kommt nun
Regeln aufzufinden, nach denen si
 π ; die Projectionen der Meridia
kollkreise, in denen P und Q a
zeichnen lassen.

II. Die Ebene π soll die
Punkte V berühren, welcher den N
vom Pole Q habe. Ist nun QV
durch V; so sieht man leicht, daß
C sich in der Ebene desselben befindet

Centralprojection

I. Wenn man sich (Fig. LXV.) an gewissen Orte W einer Kugel DQP eine Zeichenebene $\mu\nu$ denkt, und das Auge in Mittelpunkte C dieser Kugel nimmt, darauf nach allen dem Auge zugekehrten Punkten der Fläche der Kugel gerade Linien bis an die Ebene führt, so heißt die auf solche Art entstehende Projection der vor dem Auge befindlichen Theile QWP auf die Zeichenebene $\mu\nu$, eine Centralprojection, und es kommt nun darauf an, Regeln aufzufinden, nach denen sich auf der $\mu\nu$, die Projectionen der Meridiane, und der Parallelkreise, in denen P und Q als Pole getzeichnet lassen.

II. Die Ebene $\mu\nu$ soll die Kugel in Punkte W berühren, welcher den Abstand QW vom Pole Q habe. Ist nun QWP ein Meridian durch W , so sieht man leicht, daß, weil das C sich in der Ebene desselben befindet, die Centralprojection davon auf der Tafel $\mu\nu$ nothwendig gerade ohne Ende sich laufende, auf CW senkrecht stehende Linie sein muß, auf der z. B. Stück wie Wq insbesondere des Bogens Projection seyn wird.

III. Hi

ebene QWP des Orts W , an welchem die Tafel $\mu\nu$ die Kugel berührt, so wird, wenn man sich die Ebene des Winkels ECF in dem Aequator bis an die Tafel $\mu\nu$ erweitert gedenkt, ihr Durchschnitt ef mit der Tafel, die centrale Projection des dem Winkel ECF zugehörigen Bogens EF des Aequators vorstellen, und verlängert man diese Linie nach beyden Seiten über F und e hinaus, so erhält man die ganze Projection des Aequators, welche allemal eine auf mn , der Durchschnitts-
linie des Meridians QWP mit der Tafel, senkrecht stehende Linie ea seyn wird, weil die Ebene eCf , als ein Stück von der erweiterten Ebene des Aequators, senkrecht ist auf der Ebene des Meridians QWP, und auf dieser Ebene QWP auch die Tafel $\mu\nu$ in dem Berührungspunkte W senkrecht steht, mithin auch beyder Ebenen Cef und $\mu\nu$, gemeinschaftlicher Durchschnitt ef auf der Ebene des Meridians QWP, mithin auf den in dieser Ebene QWP befindlichen Linien eC , en senkrecht stehen muß.

VI. Auch wird der Triangel qCf , in welchem qf , die Projection von dem Quadranten QF des Meridians QFP vorstellt, bey C rechtwinklig seyn, weil qC , oder QC auf der Ebene des Aequators ECF , also auf CF oder Cf senkrecht steht.

VII. Die

plane QVP des Orts V, an
 zu die Kugel berührt, so wird,
 Ebene des Winkels ECF in dem
 die Tafel $\mu\nu$ erweitert gedacht, ist
 mit der Tafel, die centrale Pri-
 Winkel ECF zugehörigen Bogens-
 toris vorstellen, und verlängert
 nach beyden Seiten über F und
 man die ganze Projection des Aequa-
 allemal eine auf mn, der A-
 linte des Meridians QN
 Tafel, senkrecht stehende
 wird, weil die Ebene eCf, als
 der erweiterten Ebene des Aequator
 auf der Ebene des Meridians Q
 dieser Ebene QVP auch die
 Berührungspunkte V senkrecht ste-
 beider Ebenen Cef und $\mu\nu$, 9
 Durchschnitt ef auf der Ebene
 QVP, mithin auf den in dieser E-
 findlichen Linien eC, en senkrecht

VI. Auch wird der Triangel
 dem qf, die Projection von dem
 des Meridians QFP vorstellen, bey-
 seyn, weil qC, oder QC auf der E-
 toris ECF, also auf CF oder Cf senk-

$e\alpha$ senkrecht gezogen werden muß, um die Projection des Aequators zu erhalten, hat man $Wc = CW$, $\text{tang } WCe = r \cot \epsilon$.

5. Für den Punkt f auf $e\alpha$, nach welchem von q aus die gerade Linie qf , für die Projection des Quadranten QF des Meridians (1.) gezogen werden muß, hat man in dem bey e rechtwinklichten Dreyecke Cef (V.)

$$ef = Cc, \text{ tang } eCf$$

Über $Cc = r \text{ cosec } \epsilon$ aus dem rechtw. Dreyecke CWe , und $eCf = ECF = \lambda$, also für den Punkt f auf der Tafel wird

$$ef = r \text{ cosec } \epsilon \text{ tang } \lambda.$$

6. Wenn man auf diese Art ϵ nach und nach $\lambda = 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ$ ic. setzt, so kann man auf $e\alpha$, die Punkte 10, 20, 30 ic. bestimmen, durch welche die Meridiane $q\ 10; q\ 20; q\ 30$ ic. von 10 zu 10 Graden gezogen werden können, welches auf eine ähnliche Art wenn man will, von 5 zu 5 oder von einzeln zu einzeln Graden geschehen kann.

7. Um einen beliebigen Meridian wie qf in perspectivische Grade, oder auch von 5 zu 5 oder 10 zu 10 Graden abzutheilen, gedenke man sich von allen Theilpunkten des Quadranten QF aus C gerade Linien bis an qf gezogen, so erhält man qf gehörigermassen eingetheilt. Man kann sich am

nehmen dazu eines ein für allemahl in seine
 theile, oder wie man sonst will, eingetheilten recht
 Winkels C (Fig. LXVIII.) bedienen, auf
 dem einen Schenkel man die Linie Cq der LXVten
 Figur trägt, und sodann mit der Hypothenuse qf
 rechtwinklichten Dreyecks qCf. (Fig. LXV.)
 an dem andern Schenkel des erwähnten rechten Winkels
 C durchschneidet, da denn die aus C auslaufende
 Theilungslinien, die Linie qf in die verlangten
 Theile abtheilen werden, die man demnachst nur
 qf der LXVten Figur wieder abtragen darf,
 die Punkte 10, 20, 30 &c. zu erhalten, welche
 hier von 10 zu 10 Grad des Abstandes vom
 Meridiane die perspectivische Abtheilung des Meridians
 darstellen. Auf eine ähnliche Art, können alle
 übrigen Meridiane q 10, q 20 &c. vermittlest des
 rechten Winkels (Fig. LXVIII.) abgetheilt
 werden.

8. Begreiflich können die Linien wie Cq, ef,
 q, We, ef (1. — 5.) auch durch Construction
 rechtwinklichten Dreyecke in denen sie vorkom-
 men, gefunden werden, wenn man sie nicht nach
 (1. — 5.) angegebenen Formeln berechnen will;
 Rechnung wird aber freylich alles viel genauer
 geben. Man kann dabey den Halbmesser r etwa in
 100 oder 10000 Theile eingetheilt seyn lassen.

9. So kann man denn statt der Construction (7.) zur Eintheilung eines Meridians wie qf, auch folgende Rechnung anwenden.

Gesezt, der Punkt Z auf dem Meridiane pf, solle dem Punkt z, der auf der Kugel den Abstand $\eta = Qz$ vom Pole Q habe, entsprechen, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf erstlich Cq, als Hypothenuse des rechtwinklichten Dreyecks CWq bekannt, nemlich $Cq = r \sec \epsilon$. Ferner hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Cef die Hypothenuse $Cf = Ce \cdot \sec eCf = r \operatorname{cosec} \epsilon \cdot \sec \lambda$, und dies ist die zweite Seite in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf, woraus sich die Hypothenuse $qf = \sqrt{Cq^2 + Cf^2} = r \sqrt{\sec^2 \epsilon + \operatorname{cosec}^2 \epsilon \sec^2 \lambda}$,

und der Winkel $Cqf = x$ durch $\tan x = \frac{Cf}{Cq} =$

$\frac{\operatorname{cosec} \epsilon \cdot \sec \lambda}{\sec \epsilon} = \frac{\sec \lambda}{\sec \epsilon^2}$ findet. Nun sind also

in dem Dreyecke CqZ bekannt $Cq = r \sec \epsilon$, der Winkel $q = x$, und $qCZ = \eta$, woraus sich leicht $qZ = \frac{r \sec \epsilon \cdot \sin \eta}{\sin (\eta + x)}$ herleiten und be-

rechnen läßt.

10. Wenn ein jeder Meridian gehörig ein-
getheilt worden ist, so darf man nur durch die
gleich-

gleichnamigten Punkte aller entworfenen Meridiane, krumme Linien führen, so ergeben sich die projectirten Paralleltreise von selbst, für deren Zeichnung keine besondern weidläufigern Vorschriften nöthig sind. g 40 h stellt z. E. einen dergleichen durch den 50ten Grad des Abstandes vom Pole vor.

II. Es werden sich bey der Centralprojection die Paralleltreise selten als wirkliche Kreise auf der Tafel uv abbilden. In den meisten Fällen werden sie Ellipsen, oder andere Kegelschnitte, die nicht bequem durch eine stetige Bewegung zu beschreiben sind. Nur in dem Falle, wenn W in Q fällt, also die Tafel die Erdfugel in einem ihrer Pole berührt, bilden sich die Paralleltreise auch als Kreise ab, und könnten, wenn ihre Halbmesser nicht zu groß ausfallen, aus ihren Mittelpunkten beschrieben werden.

IX. 1. Man gedente sich nun ferner durch E , oder durch das Auge des Beobachters, eine Horizontalfläche, und die Kugel $QWPD$, von der bisher die Rede war, sey jetzt insbesondere die Himmelskugel, welche von jener Horizontalfläche in dem größten Kreise WSK , auf welchem die Tafel in dem Berührungspunkte W senkrecht stehe, geschnitten werde, so wird auch dieser Horizont KSW ,

KSW, als ein größter Kreis, sich auf der Tafel $\mu\nu$ als eine gerade Linie abbilden müssen, und wenn nun der Punkt R auf der Kugel das Zenith des Horizontes KSW, mithin der Quadrant RW ein Scheitelfreis durch den Berührungspunkt W wäre, so würde auch die Projection des Verticalkreises RW, eine gerade Linie WR auf der Tafel $\mu\nu$ seyn müssen, deren Lage gegen Wq, sich aus dem Winkel qWR, welcher nothwendig, weil WR, Wq, Berührungslinien der Bögen WR, WQ sind, dem sphärischen Winkel RWQ gleich seyn muß, würde bestimmen lassen.

2. Dieser sphärische Winkel RWQ kann sehr leicht aus dem sphärischen Dreiecke RWQ berechnet werden. Man gedente sich durch den Pol Q und den Scheitelpunkt R einen größten Kreis QRS, so muß dieser, wie die Astronomie lehrt, nothwendig der Mittagskreis des Beobachters seyn, dem der Horizont KSW zugehören würde. Der Bogen WS auf dem Horizonte wäre dann das Azimuth des Punktes W, wo die Tafel den Horizont berührt, und dem Maße des sphärischen Winkels SRW gleich, dessen Ergänzung zu 180° der sphärische Winkel QRW ist; der Bogen QR muß dann ferner der Ergänzung der Polhöhe des Beobachters C zu 90° , und $RW = 90^\circ$ seyn.

Heißt

9. Es kann man denn statt der Construction (7.) zur Eintheilung eines Meridians wie qf , auch folgende Rechnung anwenden.

Gesezt, der Punkt Z auf dem Meridiane pf , solle dem Punkt z , der auf der Kugel den Abstand $r = Qz$ vom Pole Q habe, entsprechen, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf erstlich Cq , als Hypöthenuse des rechtwinklichten Dreyecks CWq bekannt, nemlich $Cq = r \sec \varepsilon$. Ferner hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Cef die Hypöthenuse $Cf = Ce \cdot \sec eCf = r \operatorname{cosec} s \cdot \sec \lambda$, und dies ist die zweite Seite in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf , woraus sich die Hypöthenuse $qf = \sqrt{(Cq^2 + Cf^2)} = r \sqrt{(\sec^2 s + \operatorname{cosec}^2 \varepsilon \sec^2 \lambda)}$,

und der Winkel $Cqf = x$ durch $\tan x = \frac{Cf}{Cq} =$

$\frac{\operatorname{cosec} \varepsilon \cdot \sec \lambda}{\sec \varepsilon} = \frac{\sec \lambda}{\sec \varepsilon^2}$ findet. Nun sind also

in dem Dreyecke CqZ bekannt $Cq = r \sec \varepsilon$, der Winkel $q = x$, und $qCZ = \eta$, woraus

sich leicht $qZ = \frac{r \sec \varepsilon \cdot \sin \eta}{\sin (\eta + x)}$ herleiten und be-

rechnen läßt.

10. Wenn ein jeder Meridian gehörig ein-
getheilt worden ist, so darf man nur durch die
gleich-

$\cos \varepsilon = - \cos a \cos p$, den Winkel oder Bogen ε (wo sich denn, wer mit der Trigonometrie umzugehen weiß, leicht ergiebt, unter welchen Umständen ε spitzig oder stumpf wird), so kann man daraus, nach (VIII. 1—5.), ferner die Linie Wq. für die Projection des Poles, und We, für die Projection des Punktes e , durch welchen senkrecht auf qe , der Aequator afa gezogen werden muß, finden. Daraus ergeben sich dann weiter die Meridiane durch q , mit ihren Abtheilungen (VIII. 7.); und die Parallelfreise (Das. 10.), und eine Linie Wk, senkrecht durch W auf Wk gezogen, wird endlich die Projection des Horizontes durch W, auf der Tafel abbilden.

Die einzelnen Fälle, in Absicht auf die Annahme des Berührungspunktes W, hier alle durchzugehen, würde zu weitläufig seyn, man wird sie aber zumahl wenn man einen Globum zu Hülfe nimmt, leicht aus dem bisherigen von selbst herleiten.

XI. In der LXVten Figur, ist angenommen worden, daß der Punkt W des Horizontes Nordost sey, und zwar Nordost im Berliner Horizonte, für welchen $p = 52^{\circ}.31'$. Da nun Nordost im Horizonte um $90^{\circ} + 45^{\circ}$ von dem Punkte Süd entfernt, also das Azimuth $a = 90^{\circ} + 45^{\circ}$ ist, so hat man wegen $\cos a = \cos (90^{\circ} + 45^{\circ}) =$
 $- \cos$

KSW , als ein größter Kreis, sich auf der Tafel als eine gerade Linie abbilden müssen, und wenn nun der Punkt R auf der Tangente des Zeniths des scheinbaren KSW , mithin der Quadrant RW ein Scheitelpunkt durch den Berührungspunkt W werden, so werde auch die Projection des Verticalkreises RW , eine gerade Linie Wr auf der Tafel seyn müssen, deren Lage gegen Wq sich auf dem Winkel qWr , welcher notwendig, weil Wr , Wq Berührungslinien der Bögen WR , WQ sind, dem sphärischen Winkel RWQ gleich seyn muß, bestimmen lassen.

4. Dieser sphärische Winkel RWQ kann sehr leicht aus dem sphärischen Dreiecke RWQ berechnet werden. Man gedente sich durch den Pol Q und den Scheitelpunkt R einen größten Kreis QRS , so muß dieser, wie die Astronomie lehrt, notwendig der Mittagskreis des Beobachters seyn, den den Horizont KSW schneiden würde. Der Bogen WS auf dem Horizonte wäre dann das Azimuth des Punktes W , wo die Tafel den Horizont berührt, und dem Maße des sphärischen Winkels SRW gleich, dessen Ergänzung zu 180° der sphärische Winkel QRW ist; der Bogen QR muß dann ferner der Ergänzung der Polhöhe des Beobachters C zu 90° , und RW zu 90° seyn.

wie ab. und etwa noch 1 Zehntel desselben gleich
 genommen worden. Dies gab den Punkt q für
 die Projection des Poles, und eben so, $We =$
 $0,427$ genommen, den Punkt e, für den durch e
 senkrecht auf eq zu ziehenden Aequator $\alpha\alpha$. Nun
 wurde (Fig. LXVII.) mit dem Halbmesser $Ce =$
 $\text{cosec } \varepsilon = 1,108$ ein Quadrant beschrieben, dieser
 in 9 gleiche Theile, also von 10 zu 10 Graden
 abgetheilt; und durch jeden Theilpunkt aus C eine
 gerade Linie bis an die durch e errichtete Tangente
 gezogen, worauf die Stücke dieser Tangente,
 nemlich e 10, e 20, e 30 u. dergl., abgefaßt, und
 (Fig. LXVI.), rechts und links des Punktes e,
 auf den Aequator $\alpha\alpha$ getragen wurden, um die
 Punkte 10, 20, 30 u. dergl. rechts und links des Punk-
 tes e zu erhalten, durch welche die Meridiane von
 q aus gezogen werden konnten. Um diese Meri-
 diane von 10 zu 10 Graden abzutheilen, so wurde
 (Fig. LXVIII.) auf dem einen Schenkel des
 rechten Winkels (VIII. 7.) $Cq = 2,323$ ge-
 macht, und dann mit jedem Meridiane der LXVIIen
 Figur, wie qe, q 10; qf, q α u. dergl., so ver-
 fahren, wie (VIII. 7.) gezeigt worden. Durch
 die gleichnamigten Theilpunkte ließen sich hierauf
 sehr leicht die krummen Linien für die Projectionen
 der Parallellkreise zeichnen (VIII. 10.). Die ganze
 Zeich-

$\cos a = \cos p$ (VIII. 1) — $\cos a = \cos p$ (VIII. 1) — $\cos a = \cos p$ (VIII. 1) —
 Wegen: Es sei \sin , was mit der Eigenschaft
 anzuwenden weiß, leicht erhalte, unter welcher
 Umständen a spitzig oder stumpf wird), so hat
 man daraus, nach (VIII. 1 — 5), ferner die
 Sinus Vq , für die Projection des Punktes q , und Vw
 für die Projection des Punktes e , durch welche
 senkrecht auf qe , der Aequator $afac$ gezogen wer-
 den muß, finden. Daraus ergeben sich dann wei-
 ter die Meridiane durch q , mit ihren Abtheilungen
 (VIII. 7), und die Parallellkreise (das. 10. 1), und
 eine Linie Wk , senkrecht durch W auf VVr ge-
 gen, wird endlich die Projection des Horizontes
 durch W , auf der Tafel abbilden.

Die einzelnen Fälle, in Absicht auf die Annahme
 des Berührungspunktes V , hier alle durchzugehen,
 würde zu weitläufig seyn, man wird sie aber
 summiert wenn man einen Globum zu Hülfe nimmt,
 leicht aus dem bisherigen von selbst herleiten.

XI. In der LXVten Figur, ist angenommen
 worden, daß der Punkt W des Horizontes Nordost
 sey, und zwar Nordost im Berliner Horizonte, für
 welchen $p = 52^\circ 31'$. Da nun Nordost im Hori-
 zonte um $90^\circ + 45^\circ$ von dem Punkte Süd ent-
 fernt, also das Azimuth $a = 90^\circ + 45^\circ$ ist, so
 hat man wegen $\cos a = \cos (90^\circ + 45^\circ) =$
 $= -\cos$

kugel zu entwerfen, würde Unbequemlichkeit
 ben, weil bey der Centralprojection, Entfern
 wie es u. dergl. (Fig. LXV.) nach den Ent
 der zugehörigen Bögen EF anwachsen, al
 bald so groß werden, daß der Raum des P
 nicht mehr verstattet, die Punkte wie f, u
 auch die weit von qe wegfallenden Merid
 zu zeichnen. Ausserdem würden die Ster
 welche zu weit von dem Mittel der Tafel u
 gen kommen, sehr merklich verunstaltet er
 weil man selten das Auge in die gehörige
 nung hält, für welche der perspectivische C
 verfertigt worden ist. Es ist daher immu
 sam, den Himmel auf mehrere Platten, wi
 pelmair gethan hat, zu entwerfen. In
 den vorhin erwähnten 6 Seitenflächen des
 Kugel beschriebenen Würfels berühren die
 in den Polen, zwey in den Aequinoctialp
 und zwey in den Punkten des Aequators,
 welche die Colure gehen. So ist also au
 Doppelmairischen Charte ein Se
 der Himmelskugel nach der Centralproject
 zeichnet.

II. Wenn man diese Charten betrach
 wird man finden, daß nur auf denjenigen,
 den Polen zugehören, also auf der 20te

man zu entwerfen, würde. Aufmerksamkeiten zu
 hen, weil bey der Centralprojection, Entfernungen
 nie: of n. dergl. (Fig. LXY.) nach den Abständen
 der zugehörigen Bögen EF ausmessen, also sich
 bald so groß werden, daß der Raum des Papiers
 nicht mehr gestattet, die Punkte wie F., und also
 auch die weit von qe wegfallenden Meridiane af
 zu zeichnen. Außerdem würden die Sternbilder,
 welche zu weit vom Mittel der Tafel wegzu-
 liegen kommen, sehr merklich verunstaltet erscheinen,
 weil man selten das Auge in die gehörige Entfer-
 nung hält, für welche der perspectivische Entwurf
 verfertigt worden ist. Es ist daher immer rat-
 sam, den Himmel auf mehrere Platten, wie Dop-
 pelmaier gethan hat, zu entwerfen. Zwen von
 den vorhin erwähnten 6 Seitenflächen des um die
 Kugel beschriebenen Würfels berühren die Kugel
 in den Polen, zwey in den Aequinoctialpunkten,
 und zwey in den Punkten des Aequators, durch
 welche die Colure gehen. So ist also auf jeder
 D o p p e l m a i e r i s c h e n Charte ein Sechstheil
 der Himmelstugel nach der Centralprojection ge-
 zeichnet.

II. Wenn man diese Charten betrachtet, so
 wird man finden, daß nur auf diejenigen, welche
 den Polen zugehören, also auf der nördlichen und

hält zu dieser Absicht um 1602 berechnete Tafeln für einzelne Sternbilder. Die 2te Ausgabe ist von Langmantel zu Augsburg 1679 erschienen. Kirchers *Ars magna lucis et umbrae* beschreibt auch diese Erfindung, an welcher vor Orienbergern Niemand gedacht habe.

IV. Hierher gehören auch die kleinen Sternkarten, welche Hr. Prof. Bode seiner Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels beugefügt hat. Die perspectivische Tafel zu ist bey diesen Karten senkrecht auf den Horizont von Berlin, und der Berührungspunkt W jederzeit so angenommen, daß der abgebildete Theil des Himmels die vorzüglichsten Sternbilder in diesem oder jenem Monate darstellt. B. E. für den Monat Jul. ist der Berührungspunkt W in Nord Ost (N. O.) angenommen, wie in (S. 89. XL) und die Karte erstreckt sich auf dem Horizonte linker Hand des durch den Berührungspunkt gehenden Verticalkreises bis Norden, und rechter Hand bis Osten, so daß die unterste Seite dieser und so einer jeden Karte, den 4ten Theil vom Kreise des Horizontes, oder 90 Grade desselben, nach den 8 dazwischen liegenden Weltgegenden abgetheilt vorstellt. Die Projection noch weiter auf dem Horizonte hinaus auszudehnen, würde

erwähnte Unbequemlichkeit haben, daß die Bilder an den Grängen der Charte zu sehr enger würden. So ist denn aus eben dem Grunde die Ausdehnung jeder Charte nach der Länge so weit eingeschränkt, daß diese Verunstaltung gar zu beträchtlich, in Absicht auf die Karten, die am obern Rande der Charte zu liegen kommen, Sternbilder ausfällt. Durch die auf dem obern bemerkten Punkte oder Weltgegenden, die man sich die Verticalkreise als gerade Linien, von denen jedoch nur die mittelften, den Punkt, wo die Tafel den Horizont berührt, und durch die beyden äußersten, wirklich gezogen sind. Jede Weltgegend, welche auf dem obern Rande der Charte, oder auf dem obern, rechts und links des Berührungspunktes der Tafel bezeichnet ist, steht von diesem Berührungspunkte, in dem Verhältnisse der Tangente ihres Abweichungswinkels von jenem Berührungspunkte ab, die Tangente für den Halbmesser der Kugel genommen. D. h. wenn eine Weltgegend den Winkel α , mit derjenigen, die die Tafel den Horizont berührt, macht, so ist der Abstand auf der Tafel von dem gedachten Berührungspunkte $= r \tan \alpha$ (wie z. B. Wlk.

(Fig. LXVI) $\equiv \tan 45^\circ$ war). Bedenkt man sich nun durch diese Weltgegend einen Verticalkreis, als eine gerade, auf dem abgebildeten Horizonte senkrecht stehende Linie, und soll ein gewisser Punkt dieser Linie der Erhöhung β über dem Horizonte entsprechen, so muß solche in dem Verhältnisse der Tangente dieses Winkels β genommen werden, als den Halbmesser $r \sec \alpha$, d. h. auf der Tafel wird dieser Punkt, welcher der Höhe β zugehört, die Erhöhung $r \sec \alpha \cdot \tan \beta$, über dem Horizonte kVh haben müssen. Darauf gründen sich die Abtheilungen auf den Rändern dieser Sterncharten; man könnte auf diese Art jeden projectirten Verticalkreis nach den Graden der Höhe abtheilen, und durch die correspondirenden Punkte Paralleltreise mit dem Horizonte entwerfen. Es sind aber, solche auf den erwähnten Charten nicht mit verzeichnen, um die Figur nicht mit gar zu viel Linien anzufüllen. Die Sterne sind nach ihrer geraden Aufsteigung und Abweichung in die Blerecte, welche die Meridiane und Parallelen auf jedem Chärtchen machen, eingetragen worden. Der Gebrauch dieser Charten, um die Sterne kennen zu lernen, ist in der Schrift selbst, zu der sie gehören, umständlich erläutert. Von ihrer Verzeichnungsart handelt auch im Allgemeinen Lamberts freye Perspective,

oder

(Fig. LXVI.) $\tan \beta = \frac{r}{a}$ (oder) $\tan \beta = \frac{r}{a}$. So wie man nun durch diese Abtheilung einen Verticalkreis, als eine gerade, auf dem abgetheilten Horizonte senkrecht stehende Linie, und soll ein gewisser Punkt dieser Linie der Erhöhung β über dem Horizonte entsprechen, so muß solche in dem Verhältnisse der Tangente dieses Winkels β genommen werden, als den Halbmesser r sec α , d. h. auf der Tafel wird dieser Punkt, welcher der Höhe β zugehört, in Erhöhung r sec $\alpha \cdot \tan \beta$, über dem Horizonte LXXI haben müssen. Daraus gründen sich die Abtheilungen auf den Rändern dieser Sterncharten; man könnte auf diese Art jeden projectirten Verticalkreis nach den Graden der Höhe abtheilen, und durch die correspondirenden Punkte Parallellkreise mit dem Horizonte entwerfen. Es sind aber, solche auf den erwähnten Charten nicht mit verzeichnet, um die Figur nicht mit gar zu viel Linien anzufüllen. Die Sterne sind nach ihrer geraden Aufsteigung und Abweichung in die Vierecke, welche die Meridiane und Parallelen auf jedem Chärtchen machen, eingetragen worden. Der Gebrauch dieser Charten, um die Sterne kennen zu lernen, ist in der Schrift selbst, zu der sie gehören, umständlich erläutert. Von ihrer Verzeichnungsart handelt auch im Allgemeinen Lamberts *neue Perspectiva*,
oder

II. Was zu einem solchen Streifen allg
nötig wäre, läßt sich etwa so übersehen.

Man gedente sich auf einer Kugel
gleichschenkligen sphärischen Triangel, dessen
in dem Pole, und jeder Schenkel dem Quad
eines Meridians; die Grundlinie aber dem
des Aequators gleich sey; den jene Quad
zwischen sich fassen, und zeichne nun (Fig. I.
eine ebene Figur auf dem Papiere, von d
schaffenheit, daß die beyden Bögen PA, PB
Meridianquadranten, die gerade Linie AB
jenem Bogen des Aequators gleich genommen.
so ist klar, daß zwar jeder der beyden Böge
PB, für sich allein, in einen Meridianquab
so wie die gerade Linie AB, in einen Bog
Aequators gekrümmt werden könnte, allein in
Verbindung unter einander, wird das krumm
ebene Dreyeck ABP, wie man auch die drey
Linien PA, PB, AB zeichnen mag, nie voll
auf das sphärische gekrümmt werden können
es dasselbe in allen Punkten bedeckte, sondern
man L. E. die gerade Linie AB nach dem
des Aequators gekrümmt hätte, so werden P
PB nicht auf die Meridianquadranten passen
wenn PA, PB passen, so wird AB nicht
Bogen des Aequators anschließen können.

II. Was zu einem solchen Entziffern nöthig wäre, läßt sich eben so übersetzen. Man gebe eine Kugel auf einer Kugel einen gleichförmigen sphärischen Triangel, dessen Spitze in dem Pole, und jeder Seitenbogen dem Quodranten eines Meridians, die Grundlinie aber dem Bogen des Aequators gleich sey, den jene Quodranten zwischen sich fassen, und zeichne nun (Fig. LXIX.) eine ebene Figur auf dem Papiere, von der Beschaffenheit, daß die beyden Bögen PA, PB zwey Meridianquadranten, die gerade Linie AB mit jenem Bogen des Aequators gleich genommen würde, so ist klar, daß zwar jeder der beyden Bögen PA, PB, für sich allein, in einen Meridianquadranten, so wie die gerade Linie AB, in einen Bogen des Aequators gekrümmt werden könnte, allein in ihrer Verbindung unter einander wird das krummlinigte ebene Dreyeck ABP, wie man auch die drey Grundlinien PA, PB, AB zeichnen mag, nie vollkommen auf das sphärische gekrümmt werden können, daß es dasselbe in allen Punkten bedecke, sondern wenn man z. E. die gerade Linie AB nach dem Bogen des Aequators gekrümmt hätte, so würden PA und PB nicht auf die Meridianquadranten passen, oder wenn PA, PB passen, so wird AB nicht an den Bogen des Aequators anschließen können. Kurz

nach EP die Länge eines Quadranten erhält der ganze Papierstreifen APB die Ründe Kugelfläche annimmt. Man hätte zwar ein Perpendikel EP sogleich einem Meridianquadranten gleich nehmen können, aber alsdann würde BP auf dem Papiere länger, als ein Quadrant ausfallen, und wenn nun AB Bogen des Aequators, EP aber in den Quadranten gekrümmt würde, so müßten, nun AP, BP auf der Kugel sich auch in Querten krümmen sollten, dieselben verkürzt, welches ohne Falten und Runzeln nicht geschehen könnte. Es ist also vortheilhafter, die AP, BP Quadranten gleich zu nehmen, EP kürzer, als ein Quadrant werde, und dann, nach gehöriger Anfeuchtung des P die ganze Figur, bloß durch eine Dehner Theile, in die kugelförmige Rund gebracht werden kann, wodurch Falten und Runzen vermieden werden, die allemahl statt finden, als Theile eines Papierstreifens sich verkürzen, um eine gewisse Rundung anzunehmen.

IV. Da aber ein jeder Papierstreifen einen gewissen Grad der Dehnung verträgt zu zerreißen, so sieht man leicht, wie hierbei Größe des Papierstreifens, der eine Kugel

nach EP die Länge eines Quadranten bestimmt, und der ganze Papierstreifen APB die Kugelfläche umnimmt. Man bringe denselben auf Herkulespapier EP, so gleich einem Kugelflächenplan gleich nehmen können, aber abspann, und strecke ihn auf BP auf dem Papiere längen, und ziehe, so daß Quadrant ausfallen, und wenn nun A Punkt des Bogen des Hoquators, EP aber in dem Meridian quadranten getrennt werde, so möglich, strecke man AP, BP auf der Kugel, so auch in Quadranten strecken sollen, dieselben bestreuen, welches ohne Faden und Klumpen nicht geschehen könnte. Es ist also vortheilhafter, beide Streifen AP, BP Quadranten gleich zu nehmen, so daß EP länger, als ein Quadrant werde, weil alsdann, nach gehöriger Aufspannung des Papiers, die ganze Figur, bloß durch eine Dehnung ihrer Theile, in die kugelförmige Richtung gebracht werden kann, wodurch Faden und Klumpen vermieden werden, die allemahl statt finden, so bald als Theile eines Papierstreifens sich verdrängen müssen, um eine gewisse Dichtung anzunehmen.

IV. Da aber ein jeder Papierstreifen mit einem gewissen Grad der Dehnung verfährt, ohne zu zerreißen, so sieht man leicht, wie hierdurch bei Größe des Papierstreifens, der eine Kugeldichtung

wird AB zu 30 Graden angenommen; damit 12 dergleichen Segmenten, wie APB Halbkugel, und mit 12 andern ähnlichen andere Halbkugel überzogen werden kann. Oft wird aber an ein Segment, wie APB gleich auch das entgegengesetzte für die Halbkugel gezeichnet, so daß beym Aufzieh eine Hälfte APB bis an den Nordpol, und andere ABQ bis an den Südpol reicht.

V. Innerhalb eines jeden Segmentes APB , müssen in den gehörigen Abständen, welcher Punkt den Pol bezeichnet, krumme wie $a f b$, verzeichnet werden, welche sich in von Parallellkreisen krummen, wenn das Segment auf die Kugelfläche gezogen wird. Wenn man unendlich nahe bey $a f b$ einen andern Parallellkreistreck denkt, so ist zwischen beyden ein unendlich dünner Streifen des Segments enthalten, und dieser Streifen muß, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, eine unendlich schmale Zone auf der Kugel bedecken, und die Figur $abcd$ stellt auf dem Papiere die Abwicklung dieser Zone dar. Nun kann aber ein Streifen der Kugelzone $abcd$ (Fig. LXVII.) als eine unendlich schmale Zone von einem Kegel betrachtet

zwey AB zu 90. Graden angenommen; so kann mit 12. dergleichen Segmenten, wie APB, eine Halbkugel, und mit 12 andern ähnlichen die andere Halbkugel überzogen werden. Wenn dies oft wird aber an ein Segment, wie APB, so gleich auch das entgegengesetzte für die andere Halbkugel gezeichnet, so daß beym Aufsetzen die eine Hälfte APB bis an den Stülpel, auch die andere ABQ bis an den Culpol reiche.

§. V. Innerhalb eines jeden Segments, wie APB, müssen in den gehörigen Abständen von B, welcher Punkt der Pol bezeichnet, Kreise gezogen, wie $a f b$, bezeichnet werden, welche sich in Bögen von Parallellkreisen krümmen, wenn das Segment auf die Kugelfläche gezogen wird. Wenn man sich unendlich nahe bey $a f b$ einen andern Parallel denket, so ist zwischen beyden ein unendlich schmaler Streifen des Segments enthalten, und dieser Streifen muß, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, eine unendlich schmale Zone auf der Kugel bedecken, und die Figur $abcd$ stellt also auf dem Papiere die Abwicklung dieser Zone in eine ebene Fläche dar. Nun kann aber eine jede Kugelzone $abcd$ (Fig. LXVII.) als eine unendlich schmale Zone von einem Kegel betrachtet werden,

blane AP entsprechen soll, mit einem Halbmesser $ap = r \cot \beta$, aus dem Mittelpunkt p, den man in der Verlängerung von EP annimmt, innerhalb des Segments APB, einen Kreisbogen afb, so wird, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, sich dieser Kreisbogen in den Bogen afb eines Parallels (Fig. XXVII.) krümmen, der der geographischen Breite β entspricht.

VII. Wenn af (Fig. XXVII.) die Hälfte des Bogens ab ist, so wird, wenn der ganze Bogen x Parallelgrade faßt, $af = \frac{1}{2} x$ Grad. Nun ist aber der Halbmesser des Parallelkreises $ba\beta = r \cos \beta$ (h. 47. V.), und der Umfang desselben $= 2r \pi \cos \beta$, wenn π die Eudolphische Zahl bedeutet, mithin die Länge eines Grades auf dem

$$\text{Parallel } ba\beta = \frac{2r \pi \cos \beta}{360} = \frac{r \pi \cos \beta}{180}, \text{ also}$$

$$\text{die Länge von } \frac{1}{2} x \text{ Graden } \frac{\frac{1}{2} x r \pi \cos \beta}{180}. \quad \text{Es}$$

lang wird also nun auch der mit dem Halbmesser $pa = r \cot \beta$ beschriebene Bogen af (Fig. LXIX) seyn müssen; man heiße den Winkel apf, welcher am Mittelpunkte p dem Bogen af entspricht, in Graden $= \mu$, so muß auch des Bogens af Länge

kleine AP entsprechen soll, mit einem Halbmesser $ap = r \cos \beta$, aus dem Mittelpunkte p, so man in der Verlängerung von EP, anhebt, innerhalb des Segments APB, einen Kreisbogen af, so wird, wenn das Segment af, die Regel gezogen wird, sich dieser Kreisbogen in den Bogen af eines Parallels (Fig. XXVII.) krümmen, der der geographischen Breite β entspricht.

VII. Wenn af (Fig. XXVII.) die Hälfte des Bogens ab ist, so wird, wenn der ganze Bogen κ Parallelgrade faßt, $af = \frac{1}{2} \kappa$ Grad. Das ist aber der Halbmesser des Parallels, daß $ap = r \cos \beta$ (§. 47. V.), und der Umfang desselben $= 2r \pi \cos \beta$, wenn π die Eudolpische Zahl bedeutet, mithin die Länge eines Grades auf dem Parallel $ba\beta = \frac{2r \pi \cos \beta}{360} = \frac{r \pi \cos \beta}{180}$, also

die Länge von $\frac{1}{2} \kappa$ Graden $\frac{\frac{1}{2} \kappa r \pi \cos \beta}{180}$. Co

lang wird also nun auch der mit dem Halbmesser $pa = r \cos \beta$ beschriebene Bogen af (Fig. LXIX.) seyn müssen; man heiße den Winkel apf, welcher am Mittelpunkte p dem Bogen af entspricht, in Graden $= \mu$, so muß auch des Bogens af Länge

=

leicht einzusehen ist, daß für den Bogen PaA seine willkürliche Krümmung angenommen werden kann.

X. Man falle von a ein Perpendikel ah , auf EP , und heiße solches $= y$, so ist $y = pa \cdot \sin \alpha \phi = r \cot \beta \cdot \sin \mu$ (VII.), wo μ durch β und x bekannt ist (VIII.). Man weiß also für jeden Punkt a , dem die geographische Breite β entsprechen soll, die Ordinate y der krummen Linie AaP .

XI. Wie groß aber die zugehörige Abscisse $Eh = x$ genommen werden müsse, ist nicht so gar leicht zu bestimmen; und doch müssen für jeden Punkt a Abscisse und Ordinate bekannt seyn, wenn sich die krumme Linie AaP auf dem Papiere, mithin das Segment APB , in welchem der Bogen PB völlig wie PA verzeichnet wird, soll construiren lassen.

Man kann aber die Abscisse Eh , welche jedem Punkte a der krummen Linie AaP zugehört in völliger Schärfe nicht anders als durch Hülfe der Integralrechnung finden. Das Verfahren dazu findet man in Hrn. Hofr. Kästner's Abhandlung *de fasciis globis obducendis* (Commentationes soc. Reg. sc. Goetting. ad annum 1778). Da man aber in der Ausübung ohne

ist der Bogen ad , oder $\frac{1}{9}$ des Quadranten AaP , mithin der Werth von 10 Graden des Meridians $= 0,17453$.

XIII. Man theile sich den Bogen AaP in lauter gleiche Theile $Ad = da$ u. s. w. getheilt, so daß jeder Theil 10 Grade des Meridians fasse, und also die Länge $0,17453$ habe, welche ich mit $\Delta\beta$ bezeichnen will, und Ad sey der erste Theil, vom Aequator AB angerechnet, da der zweyte u. s. w., so hat man erstlich, nach der Formel (X.), für jeden der Punkte A , d , a u. s. w., die Ordinaten AE , di , ah u. s. w., wo insbesondere die erste AE dem Bogen von 15 Graden des Aequators gleich ist, wenn die Breite AB des Segments $= 30$ Graden seyn soll; also ist $AE =$ einem Bogen von 15° für den Halbmesser 1, d. h. $= 0,261799$, wofür ich beynähe $0,26180$ setzen darf.

XIV. Man fälle von d auf AE das Perpendikel dn , von a auf di das Perpendikel ak u. s. w., so hat man $An = AE - di =$ dem Unterschiede der Ordinaten für die beyden nächsten Punkte A und d ; dann eben so das Stück $kd = di - ah =$ dem Unterschiede der beyden Ordinaten di , ah u. s. w., so hat man dergleichen Unterschiede, wie An , dk u. s. w., neune bis zum

also die Länge 0,17453 habe, wel
bezeichnen will, und Ad sey der er
Equator AB angerechnet, da der $\frac{1}{2}$
so hat man erstlich, nach der Form
jeden der Punkte A, d, a u. s. w.
AE, di, ah u. s. w., wo insbeson
AE dem Bogen von 15 Graden
gleich ist, wenn die Breite AB des
30 Graden seyn soll; also ist AE =
von 15° für den Halbmesser 1, d. h.
wofür ich beynähe 0,26180 setzen

XIV. Man fälle von d auf
perpendikel dn, von a auf di das
u. s. w., so hat man An = AE
u. s. w.

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0^\circ$ bis zu $\beta = 90^\circ$ berechnen kann, indem man die geographische Breite β der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachsen läßt. Es erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von μ , und hieraus von y ; daraus denn die Werthe von Δy , Δx , und endlich von x , wie folgendes Täfelchen ausweist, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut sehe.

β	μ	y	Differ. Δy
0	0	0,26180	
10	$2^\circ . 36' . 17''$	0,25773	0,00407
20	$5 . 7 . 49$	0,24568	0,01205
30	$7 . 30 . 0$	0,22608	0,01960
40	$9 . 38 . 30$	0,19960	0,02648
50	$11 . 29 . 27$	0,16715	0,03245
60	$12 . 59 . 25$	0,12978	0,03737
70	$14 . 5 . 44$	0,08864	0,04114
80	$14 . 46 . 19$	0,04496	0,04368
90	$15 . 0 . 0$	0,00000	0,04496

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von Δx und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von β , für die Halb-

mes-

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0^\circ$ bis zu $\beta = 90^\circ$ berechnen kann, indem man die geographische Breite β der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachsen läßt. Es erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von μ , und hieraus von y ; daraus denn die Werthe von Δy , Δx , und endlich von x , wie folgendes Täfelchen ausweist, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut stehe.

β	μ	y	Differ. Δy
0	0	0,26180	
10	$2^\circ . 36' . 17''$	0,25773	0,00407
20	$5 . 7 . 49$	0,24568	0,01205
30	$7 . 30 . 0$	0,22608	0,01960
40	$9 . 38 . 30$	0,19960	0,02648
50	$11 . 29 . 27$	0,16715	0,03245
60	$12 . 59 . 25$	0,12978	0,03737
70	$14 . 5 . 44$	0,08864	0,04114
80	$14 . 46 . 19$	0,04496	0,04368
90	$15 . 0 . 0$	0,00000	0,04496

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von Δx und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von β , für die Halbmessung.

underner aus (XIII.)

$$\Delta\beta^2 = 0,0304607209$$

$$\text{also } \Delta\beta^2 - \Delta\gamma^2 = 0,0304441560$$

woraus die Wurzel $\equiv 0,17448 \equiv \Delta x$ für $\beta = 10^\circ$. Dies ist denn auch zugleich für diesen Fall die Abscisse. So findet sich denn auf eine ähnliche Art für $\beta = 20^\circ$ das zugehörige $\Delta x \equiv 0,17411$, mithin für $\beta = 20^\circ$ die Abscisse $x = 0,17448 + 0,17411 \equiv 0,34859$ u. s. w.

XIX. Nach diesem Tafelchen ist es nunmehr leicht, die krumme Linie AdaP, und so auch BcbP von 10° zu 10° Grad der Breite zu construiren.

Man ziehe AB, EP auf einander senkrecht, und nehme $AE = EB =$ dem Werthe von y für $\beta = 0$; also $AE = EB = 0,26180$, d. h. $= 26180$ Hunderttausendtheilchen des Halbmessers der Kugel, für welche man das Segment APB zeichnen will. Wenn also dieser Halbmesser groß genug ist, um ihn in 100000 Theile eintheilen zu können, so fasse man von ihm 26180 solcher Theilchen ab, so hat man den Werth von AE oder EB, d. h. von 15 Grad des Aequators. Könnte man ihn aber nur in 10000 Theile, oder auch nur in 1000 eintheilen, so daß kleinere Theilchen sich in einen unmerklichen Punkt verlöschten, so würde man nur diejenigen Theilchen abfassen, welche sichtbar
aus

sen Fall die Abscisse. So findet sich i
 ähnliche Art für $\beta = 20^\circ$ das zug
 $= 0,17411$, mithin für $\beta = 20^\circ$
 $x = 0,17448 + 0,17411 = 0,34$

XIX. Nach diesem Täfelchen ist
 leicht, die krumme Linie AdaP, und se
 von 10 zu 10 Graden der Breite zu c

Man ziehe AB, EP auf einant
 und nehme $AE = EB =$ dem Werth
 $\beta = 0$; also $AE = EB = 0,2611$
 26180 Hunderttausendtheilchen des Hal
 Kugel, für welche man das Segment A
 will. Wenn also dieser Halbmesser gr
 um ihn in 100000 Theile eintheilen
 so fasse man von ihm 26180 solcher 3
 so hat man den Werth von AE oder

zeichnen, und noch die übrigen angelegten Theil-
 haltheile; diesen fasse man beinahe von dem
 Maasstabe ab, und durchschneide damit aus dem
 Punkt d das Perpendikel Ep, so erhält man bey
 p das Centrum zu dem zu verzeichnenden Parallel-
 dec. So verfährt man für jeden andern afb u.
 f. w., und eben so für die zu die andere Hälfte
 AQB fallenden Paralleltreise, deren Mittelpunkte
 über Q hinaus zu liegen kommen. Die LXXte
 Figur stellt die Hälfte eines solchen Segmentes
 ungefähr in dem richtigen Verhältnisse dar.

XXI. Es kann sich ereignen, daß die Halb-
 messer, wie dp, so groß werden, daß man sie
 nicht bequem abfassen, und mit ihnen auf die er-
 wähnte Art verfahren kann. In diesem Falle muß
 man die obigen Werkzeuge (§. 18. X.) anwenden,
 aber alsdann, außer den beyden Punkten d und c
 eines zu reissenden Bogens, wie dec, wenigstens
 noch einen dritten Punkt bestimmen, z. E. etwa e
 in dem Perpendikel Ep, welches auf folgende Art
 geschehen kann.

Für jeden Punkt d hat man aus dem Tafel-
 chen (XVI.) den Winkel $dpe = \mu$ an dem
 Mittelpunkte p des zu beschreibenden Parallels,
 und den Halbmesser $pd = \cot \beta$. Also hat man
 in dem rechtwinklichten Dreyecke dip, auch pi
 $= pd$

zeichnen, und noch die übrigen angezeigten Verhältnisse; diesen fasse man demnach von dem Maassstabe ab, und durchschneide damit aus dem Punkt d das Perpendikel Ep , so erhält man bei p das Centrum zu dem zu verzeichnenden Paralleled. So verfährt man für jeden andern afb u. s. w., und eben so für die in die andere Hälfte AQB fallenden Paralleltreise, deren Mittelpunkte über Q hinaus zu liegen kommen. Die LXXte Figur stellt die Hälfte eines solchen Segments ohngefähr in dem richtigen Verhältnisse dar.

XXI. Es kann sich ereignen, daß die Halbmesser, wie dp , so groß werden, daß man sie nicht bequem abfassen, und mit ihnen auf die erwähnte Art verfahren kann. In diesem Falle muß man die obigen Werkzeuge (§. 18. X.) anwenden, aber alsdann, ausser den beyden Punkten d und c eines zu reissenden Bogens, wie dec , wenigstens noch einen dritten Punkt bestimmen, z. E. etwa e in dem Perpendikel Ep , welches auf folgende Art geschehen kann.

Für jeden Punkt d hat man aus dem Tafelchen (XVI.) den Winkel $dpe = \mu$ an dem Mittelpunkte p des zu beschreibenden Parallels, und den Halbmesser $pd = \cot \beta$. Also hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke dip , auch pi
 $= pd$

leicht einzusehen ist, daß für den Bogen AA' seine wirkliche Krümmung angenommen werden kann.

X. Man falle von a ein Perpendikel ab, auf EP , und heiße solches $= y$, so ist $y = pa \cdot \sin \alpha \phi = r \cot \beta \cdot \sin \mu$ (VII.), wo μ durch β und α bekannt ist (VIII.). Man weiß also für jeden Punkt a , dem die geographische Breite β entsprechen soll, die Ordinate y der krummen Linie AA' .

XI. Wie groß aber die zugehörige Abscisse Eh aus x genommen werden müsse, ist nicht so gar leicht zu bestimmen; und doch müssen für jeden Punkt a Abscisse und Ordinate bekannt seyn, wenn sich die krumme Linie AA' auf dem Papiere, mithin das Segment APB , in welchem der Bogen PB völlig wie PA verzeichnet wird, soll construiren lassen.

Man kann aber die Abscisse Eh , welche jedem Punkte a der krummen Linie AA' zugehört in völliger Schärfe nicht anders als durch Hülfe der Integralrechnung finden. Das Verfahren dazu findet man in Hrn. Hofr. Kästners Abhandlung *de fasciis globis obducendis* (Commentationes soc. Reg. sc. Goetting. ad annum 1778). Da man aber in der Ausübung ohne

In der mit z bezeichneten Columne stehen die Werthe der Sagitten, wie ei, fh u. s. w., wenn man sie etwa zur Findung der Punkte o, l u. s. w. gebrauchen wollte.

Man sieht leicht, daß, wenn nunmehr 3 Punkte d, e, c eines jeden zu zeichnenden Parallels gegeben sind, der Kreisbogen durch sie, mittelst des Werkzeugs (§. 18. X. a.), beschrieben werden kann. Außerdem ließen sich aber auch leicht nach (§. 18. X. 21.), noch mehrere Punkte des zu reissenden Bogens des bestimmen; in welchen Falle denn auch das Werkzeug (§. 18. XI. b.) angewandt werden kann.

XXII. Wenn einmal ein Segment gezeichnet ist, so kann man sich nach demselben eine Leere, oder eine Schablone, etwa aus Messing verfertigen, so daß die übrigen Segmente nicht besonders gezeichnet, sondern bloß von dem ersten copirt werden dürfen. Eine solche Leere oder Schablone ist ein Stück Messingblech, welches genau nach der Krümmung eines Meridians, wie QPA, geschnitten und gefeilt ist, so daß man, um die folgenden Segmente zu zeichnen, nur diese Schablone anlegen, und längs derselben die Meridiane, wie PAQ, PBQ, reissen darf. Hat man sich zur Ziehung der Meridiane des Werkzeugs (§. 18.

Also der Bogen ad , oder $\frac{2}{3}$ des Quadranten AaP ,
enthält den Werth von 10 Graden des Meridians
 $= 0,17453$.

XIII. Man theile sich den Bogen AaP in
lauter gleiche Theile $Ad = da$ u. getheilt, so daß
jeder Theil 10 Grade des Meridians fasse, und
also die Länge $0,17453$ habe, welche ich mit Δ
bezeichnen will, und Ad sey der erste Theil, vom
Aequator AB angerechnet, da der zweyte u. s. w.,
so hat man erstlich, nach der Formel (X.), für
jeden der Punkte A, d, a u. s. w., die Ordinaten
 AE, di, ah u. s. w., wo insbesondere die erste
 AE dem Bogen von 15 Graden des Aequators
gleich ist, wenn die Breite AB des Segments $=$
30 Graden seyn soll; also ist $AE =$ einem Bogen
von 15° für den Halbmesser 1, d. h. $= 0,261799$,
wofür ich beynähe $0,26180$ setzen darf.

XIV. Man fälle von d auf AE das Per-
pendikel dn , von a auf di das Perpendikel ak
u. s. w., so hat man $An = AE - di =$ dem
Unterschiede der Ordinaten für die beyden nächsten
Punkte A und d ; dann eben so das Stück $kd =$
 $di - ah =$ dem Unterschiede der beyden Ordi-
naten di, ah u. s. w., so hat man dergleichen
Unterschiede, wie An, dk u. s. w., neune bis

wäre, so müßte auf dem Meridiane der
30sten Grade der Rectascension, von
 $12^{\circ}. 15'$ heraufgenommen werden, so
Punkt in der Ecliptik AF seyn, so
durch dieses Segment erstreckt. So zu
gleichen Punkte auf den übrigen Meri-
dianen PA und PB fallen, bestimme
Bogen AF der Ecliptik durch sie fül-
l wird hiebei den Nutzen des (§. 41. I-
ten Tafelchens empfinden. Auf eine
läßt sich in jedem folgenden Segmente,
Grade der Rectascension, bis zum
60ten bis zum 90ten u. s. w., das h-
Stück der Ecliptik zeichnen. Die Gr-
Meridianen PA; PB kann man zu

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0^\circ$ bis zu $\beta = 90^\circ$ berechnen kann, indem man die geographische Breite β der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Grad en wachsen läßt. Es erhält man von 10 zu 10 Grad en der Breite, die Werthe von μ , und hieraus von y , daraus denn die Werthe von Δy , Δx , und endlich von x , wie folgendes Täfelchen angiebt, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut sehe.

β	μ	y	Differ. Δy
0	0	0,26180	
10	2° . 36' . 17"	0,25773	0,00407
20	5 . 7 . 49	0,24568	0,01205
30	7 . 30 . 0	0,22608	0,01960
40	9 . 38 . 30	0,19960	0,02648
50	11 . 29 . 27	0,16715	0,03245
60	12 . 59 . 25	0,12978	0,03737
70	14 . 5 . 44	0,08864	0,04114
80	14 . 46 . 19	0,04496	0,04368
90	15 . 0 . 0	0,00000	0,04496

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von Δx und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von β , für die Halb-

her merklich von denen auf den Kupferplatten verschieden ausfallen, und nicht auf die Kugel passen wollen, für deren Halbmesser sie verfertigt worden sind. Wäre die Zusammenziehung des Papiers überall gleichförmig, so daß es sich nach der Quere eben so, wie nach der Länge beim Eintrocknen zusammenzöge, so würde der Abdruck auf dem Papiere von dem Originale auf der Kupferplatte nur der Größe nach verschieden seyn, nur etwas kleiner ausfallen, aber die Ähnlichkeit würde bleiben. Man dürfte also die Kugeln, welche zu überziehen sind, nur etwas noch abbrechen lassen, und es würde keine Schwierigkeit haben, die richtige Größe der Kugeln für die Papiersegmente zu bestimmen, und wenn nun diese durch einen Versuch einmal gefunden worden, so dürfte man sich nach dieser nur allemal bey der Verfertigung der Kugeln richten.

III. Allein so lehrt die Erfahrung, daß das Papier sich nach der Länge, oder eigentlich nach der Richtung derjenigen durchsichtigen Streifen, die man auf dem Papierbogen wahrnimmt, anders, als nach der Quere zusammenzieht. Dies macht denn, daß das von einer platte abgezogene Segment, nachdem es getrocknet, dem Originale merklich unähnlich wird, und daß

nachher beim Aufziehen auf die Kugel nirgends
 nicht passen will, wie man auch mit der Dehnung
 behelfen mag.

Es ist daher höchst nöthig, gleich bey der
 Zeichnung der Segmente, auf diese Zusammenzie-
 hung des Papiers Rücksicht zu nehmen, und die
 Zeichnung auf die Kupferplatte dergestalt zu ma-
 chen, daß, wenn sie nachher abgedruckt wird, das
 Segment erst seine gehörige Figur erhält.

Die Vorschriften dazu gründen sich auf Ver-
 suche, über die Zusammenziehung des Papiers,
 ob dem Verhältnisse dieser Zusammenziehung in
 der Länge, gegen die nach der Queere.

IV. Man verzeichne auf einer Kupferplatte
 einen Kreis, mit einem Halbmesser, z. E. von
 einem Schuhe, und mache nun davon, wie ge-
 wöhnlich, einen Abdruck auf eine gewisse Papiers-
 art, deren Zusammenziehung man untersuchen will.
 Nachdem der Abdruck trocken geworden, wird man
 finden, daß der Kreis eine Ellipse geworden ist,
 deren größserer Durchmesser allemal mit den oben-
 erwähnten durchsichtigen Streifen des Papiers
 verlaufend, und der kleinere senkrecht auf diesen
 Streifen ist. Das Papier zieht sich also beim
 Trocknen mehr nach der Queere als nach der Länge
 (II.) zusammen; wollte man daher ein Segment,
 wie

wie APB (Fig. LXIX.) von einer Kupferplatte, auf das Papier dergestalt abdrucken, daß die Höhe EP des Segmentes gleichlaufend mit den erwähnten Streifen des Papiers wäre, so würde beim Trocknen, die Breite AB des Segmentes sich verhältnißmäßig mehr zusammenziehen, als die Höhe EP, und das Segment auf dem Papiere würde nunmehr dem auf der Kupferplatte unähnlich werden, und nicht mehr auf die Kugel so passen, daß die krummen Linien PA, PB, sich in die gehörigen Meridiane krümmten. So würden denn überhaupt nicht nur die Ordinaten, wie id, ha u. s. w., sondern auch die Abscissen Ei, Eh u. dgl. einer Correction bedürfen, oder vielmehr, man würde das Segment nicht geradezu nach dem Täfelchen (§. 91.) zeichnen dürfen, sondern jede Abscisse und Ordinate des Täfelchens, müßte man in den Verhältnissen größer machen, als sie sich nachher beim Abdrucken, wegen des Papiers, zusammenzögen, wenn nach dem Abdrucke von der Kupfertafel, das Segment die gehörige Figur bekommen sollte.

V. Gesezt man habe durch einen Versuch wie (IV.) gefunden, daß $\frac{1}{2}$ E. der Durchmesser des Kreises, welcher beim Abdrucke jenen Streifen des Papiers gleichlaufend war, sich nach dem Trock.

nen des Papiers um $1\frac{1}{8}$ seiner Länge, der
e nach der Queere, sich aber um $\frac{1}{8}$ seiner
zusammengezogen hätte, so würde begreife
jede Linie nach der Richtung der Streifen des
ers, sich um $1\frac{1}{8}$ ihrer Länge, jede nach der
re aber um $\frac{1}{8}$ ihrer Länge sich verkürzen;
wenn man daher ein Segment wie APB der
t abdruckte, daß die Höhe desselben mit den
ifen in dem Papiere gleichlaufend wäre, so
en sich bey dem Abdrucke alle Abscissen wie Ei,
c. oder alle Linien längs EP, oder auch die
el mit EP wären, um $1\frac{1}{8}$ ihrer Länge, und
gen die Ordinaten wie AE, id, ha u. s. f.
um $\frac{1}{8}$ ihrer Länge verkürzen.

VI. Man müßte also, wenn diese Linien nach
Abdrucke von der Kupfertafel ihren wahren
h bekommen sollten, sie gleich in der Zeich-
auf der Kupfertafel selbst, gerade um so viel
er nehmen, als sie sich nach dem Abdrucken
er verkürzen. Dann würde das von der Ku-
latte abgedruckte Segment gerade die Dimen-
n erhalten, die ihm zukommen, wenn es nach-
auf die Kugel passen soll. Also würde man
jeder Ordinate y aus der Tafel den Werth
 $\frac{1}{8} y$; und statt jeder Abscisse den Werth
 $1\frac{1}{8} x$ bey der Zeichnung des Segments ge-
brau.

brauchen. Auf eine ähnliche Art verfährt man mit den Linien, wie Ee, ei u. dgl., die längs EP fallen.

VII. Sollten hingegen die Abdrücke von der Kupfertafel allemal so gemacht werden, daß EP nach der Quere des Papiers zu liegen käme, so würde man umgekehrt die Abscissen x um $\frac{1}{7}$ ihres Werthes, und hingegen die Ordinaten y um $\frac{1}{8}$ ihres Werthes vergrößern, und sich ihrer so zur Zeichnung auf der Kupfertafel bedienen.

VIII. Man sieht leicht, wie zu verfahren seyn würde, wenn ein Versuch, wie (IV.) andere Verhältnisse der Zusammenziehung gegeben hätte.

IX. Da die den Werthen x und y in der Zeichnung zu gebenden Correctionen $\frac{1}{7} x$, $\frac{1}{8} y$, beym Abdrucke auch wieder eine kleine Verkürzung leiden, so könnte man auch auf diese Rücksicht nehmen, welches denn eine neue Correction gäbe. Wenn man sich statt der Brüche $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$; überhaupt $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, gedenkt, so kann man leicht zeigen, daß die wahren Correctionen alsdann $\frac{1}{m-1} x$; $\frac{1}{n-1} y$ seyn würden. (Man s. *Lewi; Commentatio de figura et divisione segmentorum* in dem Anhange zu den *Comment. soc. R. Goeth.*

In der mit n bezeichneten Columnen stehen die Werthe der Segiten, wie a_1, f_1, n, f_2, n , wenn man sie etwa zur Findung der Punkte c, f, a, f, n . gebrauchen wollte.

Man sieht leicht, daß, wenn manmehr 3 Punkte d, e, c eines jeden zu zeichnenden Parallels gegeben sind, der Kreisbogen durch sie, unmittelbar des Werthens (§. 18. X. a.), beschrieben werden kann. Außerdem ließen sich aber auch leicht nach (§. 18. X. 21.), noch mehrere Punkte des zu reißenden Bogens des bestimmen; in welchen Falle denn auch das Werkzeug (§. 18. XI.) angewandt werden kann.

XXII. Wenn einmal ein Segment gezeichnet ist, so kann man sich nach demselben eine Leere, oder eine Schablone, etwa aus Messing verfertigen, so daß die übrigen Segmente nicht besonders gezeichnet, sondern bloß von dem ersten copirt werden dürfen. Eine solche Leere oder Schablone ist ein Stück Messingblech, welches genau nach der Krümmung eines Meridians, wie QPA , geschnitten und gefeilt ist, so daß man, um die folgenden Segmente zu zeichnen, nur diese Schablone anlegen, und längs derselben die Meridiane, wie PAQ, PBQ , reißen darf. Hat man sich zur Ziehung der Meridiane des Werkzeugs (§. 18.

aber leicht auch nach (S. 91. XIII
Tafel zu berechnen, wenn man
Formeln $x = 20^\circ$ setzte.

XI. Von vielen Schriftstellen
Meridianen PAQ, PBQ bloß zu
nehmen, für die man die Mittelpunkt
Verlängerung von AE hergestalt in
Kreisbogen, durch die Punkte P, A
B, Q, gehen; wo man denn EP
ist.) immer etwas kleiner als einer
branten nehmen muß. Man kann
um so viel kürzer, als einen Mer
nehmen, als die größte Dehnung b
die das Papier längs EP beim Au
Kugel verträgt, welches man durch
die bei dieser oder jener Paplerar

wäre, so müßte auf dem Meridiane 1
 30sten Grade der Rectascension, de
 12°. 15' heraufgenommen werden, so
 Punkt in der Ecliptik AF seyn, so
 durch dieses Segment erstreckt. So 1
 gleichen Punkte auf den übrigen Me
 zwischen PA und PB fallen, bestimm
 Bogen AF der Ecliptik durch sie fü
 wird hieben den Nutzen des (S. 41. .
 ren Täfelchens empfinden. Auf eine
 läßt sich in jedem folgenden Segmente
 Grade der Rectascension, bis zum
 6ten bis zum 9ten u. s. w., das
 Stück der Ecliptik zeichnen. Die 6
 Meridianen PA; PB kann man zu
 leicht in kleinere Theile abtheilen, u

Abdrucke der Charten, und in die geringe Größe des bey solchen Projectionen anwendbaren Maastabes verhältet. Daher ich es für die Ausübung für ganz überflüssig halte, von dieser Projectionart noch mehr zu sagen, als was ich bereits davon gelehret habe. Daß übrigens auf dieser Projection der Flächeninhalt aller von zwey Meridianen und zwey Parallelen gebildeten Vierecke genau dem auf der Kugel oder dem Sphäroid entspricht, dies hat auch bereits Hr. Prof. Mollweide erwiesen. (v. Zachs. Monatl. Corresp. B. III. p. 144.)

Zu Seite 445 in der 12ten Zeile von unten nach dem Wort Anwendung, ist noch beizufügen: So auch La Grange's Abhandlung in den *Memoires de l'Ac. de Berlin*. 1779.

eben so, wie nun der Zunge bey dem Zu-
sammenfalle, so würde der Abdruck a-
ufliege von dem Originale auf der Kupf-
der Größe nach verschieden seyn; nur
nicht ausfallen, aber die Aehnlichkeit zu
Man dürfte also die Kugeln, welche ge-
funden sind, nur etwas noch abbrechen lassen
würde keine Schwierigkeit haben,
Größe der Kugeln für die Papiersege-
stimmen, und wenn nun diese durch ein-
mal gefunden worden, so dürfte man
dieser nur allemal bey der Fertigstel-
lung richten.

III. Allein so lehrt die Erfahrung
Papier sich nach der Länge, ob-
nach der Richtung derjenigen durch
welche man auf dem Stein

Seite 589.	Zeile 26.	statt 10000	lies 1000
— 589.	— 22.	statt großer	lies große
— 599.	— 1.	ß. Fig. XLIV.	l. Fig. L
— 600.	— 22.	ß. Fig. XLIV.	l. Fig. L
— 608.	— 10.	statt DG	lies HC
— 616.	— 4.	statt pf	lies qf
— 621.	— 4.	statt die	lies den
— 626.	— 5	statt welcher	lies welche
— 634.	— 24.	ß. Fig. LXVII.	l. Fig. XL

Benutzen. Auf eine ähnliche Art verfährt man mit den Linien, wie Ee , oi u. dgl., die längs EP fallen.

VII. Sollten hingegen die Abdrücke von Kupfertafel allemal so gemacht werden, daß Ky nach der Quere des Papiers zu liegen käme, so würde man umgekehrt die Abscissen x um $\frac{1}{70}$ ihres Werthes, und hingegen die Ordinaten y um $\frac{1}{176}$ ihres Werthes vergrößern, und sich ihrer so zur Zeichnung auf der Kupfertafel bedienen.

VIII. Man sieht leicht, wie zu verfahren seyn würde, wenn ein Versuch, wie (IV.) andere Verhältnisse der Zusammenziehung gegeben hätte.

IX. Da die den Werthen x und y in der Zeichnung zu gebenden Correctionen $\frac{1}{70} x$, $\frac{1}{176} y$ beym Abdrucke auch wieder eine kleine Verkürzung leiden, so könnte man auch auf diese Rücksicht nehmen, welches denn eine neue Correction gäbe. Wenn man sich statt der Brüche $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{176}$ überhaupt $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$ gedenkt, so kann man leicht sehen, daß die wahren Correctionen alsdann $\frac{1}{m-1}$ x ; $\frac{1}{n-1}$ y seyn würden. (Man s. *Lewig Commentatio de figura et divisione segmentorum* in dem Anhange zu den *Comment. soc. R.*

sehen; nebst einer Abhandlung über Werke mit Schwanzhämmern, in besondern: sieht auf das Stanniol-Hammerwerk.

Rößling, Ehr. Lebr., Fabrikenschule. 2 Theil, mit 6 illum. Kupf. gr. 8. 18030 fr. oder 5 Thlr. — Auch mit den

Die Fabrikation des Salmiats: dabei als Neben Produkte gewinnbaren Benzoeblumen, bippelisches Del, schwarziß, Phosphor, Glauber- und Seignett- Mineral- und Pflanzen- Alkali, vitri- Weinstein, Magnesia, Braunschweig- Premer Grün, Neugrün, Eisenocher, u- blumen, bearbeitet von Rößling und Rife

Weinich, G. Ph., kurze, doch vollständige: tung zum Rechnen nach Reesfischer Mani- 140 Beispielen, gr. 8. 1814. 24 fr. o-

— — das Vorzüglichste aus der Geometri- Trigonometrie populär vorgetragen, unt- ordnet, daß Güterbesitzer und Professioni- für welche diese kurze Anweisung vorzüg- stimmt ist, für jeden ihnen vorkommende- hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selbst- rung auffinden können; aber auch als Le- in niedern Schulen zu gebrauchen, mit 3 gr. 8. 1814., 24 fr. ode-

— — kurze und leichtfaßliche Anweisung zur- staben-Rechnung und niedern Algebra.

1815. Unter der Presse.

Diese 3 Anweisungen zusammen enthalten d- entbehrlichste und Wissenswürdige- allen Theilen der reinen Mathemati- sind für Schulen vorzüglich brauchbar

Welterich, J. A. P., über Taxation der (stücke, mit 17 Tabellen, gr. 4. 1815. 1 fl. oder 1 Thlr

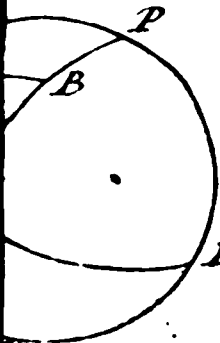


Fig. II.

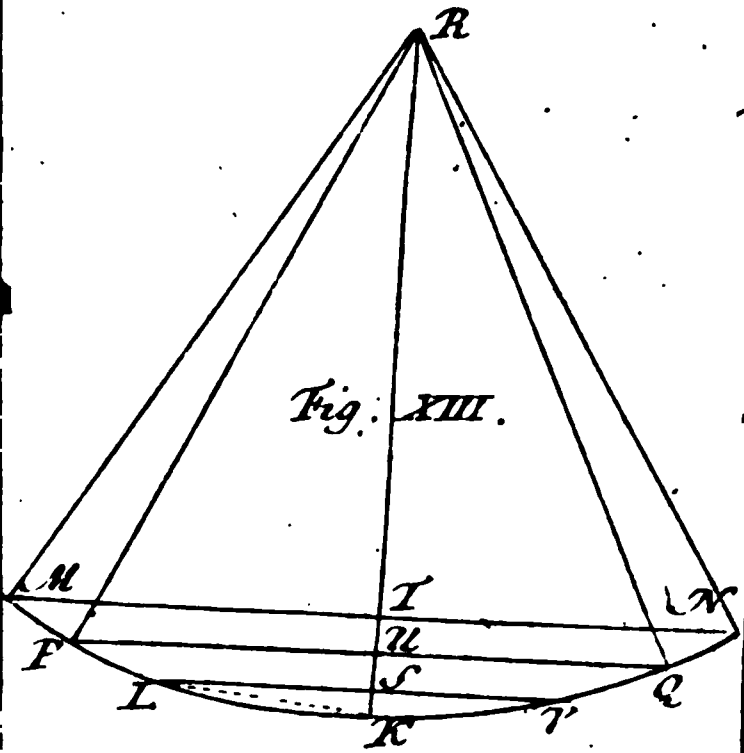


Fig. XIII.

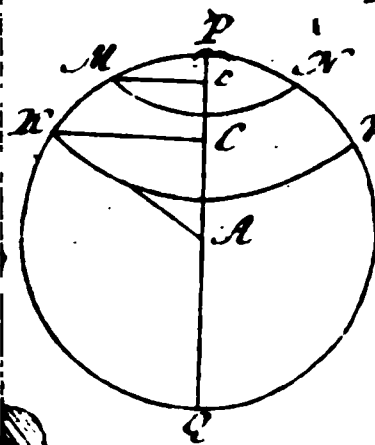
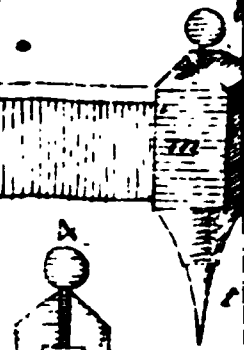


Fig. XVI.

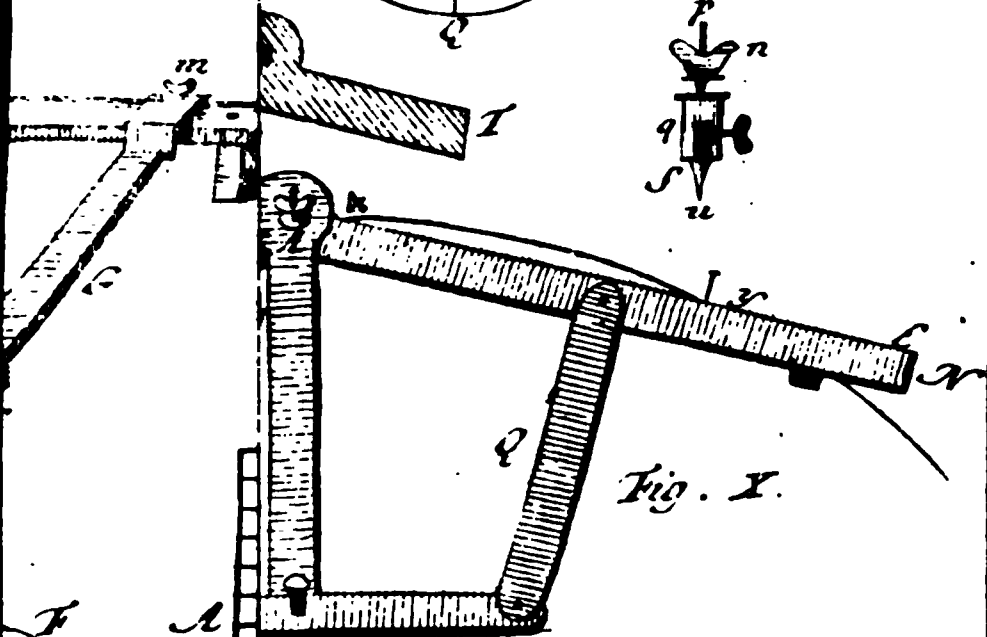


Fig. XVII.

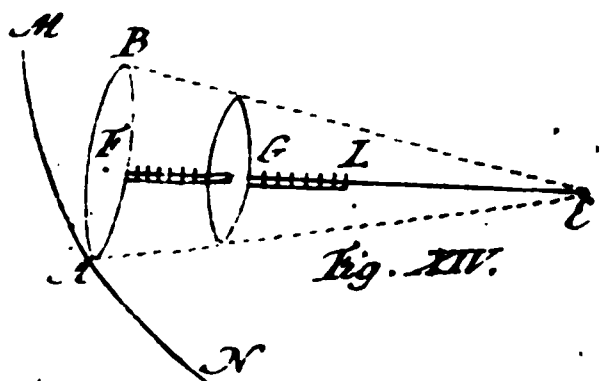
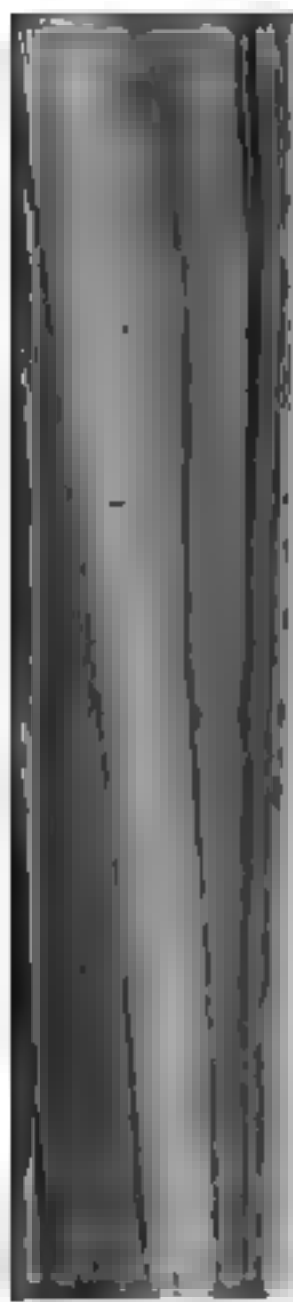


Fig. XIX.







.

.

.

+

